N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 6, Number 316 (2017), 115 – 130

K.B.Jakupov

Institute of mathematics and mathematical modeling, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: jakupovKB@mail.ru

COMPLICABILITY OF THE "DARCY LAW" IN THE FILTRATION THEORY

Annotation. The question of the unrepresentative application of the "Darconian law" in the theory of spatial filtration is considered. The falsity of the transformation of the Navier equations of a viscous incompressible fluid into the multidimensional equations of "eacon Darcy" is described in detail. The contradictions of the "Darconian law" equations are shown to the law of friction and Newton's second law. It is established that the multidimensional equations of "Darcy's" correspond to potential (irrotational) flows of an incompressible fluid, which contradicts the theory of a viscous fluid. In the equations of "Darcon's law" the law of conservation of energy does not hold. Proceeding from the fact that the "Darconi" equations are composed of first-order derivatives, contradictory problems in setting the boundary conditions are revealed. In the "Darcy law", only in a one-dimensional stationary flow are all three laws of physics fulfilled if one model is modeled by Euler's equations for an ideal fluid and in the equation of continuity, take into account the loss (sink) or profit (source) of the mass of fluid per unit volume per unit time. On the same basis, it is proposed to model the filtration of a viscous liquid by the Navier equations.
Keywords: filtration, pressure, velocity, acceleration, equations.

К.Б. Джакупов

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

КОМПИЛЯТИВНОСТЬ “ ЗАКОНА Дарси” В ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ

Аннотация. Рассматривается вопрос о нерепрезентативности применения «эакона Дарси» в теории пространственной фильтрации. Подробно освещается фальшивость трансформации уравнений Навье вязкой несжимаемой жидкости в многомерные уравнения «эакона Дарси». Показаны противоречия уравнений «эакона Дарси» закону трения и второму закону Ньютона. Установлено, что многомерные уравнения «эакона Дарси» соответствуют потенциальным (безвихревым) течениям несжимаемой жидкости, что противоречит теории вязкой жидкости. В уравнениях «эакона Дарси» не выполняется закон сохранения энергии. Исходя из факта, что уравнения «эакона Дарси» составлены из производных 1-го порядка, выявлены противоречивые проблемы постановки граничных условий. В «законе Дарси» только в одномерном стационарном течении выполняются все три закона физики, если одномерную фильтрацию моделировать уравнениями Эйлера идеальной жидкости и в уравнении неразрывности учитывать потерю (сток) или прибыль (источник) массы жидкости в единице объема в единицу времени. На этой же основе предлагается моделировать фильтрацию вязкой жидкости уравнениями Навье.
Ключевые слова: фильтрация, давление, скорость, ускорение, уравнения.

Формула зависимости скорости фильтрации $v = |\mathbf{v}|$ от пьезометрического уклона s опубликована французским инженером Дарси в 1856г. [1-2] :

$$v = -\chi \frac{dh}{ds}, \tag{1}$$

и названа *законом Дарси.* В (1) $h = \frac{p}{\rho g} + z$ пьезометрический напор, ось z направлена вертикально вверх, направление s составляет с осью z угол пьезометрического уклона, χ – коэффициент фильтрации (для песка χ изменяется в интервале *0,01- 0,0001 м/сек*). Важно то, что в (1) модуль скорости равен $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = |\mathbf{v}|$, так как из-за *пористости среды* фильтрация является существенно пространственным движением, происходящим со скоростью $\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{z}$, в силу чего, надо полагать, Дарси измерял в своих экспериментах не одну какую-либо компоненту скорости, а именно величину полной скорости $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$, поэтому формула (1) должна быть оформлена подробнее:

$$\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = -\chi \frac{dh}{ds} \tag{2}$$

В том случае, когда направление уклона вертикально, т.е. $s=z$, из **(2)** вытекает, как следствие, формула:

$$\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = -\chi \frac{d}{dz}\left(\frac{p}{\rho g} + z\right) \tag{3}$$

Опять же пористость среды, *огибание частицами жидкости твердых составляющих пористой среды*, делает течение трехмерным: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$, что учтено в (3).

В той же книге [1] приводятся значения коэффициента фильтрации χ для различных сред. Можно ожидать, что значения коэффициента фильтрации $\overline{\chi}$ будут другими, если следуя 2-му закону Ньютона, по которому **сила** вызывает обратно **пропорциональное массе ускорение,** т.е. вместо гидротехнической формулы Дарси необходимо использовать закон динамики:

$$\frac{dv_s}{dt} = -\chi \frac{dh}{ds}, v_s = \mathbf{v} \cdot \mathbf{s}, |\mathbf{s}| = 1,$$

положив коэффициент пористости равным $\chi = \frac{1}{\rho}$, тем самым избежать противоречий с одним из основных законов физики. В принципе надо исходить из того, что при построении математических моделей того или иного явления, где действуют силы, вызывающие движение, непреложно руководствоваться законами Ньютона, законами сохранения материи и энергии. Математические модели, нарушающие законы физики, должны быть отвергнуты, как не имеющие физического обоснования.

1. Уравнение динамики «закона Дарси» является фальшивым, так как не соответствует закону трения $\mathbf{F}_{тр} = -k\mathbf{v}$ и 2-му закону Ньютона

Формула Дарси (2) , преобразованная к формуле (3) вертикального уклона, в дальнейшем была *низведена* до откровенно одномерной формулы

$$w = -\chi \frac{d}{dz}\left(\frac{p}{\rho g} + z\right),$$

введенной только для одной вертикальной компоненты скорости, волюн- арно перенесена на пространственную фильтрацию со скоростью $\mathbf{v} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$ и записана **в качестве “ закона Дарси”** [1]:

$$\mathbf{v} = -\chi\nabla(\frac{p}{\rho g} + z) \quad (1.1)$$

Необходимо отметить, что формулу (1) Дарси использовал в расчетах дренажа. Поэтому применение в инженерной практике данной формулы для грубого подсчета вертикального расхода жидкости в грунте вполне было допустимо, в то время как обобщение (1.1) для пространственной фильтрации вступает в **противоречие с законами физики** и сталкивается с **проблемой постановки адекватных процессу фильтрации граничных условий для давления и скорости.**

В дальнейшем была предпринята попытка дать обоснование “закону Дарси ” (1.1), используя уравнение динамики вязких сред

$$\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \nabla p = \mu\Delta\mathbf{v} + \rho\mathbf{F}, \quad (1.2)$$

в котором ускорение приравнено к нулю

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0 \quad (1.3)$$

В результате уравнение Навье (1.2) нивелируется до уравнения Стокса для “ползущих движений” [4-5]:

$$\nabla p = \mu\Delta\mathbf{v} + \rho\mathbf{F} \quad (1.4)$$

Гипотеза (*Полубаринова-Кочина П.Я.*[1]), что в грунте, состоящем из твердых частиц, можно применить формулу трения $\mathbf{F}_{mp} = -k\mathbf{v}$ при скольжении твердых тел, по которой силы вязкого трения в уравнениях Навье (1.2) предполагаются пропорциональными скорости

$$\mu\Delta\mathbf{v} = -k\mathbf{v}$$

В результате “ закон Дарси ” (1.1) оформлен из 2-х уравнений [1].

