

**NEWS****OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN****SERIES OF GEOLOGY AND TECHNICAL SCIENCES**

ISSN 2224-5278

Volume 6, Number 444 (2020), 203 – 212

<https://doi.org/10.32014/2020.2518-170X.148>

UDC 532.543.541

IRSTI 30.17.51

**E. A. Nysanov<sup>1</sup>, Zh. S. Kemelbekova<sup>1</sup>, O. M. Ibragimov<sup>1</sup>,  
A. E. Kozhabekova<sup>1</sup>, M. Osman<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan;

<sup>2</sup>University Putra Malaysia, Serdang, Selangor, Malaysia.

E-mail: kemel\_zhan@mail.ru, us-ibr@mail.ru, kozh-3@mail.ru

## **CALCULATION OF TWO-SPEED FLOW OF TWO-PHASE OPEN FLOW**

**Abstract.** In this article the mathematical model of unsteady flow the two-phase open stream taking into account the redistribution of the particulate concentration, the depth of flow and water filtration on the bottom of the channel, and also created an efficient method of calculation. In this case, the two-speed flow is considered, i.e. the presence of the longitudinal and vertical components of the phase velocities is taken into account, and we also believe that the flow parameters along the flow do not change. Initial and boundary conditions are established based on theoretical and empirical formulas, which are widely used in practice. The flow in open channels is non-pressurized, occurs under the influence of gravity and is characterized by the fact that the flow has a free surface. At the initial moment of time, we consider the flow to be uniform in the longitudinal direction and all parameters are set by known theoretical and empirical formulas. At the bottom of the channel for longitudinal velocity component of the water use condition of adhesion, and for the longitudinal velocity component of solid phase condition for the shift and believe the known concentrations of solid particles, and vertical components of velocity the phases of the filtering conditions (for water), and hydraulic size (for solid particles). On the free surface, we consider that there are no solid particles, and for the longitudinal components of the phase velocities we neglect the force of air friction, and for the vertical components of the phase velocities we use the condition of non-uniformity of the free surface in time. On the basis of the developed mathematical model and the created method of calculation, the changes of the main parameters in the depth of the flow and in time are determined.

**Key words:** Non-stationary flow, two-phase flow, free surface, incompressible medium, true density, reduced density, concentration, viscosity coefficient, interaction coefficient between phases, filtration.

**Introduction.** In recent years, some progress has been made in hydro-mechanics in the field of research of flow dynamics in open channels [1]. However, these models do not fully cover the physics of the process, since the water used for irrigation is inhomogeneous and contains certain amounts of solid particles [2]. The appearance of a small number of solid particles in the flow, as is known, significantly changes the nature and structure of the processes [3,4]. At the same time, new macroscopic parameters appear, in particular, the given densities, the interacting forces between the phases, as well as other mechanical characteristics. These flow parameters violate the basic law of conservation of the components of the mixture, the components interact, which causes a redistribution of speed, concentrations of individual components, changes the flow rate of the mixture. From the variety of multiphase media, dispersed flows can be distinguished that have a relatively regular character and represent a mixture of several phases, one of which is various inclusions (drops, bubbles, solid particles), i.e. aerosols, fogs, bubble liquids, suspensions, etc.

We consider a non-stationary two-speed flow of a two-phase open stream, taking into account the redistribution of the concentration of solid particles in the depth of the stream and water filtration at the bottom of the channel. The purpose of the article is to compare the results of a non-stationary two-speed

flow with the results of a previously studied one-speed flow [5,6]. To describe the flow of a two-phase medium, an "interpenetrating" model is used, based on the following assumptions: there is no interphase transition; for each phase, the equation includes terms that characterize the interaction between the phases; each phase is taken as a separate continuous medium and is described by separate equations [3,4].

**Problem statement.** On the basis of "interpenetrating" model to develop a model of unsteady two-speed two-phase flow open flow with account of redistribution of the particulate concentration, the depth of flow and water filtration on the bottom of the channel, and is also an effective method of calculation.

**Method of solution.** When developing the mathematical model, the "interpenetrating" model of a multiphase medium is used for dispersed flows that have a relatively regular character. As a mathematical apparatus used: for linearization of nonlinear terms, the method of simple iteration[7]; for partial differential equations, the method of finite differences, using a two-layer six-point implicit scheme with weight and a two-layer four-point implicit scheme with symmetrized derivatives, and for solving the obtained systems of algebraic equations, the method of matrix run; for the solution of an ordinary differential equation describing the change in the wavelength of the wave front, the Runge-Kutta method is of the fourth order of accuracy. The computer mathematics environment Mathcad was used for processing numerical data.

**Main part.** The "interpenetrating" model was used to study the problem [3,4]:

$$\begin{aligned} \rho_n \frac{\partial u_n}{\partial t} + \rho_n u_n \frac{\partial u_n}{\partial x} + \rho_n v_n \frac{\partial u_n}{\partial y} &= -f_n \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2f_n \mu_n \left( \frac{\partial u_n}{\partial x} - \frac{1}{3} \operatorname{div} V_n \right) \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[ f_n \mu_n \left( \frac{\partial u_n}{\partial y} + \frac{\partial v_n}{\partial x} \right) \right] + \sum_{i=1}^2 K(u_i - u_n) + \rho_n X_n, \\ \rho_n \frac{\partial v_n}{\partial t} + \rho_n u_n \frac{\partial v_n}{\partial x} + \rho_n v_n \frac{\partial v_n}{\partial y} &= -f_n \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ f_n \mu_n \left( \frac{\partial u_n}{\partial y} + \frac{\partial v_n}{\partial x} \right) \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2f_n \mu_n \left( \frac{\partial v_n}{\partial y} - \frac{1}{3} \operatorname{div} V_n \right) \right] + \sum_{i=1}^2 K(v_i - v_n) + \rho_n Y_n, \end{aligned} \quad (1)$$