Уравнения динамики

$$k\mathbf{v} = -gradp + \rho\mathbf{F}, \quad (1.5)$$

и уравнения неразрывности несжимаемых жидкостей

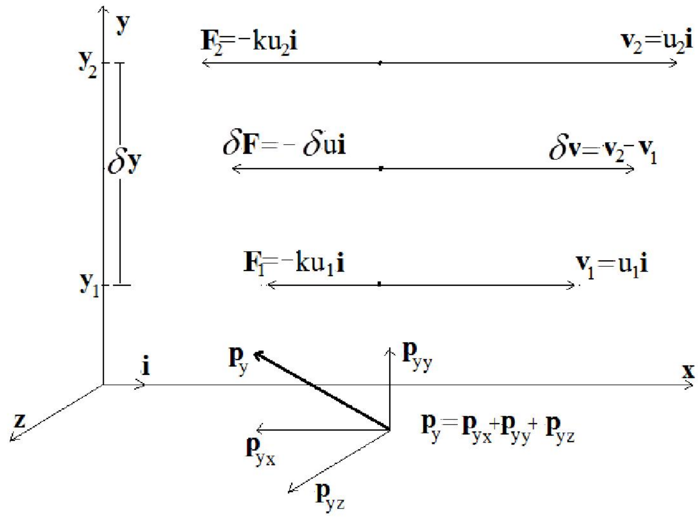
$$div\mathbf{v} = 0 \quad (1.6)$$

Фальшивость гипотезы и уравнения (1.5) установлена в следующей теореме.

Теорема. **Уравнение динамики (1.5) «закона Дарси» противоречит закону трения $\mathbf{F}_{mp} = -k\mathbf{v}$ и второму закону Ньютона.**

Доказательство. В самом деле, на каждую частицу m_i, движущуюся со скоростью v_i действует сила трения $\mathbf{F}_{mpi} = -k\mathbf{v}_i$, поэтому в индивидуальном объеме $\delta\tau$ среднемассовая сила трения по определению равна

$$\mathbf{F}_{mp} = \sum_i \mathbf{F}_{mpi} m_i / \sum_i m_i = -\sum_i k\mathbf{v}_i m_i / \sum_i m_i = -k\mathbf{v}, \quad \mathbf{F}_{mp} = -k\mathbf{v}$$



Пусть течение вязкой жидкости происходит со скоростью $\mathbf{v} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$ так, что $u > 0$. Сила трения $\mathbf{F}_{тр} = -k\mathbf{v}$ есть сумма разложений по осям $\mathbf{F}_{тр} = \mathbf{F}_{(x)} + \mathbf{F}_{(y)} + \mathbf{F}_{(z)}$. Поэтому на плоскости y_1 сила трения $\mathbf{F}_{(x)}$ равна $\mathbf{F}_1 = -ku_1\mathbf{i}$, на плоскости $y_2 = y_1 + \delta y,\ \delta y > 0$ $\mathbf{F}_2 = -ku_2\mathbf{i}$. Образуются приращения сил и скоростей: $\delta\mathbf{F} = \mathbf{F}_2 - \mathbf{F}_1$, $\delta u = u_2 - u_1 > 0, \delta\mathbf{F} = -k\delta u\mathbf{i}$, $\delta\mathbf{F} \uparrow\downarrow \mathbf{i}$. Вводится линейная плотность $\mathbf{f} = \dfrac{\delta\mathbf{F}}{\delta y}$, $\delta\mathbf{F} = \delta y\mathbf{f}$. По определению средний вектор касательного напряжения $\mathbf{p}_{yxcp} = \delta\mathbf{F} / \delta\sigma, \delta\sigma = \delta x\delta z$ параллелен и одинаково направлен с силами трения $\mathbf{p}_{yxcp} \uparrow\uparrow \delta\mathbf{F}$, $\mathbf{p}_{yxcp} \uparrow\uparrow \mathbf{f}$.

Коэффициент пропорциональности приводит к равенствам $\mathbf{f} = k'\mathbf{p}_{yxcp}$, $k' > 0$, $\mathbf{p}_{yxcp} \uparrow\downarrow \mathbf{i}$, $k'\mathbf{p}_{yxcp}\delta y = -k\delta u\mathbf{i}$.

Скалярное произведение на орт $\mathbf{i}$: $k'\mathbf{p}_{yxcp}\delta y \cdot \mathbf{i} = -k\delta u\mathbf{i} \cdot \mathbf{i}$.

В результате получаются

$$k'\mathbf{p}_{yxcp} \cdot \mathbf{i}\delta y = k'\left|\mathbf{p}_{yxcp}\right|\left|\mathbf{i}\right|\delta y \cos 180^o = k' p_{yxcp} \cdot 1 \cdot \delta y \cdot (-1) = -k' p_{yxcp}\delta y,$$

$$-k\delta u\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = -k\delta u\left|\mathbf{i}\right|\left|\mathbf{i}\right| \cdot \cos 0^o = -k\delta u \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = -k\delta u$$

Из равенств $-k' p_{yxcp}\delta y = -k\delta u,\ p_{yxcp} = \dfrac{k}{k'}\dfrac{\delta u}{\delta y}$ в пределе вытекает закон трения Ньютона $p_{yx} = \lim\limits_{\delta y \to 0} \dfrac{k}{k'}\dfrac{\delta u}{\delta y} = \mu\dfrac{\partial u}{\partial y}, \mu = \dfrac{k}{k'}$.

Обобщения полученной формулы путем перестановок индексов и переменных дают касательные напряжения по другим осям координат

$$p_{xy} = \mu \frac{\partial v}{\partial x}, p_{zx} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}, p_{xz} = \mu \frac{\partial w}{\partial x}, p_{yz} = \mu \frac{\partial w}{\partial y}, p_{zy} = \mu \frac{\partial v}{\partial z}$$

Аналогично устанавливается формула вязкой составляющей $\mathbf{p}_{xx}^0$ нормального напряжения $\mathbf{p}_{xx} = -p\mathbf{i} + \mathbf{p}_{xx}^0$. Пусть силы трения равны: $\mathbf{F}_1 = -ku_1\mathbf{i}$ на плоскости x_1 и $\mathbf{F}_2 = -ku_2\mathbf{i}$ на плоскости $x_2 = x_1 + \delta x$, $\delta\mathbf{F} = \mathbf{F}_2 - \mathbf{F}_1$, $\delta\mathbf{F} = -k\delta u\mathbf{i}$, $\delta u = u_2 - u_1 > 0$, при этом $\delta\mathbf{F} \uparrow\downarrow \mathbf{i}$. Образуется линейная плотность силы $\mathbf{f} = \delta\mathbf{F} / \delta x$, $\delta\mathbf{F} = \delta x\mathbf{f}$. По определению средний вектор нормального вязкого напряжения $\mathbf{p}_{xxcp}^0 = \delta\mathbf{F} / \delta\sigma, \delta\sigma = \delta y\delta z$ параллелен и одинаково направлен с силами трения $\mathbf{p}_{xxcp}^0 \uparrow\uparrow \delta\mathbf{F}$, $\mathbf{p}_{xxcp}^0 \uparrow\uparrow \mathbf{f}$. Коэффициент пропорциональности образует равенства $\mathbf{f} = k'\mathbf{p}_{xxcp}^0$, $k' > 0$, $\mathbf{p}_{xxcp}^0 \uparrow\downarrow \mathbf{i}$, $k'\mathbf{p}_{xxcp}^0\delta x = -k\delta u\mathbf{i}$.

Необходимо скалярное умножение на орт: $k'\mathbf{p}_{xxcp}^0\delta x \cdot \mathbf{i} = -k\delta u\mathbf{i} \cdot \mathbf{i}$.

В результате получаются

$$k'\mathbf{p}_{xxcp}^0 \cdot \mathbf{i}\delta x = k'\left|\mathbf{p}_{xxcp}^0\right|\left|\mathbf{i}\right|\delta x\cos 180^o = k' p_{xxcp}^0 \cdot 1 \cdot \delta x \cdot (-1) = -k' p_{xxcp}^0\delta x,$$

$$-k\delta u\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = -k\delta u\left|\mathbf{i}\right|\left|\mathbf{i}\right| \cdot \cos 0^o = -k\delta u \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = -k\delta u$$

Равенства $-k' p_{xxcp}^0\delta x = -k\delta u$, $p_{xxcp}^0 = \frac{k}{k'}\frac{\delta u}{\delta x}$, в пределе дают вязкий член нормального напряжения $p_{xx}^0 = \lim\limits_{\delta y \to 0} \frac{k}{k'}\frac{\delta u}{\delta x} = \mu\frac{\partial u}{\partial x}$.

Обобщения полученной формулы перестановками нижних индексов дают соответствующие нормальные напряжения $p_{yy}^0 = \mu\frac{\partial v}{\partial y}, p_{zz}^0 = \mu\frac{\partial w}{\partial z}$.

Полные нормальные напряжения являются суммой давления и вязких составляющих

$$p_{xx} = -p + p_{xx}^0 = -p + \mu\frac{\partial u}{\partial x}, p_{yy} = -p + p_{yy}^0 = -p + \mu\frac{\partial v}{\partial y}, p_{zz} = -p + p_{zz}^0 = -p + \mu\frac{\partial w}{\partial z},$$

т.е. индексной записи имеем напряжения $p_{ji} = -p\delta_{ji} + \mu\frac{\partial v_i}{\partial x_j}, i, j = 1,2,3,$ подставляя которые в уравнение динамики сплошной среды напряжениях $\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{v}(\frac{d\rho}{dt} + \rho div\mathbf{v}) = \rho\mathbf{F} + \frac{\partial\mathbf{p}_x}{\partial x} + \frac{\partial\mathbf{p}_y}{\partial y} + \frac{\partial\mathbf{p}_z}{\partial z}$ выводим уравнения, соответствующие закону трения $\mathbf{F}_{mpi} = -k\mathbf{v}_i$:

$$\rho\frac{dv_i}{dt} + v_i(\frac{d\rho}{dt} + \rho div\mathbf{v}) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\mu\frac{\partial v_i}{\partial x_j}) + \rho F_i, i, j = 1,2,3$$

Данное уравнение по концепциям «закона Дарси» (1.3) (ускорение равно нулю $\frac{dv_i}{dt}=0$ и несжимаемая жидкость (1.6)) упрощается :

$$0=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\mu\frac{\partial v_i}{\partial x_j})+\rho F_i, i,j=1,2,3 \qquad (1.7)$$

Полагая $\mu=const, \frac{\partial}{\partial x_j}(\mu\frac{\partial v_i}{\partial x_j})=\mu\Delta v_i$, скалярные уравнения (1.7) переписываем в векторное уравнение

$$-\mu\Delta\mathbf{v}=-gradp+\rho\mathbf{F},$$

которое, очевидно, **не совпадает** с уравнением динамики «закона Дарси»

$$k\mathbf{v}=-gradp+\rho\mathbf{F}, \qquad (1.8)$$

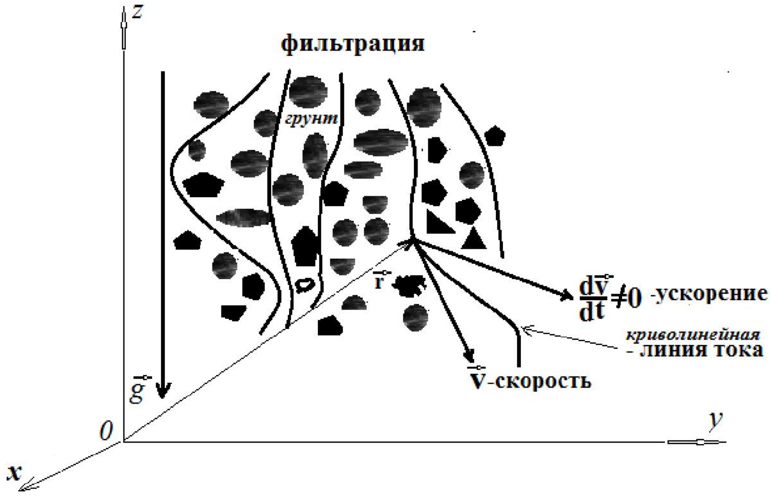
так как по логике вывода $-\mu\Delta\mathbf{v}\neq k\mathbf{v}$! **Таким образом, уравнение (1.8)** «закона Дарси» **фальшивое.** *Что требовалось доказать.*

Уравнение (1.2) является аналогом 2-го закона Ньютона, записанного в единице объема,

$$\rho(\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t}+u\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial x}+v\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial y}+w\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial z})+\nabla p=\mu\Delta\mathbf{v}+\rho\mathbf{F},$$

согласно чему в модели (1.5), (1.6) получается, что при фильтрации по «закону Дарси» ускорения частиц жидкости

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt}=\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t}+u\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial x}+v\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial y}+w\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial z}=0$$



равны нулю, следовательно, скорости $\mathbf{v}=const$ есть постоянные векторы и по первому закону *Ньютона* частицы жидкости должны двигаться по **прямолинейным траекториям.**

На рисунке показано обтекание жидкостью частиц грунта по криволинейным траекториям, что неизбежно создает центростремительную составляющую ускорения, в силу чего ускорение не равно нулю $\frac{d\mathbf{v}}{dt}\neq 0$!!!