and the continuity equation

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_n u_n) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_n v_n) &= 0, \\ f_1 + f_2 = 1, \rho_n &= \rho_n i f_n, \end{aligned} \quad (2)$$

where  $\rho_n, \rho_{ni}$  – reduced and true densities of the n-th phase, respectively ( $n=1,2$ );  $u_n$  – longitudinal component of the n-phase velocity;  $v_n$  – vertical component of the n-phase velocity;  $f_n$  – concentration (volume content ) of the n-th phase;  $p$  – pressure;  $\mu_n$  – the coefficient of viscosity of the n-th phase;  $K$  – coefficient of interaction between phases;  $X_n, Y_n$  - components of the mass forces of the n-th phase;  $x, y$  – coordinate axes along the flow and along the depth of the flow, respectively;  $t$  – time.

$$\operatorname{div} V_n = \frac{\partial u_n}{\partial x} + \frac{\partial v_n}{\partial y}$$

Consider the two-speed case when there are no mass forces and the flow parameters along the flow do not change. The flow in open channels is non-pressurized and occurs under the influence of gravity [8]. Then the system of equations (1), (2) will take the form:

$$\rho_n \frac{\partial u_n}{\partial t} + \rho_n v_n \frac{\partial u_n}{\partial y} = \mu_n \frac{\partial}{\partial y} \left( f_n \frac{\partial u_n}{\partial y} \right) + \sum_{i=1}^2 K(u_i - u_n), \quad (3)$$

$$\rho_n \frac{\partial v_n}{\partial t} + \rho_n v_n \frac{\partial v_n}{\partial y} = \frac{4}{3} \mu_n \frac{\partial}{\partial y} \left( f_n \frac{\partial v_n}{\partial y} \right) + \sum_{i=1}^2 K(v_i - v_n),$$

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_n v_n) = 0, \quad (4)$$

$$f_1 + f_2 = 1, \rho_n = \rho_n i f_n .$$

If we write a system of equations (3) for each phase separately, we get:

$$\begin{aligned}
 \rho_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} + \rho_1 v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} &= \mu_1 \frac{\partial}{\partial y} \left( f_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) + Ku_2 - Ku_1, \\
 \rho_2 \frac{\partial u_2}{\partial t} + \rho_2 v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} &= \mu_2 \frac{\partial}{\partial y} \left( f_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) + Ku_1 - Ku_2, \\
 \rho_1 \frac{\partial v_1}{\partial t} + \rho_1 v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} &= \frac{4}{3} \mu_1 \frac{\partial}{\partial y} \left( f_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + Kv_2 - Kv_1, \\
 \rho_2 \frac{\partial v_2}{\partial t} + \rho_2 v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} &= \frac{4}{3} \mu_2 \frac{\partial}{\partial y} \left( f_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) + Kv_1 - Kv_2.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Equation (4) for the concentration of solid particles will take the following form:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (f_2 v_2) &= 0, \\
 f_1 + f_2 &= 1.
 \end{aligned} \tag{6}$$

The flow in open channels differs in that the flow has a free surface. If the free surface  $H$  in the transverse direction (in the direction of the z axis) is horizontal and does not change along the flow, then  $H=H(t)$ . Then according to the conclusions of work [1] for a free surface we get

$$\frac{dH}{dt} = V, H(0) = H_0$$

where  $V$  - filtration rate (absorption).

As a result, we obtain a closed system of equations (5-6) with respect to  $u_1, u_2, v_1, v_2, f_2$ . Consider the initial and boundary conditions for the resulting system of equations. At the initial moment of time ( $t = 0$ ), we consider the flow to be uniform in the longitudinal direction and all parameters are given by known theoretical and empirical formulas, i.e.

$$u_1 = u_{10}(y), u_2 = u_{20}(y), v_1 = v_{10}(y), v_2 = v_{20}(y), f_2 = f_{20}(y), \text{ with } t = 0,$$

At the bottom of the channel for longitudinal velocity component of the water use condition of adhesion, and for the longitudinal velocity component of solid phase condition for the shift and believe the known concentrations of solid particles

$$u_1 = 0, u_2 + l_0 \frac{\partial u_2}{\partial y} = 0, f = f_2^0 \text{ with } y = 0,$$

and for the vertical components of the phase velocities of the filtration conditions (for water) and the deposition of solid particles in standing water, i.e.

$$v_1 = V, v_2 = V_k \text{ with } y = 0.$$

$l_0$  - offset path length;  $V_k$  - the rate of precipitation of solid particles in standing water, i.e. hydraulic size.

There are no solid particles on the free surface, and for the longitudinal components of the phase velocities we neglect the force of air friction, that is, the force of air friction.

$$\frac{\partial u_1}{\partial y} = 0, \frac{\partial u_2}{\partial y} = 0, f_2 = 0, \text{ with } y = H(t).$$

and for the vertical components of the phase velocities, we use the condition of unevenness of the free surface in time, i.e.

$$v_1 = \frac{dH}{dt}, v_2 = \frac{dH}{dt} \text{ with } y = H(t).$$

Thus, the initial and boundary conditions will have the form:

$$u_1 = u_{10}(y), u_2 = u_{20}(y), v_1 = v_{10}(y), v_2 = v_{20}(y), f_2 = f_{20}(y), \text{ with } t = 0,$$

$$u_1 = 0, u_2 + l_0 \frac{\partial u_2}{\partial y} = 0, v_2 = V, v_2 = V_k, f = f_2^0 \text{ with } y = 0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial y} = 0, \frac{\partial u_2}{\partial y} = 0, v_1 = \frac{dH}{dt}, v_2 = \frac{dH}{dt}, f_2 = 0 \text{ with } y = H(t).$$

The length of the path of displacement  $l_0$  can be established on the basis of empirical data. For this purpose, in particular, the empirical Bazin formula can be used [1]. Many theoretical and empirical formulas have been proposed by different authors for the filtration rate (absorption). The most widespread formula was A. N. Kostyakov [1]. It should be noted the work of V. N. Goncharov, who gave empirical formulas of hydraulic size  $V_k$ , generalizing experimental materials of other studies [9].

The length of the lag of the wave front  $l(t)$  related to the average flow rate  $U_{cm}$  the following equation

$$\frac{dl}{dt} = U_{cm}(t), \quad (8)$$

which is solved with the initial condition  $l(0) = 0$ . The time corresponding to the length is the time when the wave front reaches the distance  $l$ .

The obtained problem (5-6) with boundary conditions (7) is solved according to the calculation method given in [1]. First let's go to dimensionless quantities:

$$u_1^* = \frac{u_1}{U}, u_2^* = \frac{u_2}{U}, v_1^* = \frac{v_1}{U}, v_2^* = \frac{v_2}{U}, y^* = \frac{y}{H(t)}, t^* = \frac{t}{T}$$

moreover, the nonlinear terms are linearized using the simple iteration method, i.e. taking the value from the previous time layer. Then the system of equations (5-6) will take the form (in the future, for simplicity, omit the asterisks)

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1}{\partial t} = a_1^{(S)} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + a_2^{(S)} \frac{\partial u_1}{\partial y} + a_3^{(S)} u_1 + a_4^{(S)}, \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} = b_1^{(S)} \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} + b_2^{(S)} \frac{\partial u_2}{\partial y} + b_3^{(S)} u_2 + b_4^{(S)}, \\ \frac{\partial v_1}{\partial t} = c_1^{(S)} \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} + c_2^{(S)} \frac{\partial v_1}{\partial y} + c_3^{(S)} v_1 + c_4^{(S)}, \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} = d_1^{(S)} \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} + d_2^{(S)} \frac{\partial v_2}{\partial y} + d_3^{(S)} v_2 + d_4^{(S)}, \\ \frac{\partial f_2}{\partial t} = e_1^{(S)} \frac{\partial f_2}{\partial y} + e_2^{(S)} f_2 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

where  $S$  - the iteration number,  $U, T$  - is the specified characteristic values of speed and time, respectively.

$$\begin{aligned} a_1^{(S)} &= \frac{\mu_1^T}{\rho_{1i} H^2}, a_2^{(S)} = \left( \frac{\mu_1}{\rho_{1i} f_1^{(S)}} \frac{\partial f_1^{(S)}}{\partial y} - v_1^{(S)} \right) \frac{T}{H}, a_3^{(S)} = -\frac{KT}{\rho_{1i} f_1^{(S)}}, a_4^{(S)} = \frac{K}{\rho_{1i} f_1^{(S)}} u_2^{(S)}, \\ b_1^{(S)} &= \frac{\mu_2^T}{\rho_{2i} H^2}, b_2^{(S)} = \left( \frac{\mu_2}{\rho_{2i} f_2^{(S)}} \frac{\partial f_2^{(S)}}{\partial y} - v_2^{(S)} \right) \frac{T}{H}, b_3^{(S)} = -\frac{KT}{\rho_{2i} f_2^{(S)}}, b_4^{(S)} = \frac{K}{\rho_{2i} f_2^{(S)}} u_1^{(S)}, \\ c_1^{(S)} &= \frac{4}{3} \frac{\mu_1^T}{\rho_{1i} H^2}, c_2^{(S)} = \left( \frac{4}{3} \frac{\mu_1}{\rho_{1i} f_1^{(S)}} \frac{\partial f_1^{(S)}}{\partial y} - v_1^{(S)} \right) \frac{T}{H}, c_3^{(S)} = -\frac{KT}{\rho_{1i} f_1^{(S)}}, c_4^{(S)} = \frac{K v_2^{(S)}}{\rho_{1i} f_1^{(S)}}, \\ d_1^{(S)} &= \frac{4}{3} \frac{\mu_2^T}{\rho_{2i} H^2}, d_2^{(S)} = \left( \frac{4}{3} \frac{\mu_2}{\rho_{2i} f_2^{(S)}} \frac{\partial f_2^{(S)}}{\partial y} - v_2^{(S)} \right) \frac{T}{H}, d_3^{(S)} = -\frac{KT}{\rho_{2i} f_2^{(S)}}, d_4^{(S)} = \frac{K v_1^{(S)}}{\rho_{2i} f_2^{(S)}}, \\ e_1^{(S)} &= \frac{v_2^{(S)} T}{H}, e_2^{(S)} = \frac{\partial v_2^{(S)}}{\partial y} \frac{T}{H}. \end{aligned}$$