Фальшивость применений уравнения Стокса «ползущих движений» (1.4) и уравнения (1.5) «закона Дарси» для расчетов многомерных течений при переменных скоростях $\mathbf{v}\neq const$ полностью доказана, ибо не выполняется второй закон Ньютона.

2. Проблемы постановки граничных условий

Сложность постановки граничных условий, адекватных моделируемому физическому процессу фильтрации, уже видна из одномерных уравнений «закона Дарси». В самом деле, система уравнений (1.5), (1.6)

$$k\mathbf{v} = -gradp + \rho\mathbf{F}, \; div\mathbf{v} = 0$$

в течениях параллельно оси z со скоростью $\mathbf{v} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + w\mathbf{k}$ в проекции на ось z приводится к уравнениям

$$kw = -\frac{dp}{dz} - \rho g, \; \frac{dw}{dz} = 0$$

Из данного уравнения вытекает постоянство скорости $w = const$. Для определения $const$ **необходимо и достаточно задать скорость в одной точке** $w(z_0) = w_0 = const$.

В данном случае **для вычисления давления из первого уравнения**

$$kw_0 = -\frac{dp}{dz} - \rho g,$$

тоже достаточно задать его значение в одной точке и решение есть

$$p(z) = p(z_0) - (kw_0 + \rho g)(z - z_0)$$

Факт постоянства скорости в одномерном течении **и линейное распределение давления** является доказательством **абсурдности перевода одномерной дренажной формулы Дарси (1) на пространственную векторную формулу (1.1), присвоив название «закона Дарси».**

В декартовой системе уравнения «закона Дарси» имеют вид:

$$ku = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x, kv = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho F_y, kw = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho F_z, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.2)$$

Проблемы постановки граничных условий для уравнений “ закона *Дарси* ” вытекают из того, что в (1.5), (1.6) входят только **первые производные** от искомых функций u, v, w, p. Поэтому, для u и p должны быть поставлены **по одному граничному условию** на линиях, параллельных оси x, для v и p - **по одному граничному условию** на линиях, параллельных оси y, для w и p - **по одному граничному условию** на линиях, параллельных оси z, *т.е. только на отдельных участках границы исследуемой области течения,* **а не на всей границе в целом.**

По теореме Остроградского – Гаусса $\iiint\limits_{\tau} div\mathbf{v}d\tau = \iint\limits_{\sigma} \mathbf{v}\cdot\mathbf{n}d\sigma$ из уравнения неразрывности (1.6) вытекает жесткое условие на граничные значения компонент скорости

$$\iint\limits_{\sigma} \mathbf{v}\cdot\mathbf{n}d\sigma = 0 \quad (2.3)$$

3. Граничные условия Дирихле и Неймана

Проблема постановки граничных условий усложняется уже для двумерных уравнений, не говоря о трехмерных:

$$ku = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x, kw = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho F_z, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

Ради простоты рассуждений границу σ плоской области τ выберем в виде прямоугольника. По вышесказанному, если на участке границы σ_1 задано граничное условие $u\big|_{\sigma_1} = \varphi_1$, и на участке границы σ_2 задано $w\big|_{\sigma_2} = \varphi_2$, то в силу вхождения в уравнения (3.1) первых производных от давления $\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial z}$ должны быть заданы граничные условия на противоположных участках границы σ_3, σ_4 ***в виде*** (рис.1) $p = \lambda$ и $p = q$.

Практикуемая до сих пор методика решения уравнений (1.5), (1.6) использует уравнение эллиптического типа

$$div\frac{1}{k}(gradp - \rho\mathbf{F}) = 0, \tag{3.3}$$

что является следствием подстановки (1.5) в (1.6). Интеграл по области τ от обеих частей (3.3) приводит к равенству

$$\iiint\limits_{\tau} div\frac{1}{k}(gradp - \rho\mathbf{F})d\tau = \iint\limits_{\sigma}\frac{1}{k}(gradp - \rho\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}d\sigma = 0 \tag{3.3'}$$

Таким образом, для двумерного уравнения (3.3) в силу связи (3.1) граничными условиями будут

$$(-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x)\Big|_{\sigma_1} = k\varphi_1, (-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho F_z)\Big|_{\sigma_2} = k\varphi_2,$$

$$p\big|_{\sigma_3} = q, p\big|_{\sigma_4} = \lambda \tag{3.4}$$

Решая краевую задачу (3.3), (3.4) относительно давления *p*, компоненты скорости вычисляют из (3.1):

$$u = (-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x)/k, w = (-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho F_z)/k \tag{3.5}$$

во всей области τ, в том числе на участках σ_3, σ_4 границы.

Ставится вопрос: **удовлетворяют ли полученные в результате решения краевой задачи** (3.3)**,** (3.4) **значения компонент скорости условию** (2.3)**, которое для плоской области** τ **является одномерным интегралом** в данном случае σ - кривая, ограничивающая τ ?