System (9) is solved as follows. First, a system composed of the first two equations is solved. Introducing a vector  $\vec{Y} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$  we bring these equations to the vector-matrix form

$$\frac{\partial \vec{Y}}{\partial t} = A^* \frac{\partial^2 \vec{Y}}{\partial y^2} + B^* \frac{\partial \vec{Y}}{\partial y} + C^* \vec{Y} + \vec{D}^* \quad (10)$$

where

$$A^* = \begin{pmatrix} a_1^{(S)} & 0 \\ 0 & b_1^{(S)} \end{pmatrix}, B^* = \begin{pmatrix} a_2^{(S)} & 0 \\ 0 & b_2^{(S)} \end{pmatrix}, C^* = \begin{pmatrix} a_3^{(S)} & 0 \\ 0 & b_3^{(S)} \end{pmatrix}, \vec{D}^* = \begin{pmatrix} a_4^{(S)} \\ b_4^{(S)} \end{pmatrix},$$

Having performed similar operations with initial and boundary conditions for the function  $u_1$  and  $u_2$ , receive

$$\begin{cases} \vec{Y} = \vec{Y}_0 \text{ with } t = 0, \\ A_0 \frac{\partial \vec{Y}}{\partial y} + B_0 \vec{Y} = \vec{D}_0 \text{ with } y = 0, \\ A_1 \frac{\partial \vec{Y}}{\partial y} + B_1 \vec{Y} = \vec{D}_1 \text{ with } y = 1. \end{cases} \quad (11)$$

here

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & l_0 \end{pmatrix}, B_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \vec{D}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \vec{D}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

**Results.** The boundary value problem (10), (11) is solved by the finite difference method. In this case we use a two layer six point implicit scheme with weight  $\sigma^*$  [10].

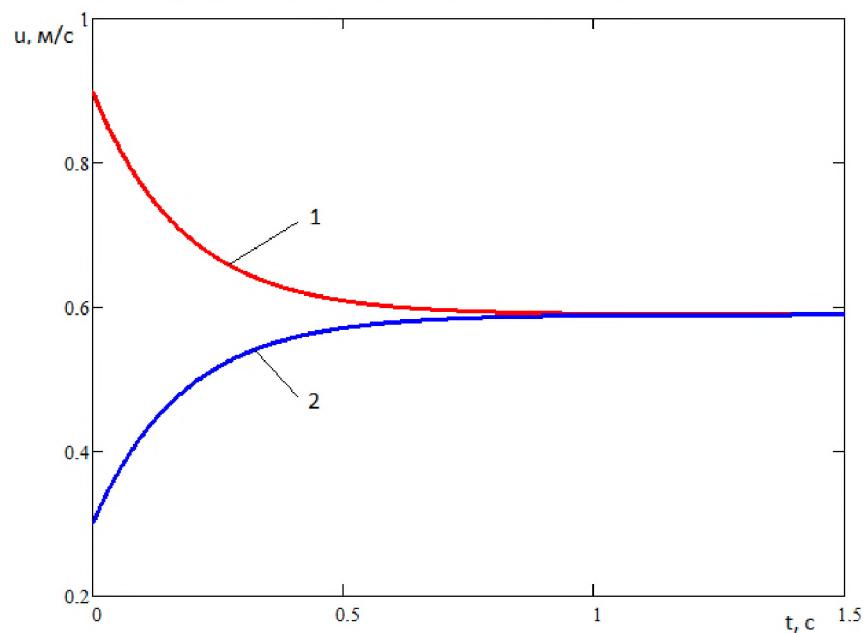
With the selected weight value  $\sigma^* = 0,5$  the applied scheme has an approximation order  $O((\Delta t)^2 + (\Delta y)^2)$  and is sustainable. The iterative process is repeated until the convergence condition is met.

Similarly, a system composed of the third and fourth equations (9) is solved and we define  $v_1, v_2$ . Last equation (9) with the appropriate conditions from (7) solved by the finite difference method. In this case, we use a two-layer four-point implicit scheme with symmetrized derivatives [11]. The length of the wave front is determined from the solution of the Cauchy's problem (8) [12].

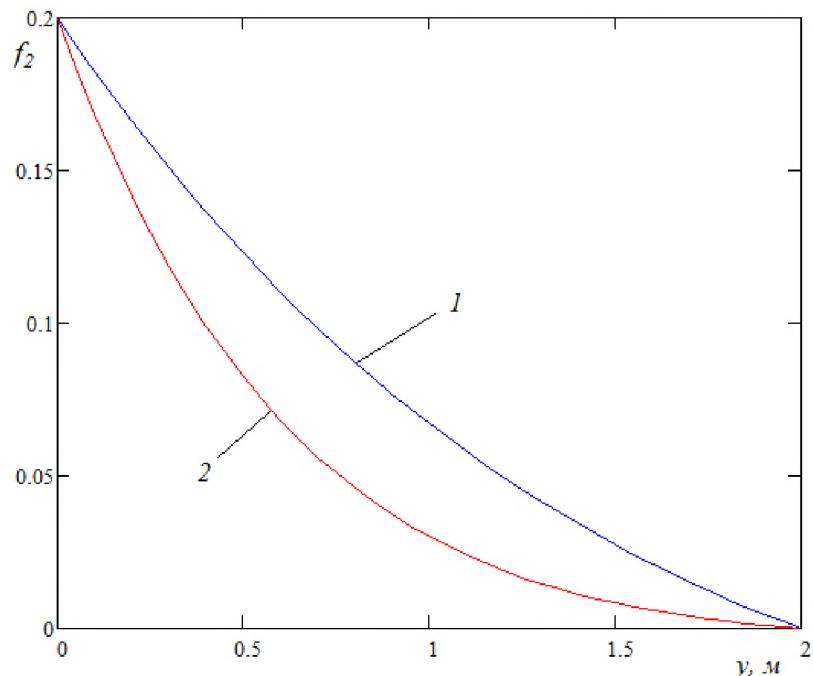
Calculations were performed with the following initial data and the numerical results were processed in the environment Mathcad [13]:

$$\begin{aligned} H_0 &= 2 \text{ m}, u_1^0 = 0,9 \text{ m/c}, u_2^0 = 0,3 \text{ m/c}, v_1^0 = 0,01 \text{ m/c}, v_2^0 = 0,2 \text{ m/c}, \\ \rho_{1i} &= 100 \text{ kg} \cdot \text{c}^2 / \text{m}^4, \rho_{2i} = 250 \text{ kg} \cdot \text{c}^2 / \text{m}^4, f_2^0 = 0,2 \\ \mu_1 &= 1,024 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{c} / \text{m}^2, \mu_2 = 25 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{c} / \text{m}^2, \Delta t = 0,01, \Delta y = 0,01, \\ \varepsilon &= 10^{-4}, K = 200 \text{ kg} \cdot \text{c} / \text{m}^4; 350 \text{ kg} \cdot \text{c} / \text{m}^4, U = 1 \text{ m/c}, T = 600 \text{ c}. \end{aligned}$$

**Discussion.** The results are presented in the form of graphs. The analysis of the obtained results shows that the results relative to the previously studied one-speed flow are qualitatively confirmed for the two-speed flow, but some parameters differ quantitatively. Over time, the longitudinal velocities of the phases tend to the same constant number. In this case, the longitudinal speed of the phase with a higher initial speed is always greater than this number, and the longitudinal speed of the phase with a lower initial speed is always less (figure 1). With an increase in the initial average velocity of the mixture, the distribution of the concentration of solid particles over the depth of the flow becomes more uniform (figure 2). As the phase interaction coefficient increases, the deposition rate of solid particles decreases, i.e. their concentration increases (figure 3). The longitudinal velocities of both phases increase as they move away from the bottom of the channel and reach their maximum values on the free surface (figure 4).

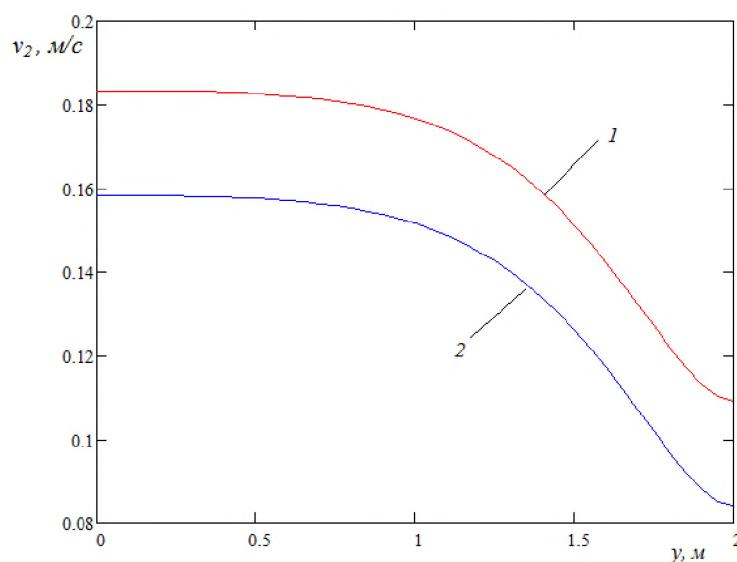


1-longitudinal speed of the first phase; 2-longitudinal speed of the second phase ( $y=1,5 \text{ m}$ )  
Figure 1 – change in longitudinal velocity over time



$$1 - U_{cm}^0 = 0,8 \text{ m/c} ; \quad 2 - U_{cm}^0 = 0,5 \text{ m/c}$$

Figure 2 – Change in the concentration of solid particles in the depth of the flow at different initial average speeds of the mixture ( $t=100\text{s}$ )



$$1 - K = 200 \text{ кг} \cdot \text{с} / \text{м}^4; \quad 2 - K = 350 \text{ кг} \cdot \text{с} / \text{м}^4$$

Figure 3 – Change in the rate of deposition of solid particles in the depth of the flow at different coefficients of interaction of phases ( $t=100s$ )

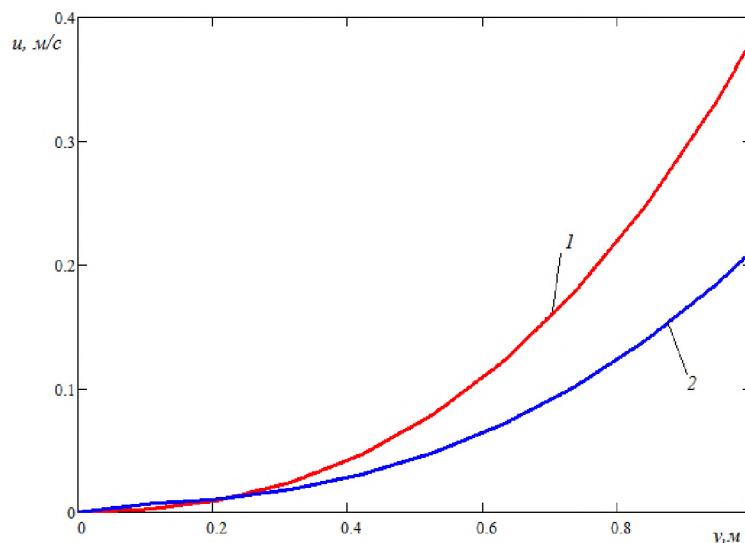


Figure 4 – Change in the longitudinal velocity of the phases in the depth of the flow ( $t=100s$ )  
1 – the speed of the first phase; 2-the speed of the second phase.