$\Uparrow_z \; \sigma_4 \;\; p = \lambda$

$u\big|_{\sigma_1} = \varphi_1$

$p = q$

$\sigma_1 \;\; \sigma_3$

$w\big|_{\sigma_2} = \varphi_2$

$\sigma_{2\,x} \Rightarrow$

Рисунок 1

4. Граничные условия типа Неймана

На той же двумерной задаче рассмотрим постановку граничных условий Неймана на участках σ_3 и σ_4 границы, на σ_1 и σ_2 они уже имеются:

$$(-\frac{\partial p}{\partial x}+\rho F_x)\Big|_{\sigma_1}=k\varphi_1,(-\frac{\partial p}{\partial z}+\rho F_z)\Big|_{\sigma_2}=k\varphi_2\,, \quad (4.1)$$

$$(\frac{\partial p}{\partial x}\ )\Big|_{\sigma_3}=\varphi_3\,,(\frac{\partial p}{\partial z})\Big|_{\sigma_4}=\varphi_4 \quad (4.2)$$

По закону Дарси (1.5) , из краевых условий (4.2) вытекает, что на *участках* σ_3 и σ_4 границы скорости равны

$$u\Big|_{\sigma_3}=(-\varphi_3+\rho F_x)/k\,,\ w\Big|_{\sigma_4}=(-\varphi_4+\rho F_z)/k \quad (4.3)$$

Таким образом, граничные значения

$$\varphi_1,\varphi_2,(-\varphi_3+\rho F_x)/k,(-\varphi_4+\rho F_z)/k$$

должны быть таковыми, чтобы выполнялось условие (2.3)**. Кроме того, должно быть выполнено условие разрешимости** (3.3') **с учетом граничных условий** (4.1), (4.2) **.**

Парадокс применения " закона *Дарси* " в виде многомерной задачи (1.5), (1.6) заключается в том, что в силу уравнения неразрывности (3.2) для *u* достаточно одного граничного условия $u\Big|_{\sigma_1}=\varphi_1$, а из-за (4.3) имеет место **второе граничное условие** $u\Big|_{\sigma_3}=(-\varphi_3+\rho F_x)/k$, что является излишним, так как уравнение (3.2) *первого* порядка по x , аналогичная ситуация возникает и для w : два краевых условия $w\Big|_{\sigma_2}=\varphi_2$, $w\Big|_{\sigma_4}=(-\varphi_4+\rho F_z)/k$, ибо в уравнении неразрывности (3.2) стоит производная $\frac{\partial w}{\partial z}$, и такая же ситуация лишних краевых условий для компонент скорости возникает в трехмерных задачах.

Ясно, что **граничное** условие Неймана

$$\frac{\partial p}{\partial n}\Big|_{\sigma}=gradp\cdot\mathbf{n}=\psi$$

должно удовлетворять согласно (3.3) критерию разрешимости

$$\iint_\sigma\frac{1}{k}(gradp-\rho\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}d\sigma=0,\iint_\sigma(\frac{1}{k}gradp\cdot\mathbf{n}-\frac{1}{k}\rho\mathbf{F}\cdot\mathbf{n})d\sigma=0,$$

и равенству

$$\iint_\sigma\frac{1}{k}(gradp-\rho\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}d\sigma=\iint_\sigma(\frac{1}{k}\psi-\frac{1}{k}\rho\mathbf{F}\cdot\mathbf{n})d\sigma=0$$

5. Парадоксы уравнений «закона Дарси» (1.5), (1.6).

Фальшивость уравнения неразрывности в «законе Дарси»

Первый парадокс: **уравнения «закона Дарси»** (1.5), (1.6) **в консерва- вативном поле сил описывает безвихревое (потенциальное) течение.**

Вычислим циркуляцию вектора скорости $\int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot \mathbf{dr}$ по произвольному контуру *Г*, которая в теории фильтрации по **«закону *Дарси*»** (1.5) , (1.6) равна:

$$\int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r} = \int_{\Gamma} \frac{1}{k}(gradp - \rho\mathbf{F}) \cdot d\mathbf{r} \tag{5.1}$$

Пусть течение происходит под действием консервативных сил тяжести

$$\mathbf{F} = -grad\Pi \ , \tag{5.2}$$

П – потенциальная энергия.

В данном случае подынтегральное выражение в (5.1) равно

$$\frac{1}{k}(-gradp + \rho\mathbf{F}) \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{k}(-\frac{1}{\rho}\nabla p - \nabla\Pi)\rho d\mathbf{r} = -\frac{\rho}{k}d(\frac{p}{\rho} + \Pi) \tag{5.3}$$

Для постоянных $\rho = const, k = const$ интеграл по замкнутому контуру в правой части (5.1) равен нулю:

$$\int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r} = \int_{\Gamma} \frac{1}{k}(gradp - \rho\mathbf{F}) \cdot d\mathbf{r} = -\frac{\rho}{k}\iint_{\Gamma} d(\frac{p}{\rho} + \Pi) = 0 \tag{5.4}$$

В результате из (5.1) для потенциальных сил получается равенство нулю циркуляции вектора скорости по любому замкнутому контуру

$$\int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r} = 0 \tag{5.5}$$

Совершается переход к поверхностному интегралу по теореме Стокса

$$\int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r} = \iint_{S} rot\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}ds = 0 \tag{5.6}$$

Здесь *S* - произвольная поверхность, натянутая на контур *Г*. По лемме Дюбуа-Раймонда из (5.6) вытекает равенство нулю вихря (ротора) скорости

$$rot\mathbf{v} = 0 \tag{5.7}$$

во всей области течения.

Другое доказательство равенства (5.7) вытекает из тождества

$$rot\mathbf{v} = -\frac{1}{k}rotgrad(\frac{p}{\rho} + \Pi) = 0$$

Течения, в которых вихрь скорости всюду равен нулю $rot\mathbf{v} = 0$, как известно, являются *потенциальными течениями идеальных жидкостей* [4]. Потенциал скорости для двумерных течений рассмотрен П.Я.Полубарино- вой-Кочиной в [1]. В той же книге [1] признается, что силы сопротивления, которые испытывает частица жидкости в поре, **зависят от внутреннего трения жидкости. Внутреннее трение - неотъемлемое свойство вязких жидкостей, в вязких жидкостях потенциальные течения невозможны, ротор скорости отличен нуля** $rot\mathbf{v} \neq 0$ **.**

***Второй парадокс*: уравнение «закона Дарси»** (1.5) **противоречит закону сохранения энергии.**

Потенциал скорости Ф вводится известной формулой

$$\mathbf{v} = grad\Phi \tag{5.8}$$

Подставляя (5.2) и (5.8) в уравнение (1.5) закона Дарси, найдем

$$grad(k\Phi + p + \rho\Pi) = 0, \quad (5.9)$$

откуда вытекает интеграл

$$(k\Phi + p + \rho\Pi) = const, \quad (5.10)$$

где *const* одна и та же для всей области течения. С другой стороны, для стационарных безвихревых течений идеальных жидкостей имеет место интеграл Лагранжа-Коши [4]:

$$\frac{|\mathbf{v}|^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \Pi = const \quad (5.11)$$

Очевидно из (5.10) не получается интеграл Лагранжа-Коши. Приравнивание *const* в (5.10) и (5.11), приводит к парадоксальному равенству в "законе Дарси"

$$k\Phi = \rho\frac{|grad\Phi|^2}{2} \quad (5.12)$$

Парадоксальность (5.12) связана с тем, что потенциал скорости Ф определяется с точностью до произвольной константы, а $grad\,\Phi$ эту константу игнорирует.