**Е. А. Нысанов<sup>1</sup>, Ж. С. Кемельбекова<sup>1</sup>, О. М. Ибрагимов<sup>1</sup>, А. Е. Қожабекова<sup>1</sup>, М. Осман<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>М. Өуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан;

<sup>2</sup>Путра университеті, Серданг, Селангор, Малайзия

#### ЕКІ ФАЗАЛЫ АШЫҚ АҒЫННЫҢ ЕКІ ЖЫЛДАМДЫҚТЫ АҒЫСЫН ЕСЕПТЕУ

**Аннотация.** Соңғы жылдарды гидромеханика саласында ашық каналдардағы ағын динамикасын зерттеу саласында белгілі бір жетістіктерге қол жеткізілді. Алайда бұл модельдер үдеріс физикасын толық қамтыймайды, ейткені суару үшін пайдаланылатын су белгілі мөлшерде қатты бөлшектерді қамтиды. Ағымда аз мөлшерде қатты бөлшектердің пайда болуы, әдетте, үдерістер сипаты мен күрылымын едәуір өзгертеді.

Бұл жағдайда жаңа макроскопиялық параметрлер пайда болады, атап айтқанда, келтірілген тығыздық, фазалар арасындағы өзара әрекеттесу күштері, сондай-ақ басқа да механикалық сипаттамалар пайда болады. Ағынның бұл параметрлері коспа компоненттері сакталуының негізгі заңдылығын бұзады, компоненттер өзара әрекеттеседі, бұл жылдамдықтың, жекелеген компоненттер концентрациясының өзгерісін тудырады, қоспаның ағы жылдамдығын өзгертеді. Қөп фазалы қоспалардың ішінен дисперсті ағынды атап айтуға болады, олардың компоненттерінің бірі әртурлі қосындылар (тамшы, көпіршік, катты бөлшектер), яғни аэрозоль, тұман, көпіршіктің сұйықтық, суспензиялар және т.б.

Макалада ағын терендігі бойынша катты бөлшектер концентрациясының таралуы және канал түбіндегі судың фильтрленуі есепке алына отырып, екі фазалы ашық ағынның стационарлы емес ағысының математикалық моделі, сондай-ақ тиімді есептеу әдісі құрылған. Сонымен катар, екі жылдамдықты ағым қарастырылған, яғни фазалар жылдамдығының горизонталь және вертикаль құраушысының бар екендігі ескерілген, сондай-ақ ағыс бойымен ағын параметрлері өзгермейді деп есептелді. Бастапқы және шекаралық шарттар практикада кең таралған теориялық-эмпирикалық формулалар негізінде беріледі. Ашық каналдардағы ағыс қысымысыз, ауырлық қүшінің әсерінен болады және ағынның еркін бетке ие болуы негізінде ерекшеленеді. Бастапқы уақытта параметрлер горизонталь бағытта біркелкі деп санаймыз және барлық параметрлер белгілі теориялық-эмпирикалық формулалармен беріледі. Су жылдамдығының горизонталь құраушысына канал түбінде жабысу, ал катты фазаның горизонталь құраушысына катты бөлшектің ығысу шарттарын, ал фазалардың вертикаль құраушыларына (су үшін) фильтрлену және шөгу (катты бөлшектер үшін) шарттарын қолданамыз. Еркін бетте катты бөлшектер жоқ деп санаймыз және фаза жылдамдығының горизонталь компоненттеріне ауаның үйкеліс қүшін есепке алмаймыз, ал фаза жылдамдығының вертикаль компоненттеріне еркін беттің уақыт бойынша біркелкі еместігін қолданамыз. Құрылған математикалық модель және есептеу әдісіне сүйене отырып, ағымның негізгі параметрлерінің өзгеруі ағыс терендігі және уақыт бойынша анықталған.

Математикалық модельді құру кезінде салыстырмалы түрде тұракты сипатқа ие дисперсті ағындар үшін көп фазалы ортаның «өзара әсер етуші» моделі қолданылды, ол келесі жорамалдарға негізделген: фазалық ауысу жоқ; әр фазага фазалардың өзара әрекеттесуін сипаттайтын мүшелер тендеуеге енгізілген; әр фаза жеке тұтас орта ретінде қабылданады және жеке тендеулермен сипатталады. Математикалық аппарат ретінде келесі әдістер қолданылды: сыйықтық емес мүшелердің сыйықтандыру үшін қарапайым итерация әдісі; дербес туындылы дифференциалдық тендеулер үшін, салмағы бар екі қабатты алты нүктелі және симметриялы туындылары бар екі қабатты төрт нүтепілі айқын емес шекті айырма әдісі, алынған алгебралық тендеулер жүйесін шешуде матрицалық қуалау әдісі; толқынның таралу ұзындығының өзгеруін сипаттайтын жай дифференциалдық тендеуді шешуде төртінші ретті дәлдікке ие Рунге-Кутта әдісі.