Нетрудно видеть, что интеграл Лагранжа-Коши (5.11) выражает закон сохранения механической энергии в единице объема сплошной среды.

В течениях же по " закону Дарси " получается интеграл (5.10).

Очевидно, что интеграл (5.10) «закона Дарси» **противоречит закону сохранения энергии** (5.12).

***Третий парадокс*: уравнение «закона *Дарси*»** (1.5) **противоречит теореме Мещерского (закону изменения импульса) или второму закону Ньютона.**

Основной закон динамики $\frac{dm\mathbf{v}}{dt} = \sum_k \mathbf{f}_k$ гласит, что силы $\sum_k \mathbf{f}_k$ по теореме Мещерского вызывают изменение импульса $m\mathbf{v}$.

Продифференцировав, можно представить закон в виде

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{v}\frac{dm}{dt} = \sum_k \mathbf{f}_k$$

Всякое движение материальной среды в ньютоновской механике подчиняется теореме Мещерского, следовательно, и движение в грунте, должно подчиняться данному закону.

Таким образом, из теоремы Мещерского следуют 2 факта. Первый факт: в "законе Дарси" ускорение равно нулю $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0.$

Но тогда по первому закону Ньютона частицы должны совершать прямолинейные движения с постоянными скоростями, что возможно только в одномерном течении по направлению оси "*z*" , или покоиться.

В гидродинамике наглядной иллюстрацией таких **прямолинейных** стационарных течений, в которых **ускорение равно нулю**, являются течение Куэтта, течение Пуазейля между параллельными плоскостями с зазором *h*: $u = -\frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}(h^2 - y^2)$, течение Хагена-Пуазейля в трубе радиуса b и др.

$$[4]:\ v_z = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}(b^2 - r^2)\ .$$

Возможно, что Дарси они были известны и положив, соответственно,

$$k = сред(\frac{2\mu}{h^2 - y^2}),\ k = сред(\frac{4\mu}{b^2 - r^2}),$$

инженер Дарси применил готовые формулы для расчета дренажа.

Второй факт из теоремы Мещерского просто необходим в моделировании фильтрации - закон сохранения массы в фильтрационных течениях должен учитывать мощности стоков (потери) и источников (прибыли):

$$\frac{dm}{dt} = J, \frac{d\rho}{dt} + \rho div\mathbf{v} = J \qquad (*)$$

Для несжимаемой жидкости получается $div\mathbf{v} = \frac{J}{\rho}$, что доказывает фальшивость уравнения неразрывности (1.6) в «законе Дарси», ибо в одномерной фильтрации уравнение $div\mathbf{v} = 0$ превращается в равенство $\frac{dw}{dz} = 0$, откуда следует постоянство скорости $w = const = w_0$, что абсурдно в грунтовых течениях.

В силу всего этого применение **«закона Дарси» (1.5), (1.6) для расчетов двумерных и трехмерных течений теряет физический смысл из-за про- тиворечия с первым законом Ньютона, как только в течении возникают криволинейные линии тока. Прямолинейности линий тока может и не быть из-за указанных выше парадоксов с граничными условиями.**

Приравнивание к нулю ускорения

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + u\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = 0$$

оправдывается следующими соображениями [1]. *Первое*: в стационарном течении частная производная по времени равна нулю $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0$, но для нестационарного течения локальное ускорение не равно нулю $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \neq 0$, и предпринятая в монографии [1] попытка приравнивания его к нулю не выдерживает строгой критики. *Второе*: что произведения в конвективном переносе $u\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}$ ничтожно малы. Стационарность фильтрации, наверное, не всегда имеет место из-за действия внешних условий, а произведения в $u\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} + v\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} + w\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}$ могут быть вовсе не малыми. Покажем этот факт для одной формулы переноса, например, $w\frac{dw}{dz}$.

Пусть $w = \varepsilon F(\cos \alpha z)$, где $\alpha = const >> 1$ очень большое конечное число, ε - параметр, обеспечивающий малость функции *w*, *F*- ограниченная вместе с производной дифференцируемая функция. Производная равна $\frac{dw}{dz} = -\varepsilon F'\alpha \sin \alpha z$. ***Поэтому произведение*** $w\frac{\partial w}{\partial z} = -\alpha\varepsilon^2 FF'\sin \alpha z$ есть ***конечное число, достаточно положить*** $\alpha = const * \varepsilon^{-2}$.

Аналогичных примеров можно привести достаточное количество, например, функции со слабыми разрывами, чтобы убедиться в том, что **приравнивание к нулю ускорения** в теории фильтрации нефизично, поэтому ошибочно. **Нефизично из-за противоречия с основным законом динамики – именно, со вторым законом *Ньютона,* который гласит: действие силы вызывает ускорение** $\frac{d\mathbf{v}}{dt} \neq 0$.

Как было отмечено в (3.3), распространенным методом решения уравнений (1.5) , (1.6) «закона Дарси» является сведение системы к одному уравнению эллиптического типа

$$div\frac{1}{k}gradp = div\rho\mathbf{F}$$

при указанных выше краевых условиях.

Надо признать, что ***важнейшим критерием верности*** полученного решения уравнения (3.3) является то, что для вектора скорости, определенного по формуле (1.5) «закона Дарси», должно выполняться не только условие (2.3), но в первую очередь равенство нулю ускорения

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + u\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial x} + v\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial y} + w\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial z} = 0,$$

т.е. давление в стационарной фильтрации должно удовлетворять уравнению, вытекающему из данного равенства:

$$(-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho F_x)\frac{\partial}{\partial x}[\frac{1}{k}(-\nabla p + \rho\mathbf{F})] + (-\frac{\partial p}{\partial y} + \rho F_y)\frac{\partial}{\partial y}[\frac{1}{k}(-\nabla p + \rho\mathbf{F})] +$$

$$+(-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho F_z)\frac{\partial}{\partial z}[\frac{1}{k}(-\nabla p + \rho\mathbf{F})] = 0, \nabla \equiv grad \qquad (5.13)$$

во всех точках фильтрации, что не является автоматическим следствием решения уравнений (1.5) , (1.6), как это имеет место в течениях Куэтта, Пуазейля между параллельными плоскостями, Хагена-Пуазейля в трубе, где ускорения тождественно равны нулю [4].

Получается ***четвертый парадокс***: давление в «закона Дарси» (1.5), (1.6) определяется как решение уравнения (3.3) , с другой стороны, согласно первому и второму законам Ньютона, давление должно быть еще решением системы из трех проекций векторного уравнения (5.13).