Нәтижелер график түрінде келтірілген. Нәтижелерді талдау көрсеткендей, бұрын зерттелген бір жылдамдықты ағынның нәтижелері екі жылдамдықты ағын үшін сапалы түрде расталған, бірақ кейір параметрлер сандық жағынан ерекшеленеді. Уақыт өте келе фазалардың горизонталь жылдамдығы бірдей тұракты санға ұмтылады. Бастапқы жылдамдығы ұлken фазаның горизонталь жылдамдығы әрқашан осы саннан жоғары болады, ал бастапқы жылдамдығы аз фазаның горизонталь жылдамдығы әрқашан осы саннан аз болады. Қоспаның (су + катты бөлшектер) жетіп бару қашықтығы таза судың жетіп бару қашықтығынан аз, яғни катты бөлшектер негізгі ағынның қозғалуына қарсы әсер етеді. Қоспаның бастапқы орташа жылдамдығының жоғарылауы арқылы катты бөлшектер концентрациясының ағыс терендігі бойынша таралуы біркелкі бола бастайды. Фазалардың өзара әрекеттесу коэффициентінің жоғарылауы негізінде катты бөлшектердің шөгу жылдамдығы төмендейді, яғни олардың концентрациясы артады. Екі фазаның да горизонталь жылдамдығы канал түбінен алшақтаған сайын ұлғаяды және еркін бетте ең үлкен мәнге жетеді. Құрылған модель және алынған нәтижелер ашық арналардағы тұтқыр екі фазалы ортаның стационар емес ағымының негізгі гидродинамикалық заңдылықтары мен ерекшеліктерін анықтайды және оларды суды үнемді пайдалану мәселелерін шешуде, сонымен катар су шығыны мен суару арналарының шөгіндісімен күресу шараларында қолдануға болады.

**Түйін сөздер:** стационарлы емес ағым, екі фазалы ағым, еркін бет, қысылмайтын орта, шынайы тығыздық, келтірілген тығыздық, концентрация, тұтқырлық коэффициенті, фазалар арасындағы өзара әрекеттесу коэффициенті, сүзгілену.

**Е. А. Нысанов<sup>1</sup>, Ж. С. Кемельбекова<sup>1</sup>, О. М. Ибрагимов<sup>1</sup>, А. Е. Қожабекова<sup>1</sup>, М. Осман<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан;

<sup>2</sup>Университет Путра Малайзия, Серданг, Селангор, Малайзия

## РАСЧЕТ ДВУХСКОРОСТНОГО ТЕЧЕНИЯ ДВУХФАЗНОГО ОТКРЫТОГО ПОТОКА

**Аннотация.** За последние годы в гидромеханике достигнуты определенные успехи в области исследований динамики потоков в открытых руслах. Однако эти модели не в полной степени охватывают физику процесса, так как вода, идущая на орошение, неоднородна и содержит определенные количества твердых частиц. Появление небольшого количества твердых частиц в потоке, как известно, существенно изменяет характер и структуру процессов. При этом появляются новые макроскопические параметры, в частности приведенные плотности, взаимодействующие силы между фазами, а также другие механические характеристики. Эти параметры потока нарушают основной закон сохранения компонентов смеси, компоненты взаимодействуют, что вызывает перераспределение скорости, концентраций отдельных компонентов, изменяет расход смеси. Из многообразия многофазных сред могут быть выделены дисперсные потоки, имеющие сравнительно регулярный характер и представляющие смесь нескольких фаз, одной из которых являются различные включения (капли, пузырьки, твердые частицы), т.е. аэрозоли, туманы, пузырьковые жидкости, взвеси и т.д.

Нами рассматривается нестационарное двухскоростное течение двухфазного открытого потока с учетом перераспределения концентрации твердых частиц по глубине потока и фильтрации воды на дне канала. В данной статье разработана математическая модель нестационарного течения двухфазного открытого потока с учетом перераспределения концентрации твердых частиц по глубине потока и фильтрации воды на дне канала, а также создан эффективный метод расчета. При этом рассматривается двухскоростное течение, т.е. учитывается наличие продольной и вертикальной составляющих скоростей фаз, а также считаем, что параметры потока вдоль течения не изменяются. Начальные и граничные условия устанавливаются исходя из теоретико-эмпирических формул, которые получили широкое распространение на практике. Течение в открытых каналах безнапорное, происходит под действием силы тяжести и отличается тем, что поток имеет свободную поверхность. В начальный момент времени течение считаем равномерным в продольном направлении и все параметры задаются известными теоретико-эмпирическими формулами. На дне канала для продольной составляющей скорости воды используем условие прилипания, а для продольной составляющей скорости твердой фазы условие смещения и считаем известной концентрацию твердой частицы, а для вертикальных составляющих скоростей фаз условий фильтрации (для воды), и осаждения (для твердых частиц). На свободной поверхности считаем твердые частицы отсутствуют и для продольных составляющих скоростей фаз пренебрегаем силой трения воздуха, а для вертикальных составляющих скоростей фаз используем условие неравномерности свободной поверхности по времени. На основе разработанной математической модели и созданного метода расчета определены изменения основных параметров по глубине потока и во времени.

При разработке математической модели использована «взаимопроникающая» модель многофазной среды для дисперсных потоков, имеющих сравнительно регулярный характер, основанная на следующих предположениях: отсутствует межфазовый переход; для каждой фазы в уравнение включаются слагаемые, характеризующие взаимодействие между фазами; каждая фаза принимается как отдельная сплошная среда и описывается раздельными уравнениями. В качестве математического аппарата применялись: для линеаризации нелинейных членов метод простой итерации; для дифференциальных уравнений в частных производных метод конечных разностей, при этом используются двухслойная шеститочечная неявная схема с весом и двухслойная четырехточечная неявная схема с симметризованными производными, а для решения полученных систем алгебраических уравнений метод матричной прогонки; для решения обыкновенного дифференциального уравнения, описывающего изменение длины добегания фронта волны метод Рунге-Кутта четвертого порядка точности.

Полученные результаты представлены в виде графиков. Анализ полученных результатов показывает, что результаты относительно ранее исследованного односкоростного течения качественно подтверждаются и для двухскоростного течения, но некоторые параметры отличаются количественно. С течением времени продольные скорости фаз стремятся к одному и тому же постоянному числу. При этом продольная скорость фазы с большей начальной скоростью всегда больше этого числа, а продольная скорость фазы с меньшей начальной скоростью всегда меньше. Расстояние добегания смеси (вода + твердые частицы) меньше, чем расстояние добегания чистой воды, т.е. твердые частицы сопротивляются продвижению основного потока. С увеличением начальной средней скорости смеси распределение концентрации твердых частиц по глубине потока становится более равномерным. С увеличением коэффициента взаимодействия фаз скорость осаж-

дения твердых частиц уменьшается, т.е. их концентрация увеличивается. Продольные скорости обеих фаз по мере удаления от дна канала увеличиваются и достигают максимальных значений на свободной поверхности. Разработанная модель и полученные результаты выявляют основные гидродинамические закономерности и особенности неустановившегося течения вязких двухфазных сред в открытых каналах и могут быть использованы при решении вопросов рационального расходования воды, а также в мероприятиях по борьбе с потоками воды и заилиениями оросительных каналов.

**Ключевые слова:** нестационарное течение, двухфазный поток, свободная поверхность, несжимаемая среда, истинная плотность, приведенная плотность, концентрация, коэффициент вязкости, коэффициент взаимодействия между фазами, фильтрация.

**Information about authors:**

Nysanov Ernazar Aidarovich, Professor, Department of Informatics, M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan; <https://orcid.org/0000-0002-6053-8262>

Kemelbekova Zhanar Satibaldievna, Associate Professor, Department of Informatics, M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan; [kemel\\_zhan@mail.ru](mailto:kemel_zhan@mail.ru); <https://orcid.org/0000-0001-9422-2509>

Ibragimov Osmanali Musakulovich, Associate Professor, Department of Informatics, M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan; [us-ibr@mail.ru](mailto:us-ibr@mail.ru); <https://orcid.org/0000-0003-2047-6711>

Kozhabekova Aiman Eskermesovna, Department of Informatics, M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan; [kozh-3@mail.ru](mailto:kozh-3@mail.ru); <https://orcid.org/0000-0001-7508-4673>

Osman M., Professor, University Putra Malaysia, Serdang, Selangor, Malaysia

**REFERENCES**

- [1] Nasonov E.A. Modeling and methods for calculating the joint problem of water flow in open channels and porous media with incomplete saturation. Monograph. Shymkent: SKSU n.a. M. Auezova, 2012. 174 p. ISBN 9965-03-181-9
- [2] Lyubimov D.V., Lyubimova T.P., Straube A.V. Accumulation of suspension particles in a liquid stream. Sat. nauch. labours'. Perm: Perm. UN-t, 2002. Vol. 13. P. 128-140.
- [3] Nekrasova E.I., Nekrasov A.K., Kholpanov L.P. Mathematical modeling of the dynamics of the dispersed phase in a square cavity under free convection // Proceedings of the Fourth Russian national conference on heat exchange. Dispersed flows and porous media. Heat exchange intensification. M.: MEI, 2006. Vol. 6. 314 p. ISBN 5-903072-27-5, ISBN 5-903072-36-4
- [4] Timofeeva A. S. Hydrodynamics of two-phase systems. Textbook for universities. Stary Oskol: TNT, 2014. 264 p. ISBN 978-5-94178-128-7
- [5] Nysanov E.A., kurakbayeva S.D., Kurakbaev D.S., Nysanov R.E. Modeling and calculation of single-speed flow of viscous two-phase (water + solid particles) media in open channels with account for changes in phase velocities along the flow depth. Vestnik ENU im. L.N. Gumilyova, 2015. N 2 (105). P. 59-64.
- [6] Nysanov E.A., Kurakbayeva S.D., Umarova Zh.R., Botayeva S.B., Makhanova Z.A. Modeling of the selecting optimum cross section of open canals // Applied Mathematics & Information Sciences, 9, N 2, 615-618, 2015.
- [7] Sembiyev O.Z., Kemelbekova Zh.S., Umarova Zh. Calculations of Excess Load on the Network (in English), 6 (438): 246-255 // News of NAS RK. Series of Geology and technical sciences, 2019. ISSN 2518-170X(Online), ISSN 2224-5278 (Print). <https://doi.org/10.32014/2019.2518-170X.176>
- [8] Barinov V.A., Butakova N.N. Propagation of waves on the free surface of a layer of a two-phase medium with a non-uniform concentration of the dispersed phase // Applied mechanics, technical physics, 2004. Vol. 45, N 4. P. 26-33.
- [9] Bratsun D.A., Teplov B.C. On parametric excitation of secondary flow in a vertical liquid layer in the presence of small solid particles. 2001. Vol. 42, N 1. P. 48-55.
- [10] Vladimirov V.S., Zharinov V.V. Equations of mathematical physics. Textbook for universities. M.: Fizmatlit, 2000. 400 p. ISBN 5-9221-0011-4
- [11] Zenkov A.V. Numerical methods. Textbook. M.: Yurayt Publishing House, 2017. 123 p. ISBN 978-5-534-04268-9
- [12] Shaldanbayev A.Sh., Shalenova S.M., Ivanova M.B., Shaldanbayeva A.A. On spectral properties of a Boundary value problem of the first order Equation with deviating Argument (in English), 5 (327): 19-38 // News of NAS RK. Series of physico-mathematical, 2019. ISSN 2518-1726(Online), ISSN 1991-346X(Print). <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.56>
- [13] Diakonov V.P. encyclopedia of Mathcad 2001i and Mathcad 11. M.: SOLON Press, 2004. 831 p. ISBN 5-98003-119-7