Итого, для одной функции давления *p* возникает 4 уравнения, что еще раз показывает **абсурдность** и **фальшивость** применения уравнений «закона Дарси» (1.5), (1.6) в многомерной фильтрации.

6. Включение стоков и источников массы в уравнение неразрывности необходимо для выполнения закона изменения импульса (теоремаМещерского) в одномерной фильтрации. Естественные уравнения пространственной фильтрации

Рассмотрим одномерное стационарное течение параллельно направлению силы тяжести **g** идеальной несжимаемой жидкости с компонентами скорости $u=0, v=0, w \neq 0$:

$$\rho w\frac{dw}{dz} + w\frac{d\rho w}{dz} = -\frac{dp}{dz} - \rho g \qquad (6.1)$$

Данное уравнение есть проекция на ось “*z*” стационарного уравнения *Эйлера*

$$\rho(u\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial x} + v\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial y} + w\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial z}) + \mathbf{v}div\rho\mathbf{v} = -\nabla p + \rho\mathbf{F}$$

Далее, учитывая фильтрацию в грунте, в законе сохранения массы введем мощность источника или стока в виде

$$div\rho\mathbf{v} = J, \rho = const, \rho(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}) = J \qquad (6.2)$$

Данное уравнение в случае одномерного течения $u=0, v=0,\ w \neq 0$ приводится к виду

$$\rho \frac{dw}{dz} = J \tag{6.3}$$

Подставляя (6.3) в (6.1), найдем

$$wJ + wJ = -\frac{dp}{dz} - \rho g \tag{6.4}$$

Обозначая $k = 2J$ получаем формулу **(3).**

Таким образом, в исходной дренажной формуле инженера Дарси **(3) выполняется теорема Мещерского, то есть ускорение не равно нулю, если в законе сохранения массы есть источники и стоки массы!!!**

Творцы пространственных уравнений под наименованием «закона Дарси» использовали фальшивое уравнение неразрывности (1.6) $div\mathbf{v} = 0$**, поэтому все расчеты, выполнениые с применением уравнений (1.5) и (1.6) являются априори фальшивыми!**

Доказанная выше теорема и применения закона сохранения массы (*) в виде (6.2), (6.3) являются **физическими и теоретическими обоснованиями того факта, что в моделировании фильтрации надо исходить из уравнений Навье**

$$\rho \frac{dv_i}{dt} + v_i J = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{k}{k'}\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) + \rho F_i, i, j = 1,2,3,$$

и уравнения неразрывности с учетом стоков и источников массы

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div \rho \mathbf{v} = J$$

Примечание. В уравнениях Навье в сплошном потоке вязкой жидкости используется динамическая вязкость $\frac{k}{k'} = \mu.$

7. Включение в уравнения коэффициента пористости среды.

Пористость грунта естественным образом влияет на определение коэффициента трения. Частицы жидкости при движении в грунте с коэффициентом пористости $0 < s < 1$ испытывают торможение от соприкосновения с твердыми частицами грунта, что значительно увеличивает силу трения $\mathbf{F}_{mp} = -\frac{k}{s}\mathbf{v}.$

В результате изложенный выше вывод уравнений динамики для пористых сред принимает вид

$$\rho \frac{dv_i}{dt} + v_i J = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{k}{k'}\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) + \rho F_i, i, j = 1,2,3, \frac{k}{k'} = \mu$$

Коэффициент пористости также учитывается в уравнении неразрывности

$$\frac{\partial s\rho}{\partial t} + div \rho \mathbf{v} = J$$

Выводы

Уравнения «закона Дарси» для пространственной фильтрации являются фальшивыми, так как противоречат 2-му закону Ньютона, законам сохранения массы и энергии. Следовательно, фальшивыми являются результаты расчетов с применениями уравнений «закона Дарси».

Теорема и закон сохранения массы (*) (6.2), (6.3) являются физическими и теоретическими обоснованиями применения в теории фильтрации уравнений Навье в форме

$$\rho\frac{dv_i}{dt}+v_iJ=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\frac{\mu}{s}\frac{\partial v_i}{\partial x_j})+\rho F_i, i,j=1,2,3,$$

и уравнения неразрывности с учетом стоков или источников массы

$$\frac{\partial s\rho}{\partial t}+div\rho\mathbf{v}=J$$

Если фильтрация происходит под давлением $p(x,y,z_0,t)=p_0$ **на поверхности** $z=z_0$**, граничные условия должны быть заданы только для 2-х проекций скорости** $u(x,y,z_0,t)=u_0, v(x,y,z_0,t)=v_0$**, а третья компонента скорости вычисляется из аппроксимации уравнения неразрывности** $\frac{\partial\rho w}{\partial z}=J-\frac{\partial s\rho}{\partial t}-\frac{\partial\rho u}{\partial x}-\frac{\partial\rho v}{\partial y}$.

Алгоритмы численной реализации данной модели изложены в [12], [20].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод -М.: Изд-во “Наука”**,** 1977г. С.664.

[2] Darcy H. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Paris, 1856.

[3] Джакупов К.Б. Генеалогии уравнений Стокса и Навье. Степенные реологические законы и уравнения // Известия НАН РК, сер.ф.-м., 3(313), май-июнь 2017г. с.64-80.ISSN 2518-1726.

[4] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.-М.: «Наука», 1973г. С.783.

[5] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.- М.: «Наука», 1974г.С.711.

[6] Аравин В.И. и Нумеров С.Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. - М.: Гостехиздат. 1953г. С.616.

[7] Nied D.A., Bejan A. Convection in Porous Media. N. Y. etc: Springer, 1992. 408p.

[8] Нумеров С.Н. О необходимости учета сил инерции в основных уравнениях теории фильтрации// В сб.: Вопр. прикладной математики и геометрического моделирования. Ленингр. инж.-стр. ин-т, 1962г., с.18-21.

[9] Hirt C.W. and Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries// J.Comput.Phys.,1981,Vol.39,pp.201-225.

[10] Jakupov K.B. RHEOLOGICAL LAWS OF VISCOUS FLUID DYNAMICS // Известия НАН РК, сер.физ.-мат., 1(293), январь-февраль 2014г. с.51-55. ISSN 1991-346X

[11] U.Piomelli. Large-eddy simulation: achievements and challengs // Progress in Aerospace Sciences 35 (1999) 335-362.

[12] Джакупов К.Б. Ликвидация фальсификаций и модернизация основ механики сплошной среды-А:Типография «Ғылым Ордасы», 2017г. 439с

[13] Spalart P. R.: Strategies for turbulence modelling and simulations, Int.J. Heat Fluid Flow, 21, pp. 2, (2000).

[14] Джакупов К.Б. Моделирование термобародиффузий с химическими реакциями в жидкостях и газах // Известия НАН РК, серия физ.-мат., 6(310), ноябрь-декабрь 2016 г.с.80-88. ISSN 2518-1726.

[15] Egorov, Y, Menter, F.R. and Cokljat D.: Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Flow Predictions. Part 2: Application to Aerodynamic Flows, companion paper, J. Flow Turbulence and Combustion, Vol. 85, No. 1.

[16] Джакупов К.Б. О $k-\varepsilon$, LES, Рейнольдси и степенных моделях // Известия НАН РК, серия физ.-мат.,1(311) январь-февраль 2017 г.с.144-159. ISSN 2518-1736.

[17] Menter, F.R., Egorov, Y, (2010): The Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 1: Theory and Model Description, J. Flow Turbulence and Combustion, Vol. 85, No. 1

[18] Jakupov K.B. About gipotese of Stokes and rheological laws. -Almaty "Gylym Ordasy", P.172.

[19] Strelets, M.: Detached Eddy Simulation of massively separated flows. AIAA Paper 2001-879, (2001).

[20] Джакупов К.Б. Коррекции теоретических парадоксов механики сплошной среды-А:Типография «Ғылым Ордасы», 2015г. 416 с.

REFERENCES

[1] Polubarinova-Kochina P.Ya. Theory of groundwater movement -M .: Publishing house "Science", **1977**. 664p.

[2] H.Darcy. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Paris, **1856.**

[3] Jakupov K.B. Genealogy of the Stokes and Navier equations. Degree rheological Laws and equations // Proceedings of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, ser.f.-m., 3 (313), May-June **2017**. p.64-80. ISSN 2518-1726.

[4] Loitsyansky LG Mechanics of fluid and gas.-M .: Nauka, **1973.**

[5] Schlichting G. The theory of the boundary layer .- M .: Nauka, **1974,** p.711.
[6] Aravin V.I. And Numerov SN Theory of motion of liquids and gases In an undeformable porous medium. - Moscow: Gostekhizdat. **1953**.616p.
[7] Nied D.A., Bejan A. Convection in Porous Media. N. Y. etc: Springer, **1992**. 408p.
[8] Numerov SN On the need to take into account the forces of inertia in the basic equations of the theory Filtration // In the collection: Vopr. Applied mathematics and geometric Modeling. Leningr. Ing.-P. In-t, **1962,** p.18-21.
[9] C.W.Hirt and B.D.Nichols. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries// J.Comput.Phys.,**1981**,Vol.39, pp.201-225.
[10] Jakupov K.B. RHEOLOGICAL LAWS OF VISCOUS FLUID DYNAMICS // Izvestiya NAS of RK, ser.fiz.-mat., 1 (293), January-February **2014**. p.51-55. ISSN 1991-346X
[11] U.Piomelli. Large-eddy simulation: achievements and challengs // Progress in Aerospace Sciences 35 (1999) 335-362.
[12] Jakupov K.B. Elimination of falsifications and modernization of the foundations of mechanics of continuous-A: The printing house "The White Orders", **2017**. 439p.
[13] Spalart P. R.: Strategies for turbulence modelling and simulations, Int.J. Heat Fluid Flow, 21, pp. 2, (**2000**).
[14] Jakupov K.B. Modeling of thermobarodiffusion with chemical reactions in Fluids and gases // Izvestiya NAS RK, series of Physics and Mathematics, 6 (310), November-December. **2016** p.80-88. ISSN 2518-1726.
[15] Egorov, Y, Menter, F.R. and Cokljat D.: Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Flow Predictions. Part 2: Application to Aerodynamic Flows, companion paper, J. Flow Turbulence and Combustion, Vol. 85, No. 1.
[16] Jakupov K.B. About, LES, Reynoldsi and power models // Izvestiya NAS RK, series of Physics and Mathematics, 1 (311) January-February **2017**, p.144-159. ISSN 2518-1736.
[17] Menter, F.R., Egorov, Y, (2010): The Scale-Adaptive Simulation Method for Unsteady Turbulent Flow Predictions. Part 1: Theory and Model Description, J. Flow Turbulence and Combustion, Vol. 85, No. 1
[18] Jakupov K.B. About gipotese of Stokes and rheological laws. – Almaty: "Gylym Ordasy", 172p.
[19] Strelets, M.: Detached Eddy Simulation of massively separated flows. AIAA Paper 2001-879, (**2001**).
[20] Jakupov K.B. Corrections of theoretical paradoxes of mechanics continuous Wednesday-A: Typography "The White Ordas", **2015**. 416p.

К. Б. Жақып-тегі

ҚР БҒМ Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан

«Дарси ЗАҢЫНЫҢ» СҮЗГІ ТЕОРИЯСЫНДАҒЫ КОМПИЛЯТИВТІГІ

Аннотация. Кеңістік сүзгі теориясында «Дарси заңын» қолдануы репрезентативтік еместігінің мөселесі қойылған. Сығылмайтын тұтқырлы сұйықтықтың Навье теңдеулерінің көпөлшемелі «Дарси заңының» теңдеулеріне алмастырылғаны тыңғылықты жарықталған. «Дарси заңының» теңдеулері үйкеліс заңына және Ньютонның екінші заңына қарсы келетіндігі көрсетілген. Көпөлшемелі «Дарси заңының» теңдеулерінің сығылмайтын сұйықтықтардың дәрмендік (құйынсыз) ағыстарына сәйкес екендігі орнатылған, оның тұтқырлы сұйықтықтардың теориясына қарсы келетіндігі көрсетілген. «Дарси заңының» теңдеулері 1-ші дәрежелі туындылардан құрастырылғаны факт екені мәлімет, оның салдарынан шекаралық шарттар қоюда қайшыланған мәселелер шығатыны көрсетілген. «Дарси заңында» тек қана бір өлшемелі стационар ағыстарда физиканың үш заңы бірдей орындалады, егерде бірөлшемелі сүзуді идеалдық сұйықтықтардың Эйлер теңдеулерімен модельдесе және үзіліссіздік теңдеуінде массаның көлеммен уақыттың бірдіктерінде жоғалтуын немесе қосылуын ескерсе. Осыны негіздеп тұтқырлы сұйықтықтардың сүзілуін Навье теңдеулерімен модельдеу ұсынылған.

Тірек сөздер: сүзгі, қысым, жылдамдық, үдеу.

Сведения об авторе:
Джакупов Кенес Бажкенович - доктор физико-математических наук, профессор, академик РАЕ.
Служебный адрес: РГП Институт математики и математического моделирования КМ МОН РК, 050010, ул.Пушкина,125, г.Алматы, Казахстан.