

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

<https://doi.org/10.32014/2020.2518-1726.61>

Volume 4, Number 332 (2020), 21 – 27

UDC 539.142

MRNTI 29.15.03

G. Khuukhenkhuu*, M. Odsuren^{2*}, J. Munkhsaikhan*,
A. Tursukh*, Ch. Saikhanbayar¹, A.T. Sarsembayeva³, M. Abyshev³

*Nuclear Research Center, National University of Mongolia, Ulaanbaatar, Mongolia;

²School of Engineering and Applied Sciences, National University of Mongolia, Ulaanbaatar, Mongolia;

³Department of Physics and Technology, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: g_khuukhenkhuu@yahoo.com; *odsuren@seas.num.edu.mn; munkhsaikhan.nrc@gmail.com;
tursukh.amgalan@gmail.com; saikhanaa.ok@gmail.com; sarsembayeva.a@kaznu.kz; medeu.abishev@kaznu.kz

TRITON CLUSTERING IN (n,t) REACTIONS

Abstract. According to the traditional definition of a nucleus, protons and neutrons in the nucleus have a roughly homogeneous distribution. At the beginning of nuclear physics it was known that nuclear clustering was extremely important in determining the structure of nuclei. The discovery of alpha-decay of heavy-nuclei initiated the idea that clusters of nucleons might be preformed prior to emission. Afterwards Gamow, Gurney and Condon described the alpha particle as undergoing quantum mechanical tunneling from inside the decaying nucleus. Furthermore, an alpha particle model with bonds connecting clusters for $N=Z$ even-even nuclei was suggested. In 1941, Margenau used a Slater determinant wave function for alpha clusters to compute an effective alpha-alpha interaction. Moreover, Morigana supposed to apply linear chains of alpha clusters for describing some states of alpha-like nuclei. Cluster structures are typically observed as excited states close to the corresponding decay threshold. The origin of this phenomenon lies in the effective nuclear interaction, but the detailed mechanism of clustering in nuclei has not yet been fully understood.

Clustering properties of nuclei would be helpful to understand both the nuclear structure and nuclear reaction mechanisms. Different kind of clusters can be in principle exist in nuclei, for example, light (two, three and four nucleons) and heavy ones. The clustering effect of nuclei has been investigated for a long time using different methods based on various theoretical approaches. However, most of these studies were devoted to the α -clustering in the α -decay, α -particle scattering, α -particle transfer and emission reactions, and molecule like α -cluster structure of light nuclei. A famous example is Be isotopes for alpha-clustering. ^8Be has a tight two-alpha cluster structure and the nucleus is unstable. If we consider another isotope of ^9Be (adding one neutron into ^8Be), the cluster structure is stabilized and the system is bound.

In the last years we have been studying the α -clustering in fast and slow neutrons induced (n, α) reactions using the statistical model and knock-on mechanism. In this work in the framework of the compound and direct reaction mechanisms, triton clustering factors (or probabilities) were first obtained for (n,t) reactions. In the case of compound mechanism, the statistical model based on the evaporation model and constant nuclear temperature approximation was used. For the direct reaction mechanism, the knock-on model was utilized. It was shown that the triton clustering factors obtained by the knock-on model are much larger than ones found by the statistical model. At the same time, the triton clustering factors for even-even target nuclei are on an average one order of magnitude lower than ones for odd-even nuclei.

In addition, the triton clustering factors are much lower than the α -clustering in (n, α) reactions at the same neutron energy range for medium-mass nuclei.

Keywords: compound mechanism, statistical model, evaporation model, constant nuclear temperature approximation, direct reaction, knock-on model, alpha-clustering, triton-clustering.

1. Introduction

Clustering properties of nuclei are useful for the understanding both the nuclear structure and nuclear reaction mechanisms [1-4]. Different kind of clusters can be in principle exist in nuclei, for example, light (two, three and four nucleons) and heavy ones. The clustering effect of nuclei has been investigated for a long time using different methods based on various theoretical approaches. However, most of these studies

were focused on the α -clustering in the α -decay, α -particle scattering, α -particle transfer and emission reactions, and molecule like α -cluster structure of light nuclei. The clusterization is usually described by a clustering factor which is defined as the probability of finding some cluster structure from several nucleons inside the nucleus. Consequently, this factor (or probability) should be less than or equal to one.

In the last years we have been studying the α -clustering in fast and slow neutrons induced (n, α) reactions using the compound and direct reaction mechanisms [5,6]. In this work the triton clustering in (n,t) reactions is first studied using the statistical and knock-on models.

2. Theoretical background

2.1. Statistical Model Formulae

In the framework of the statistical model based upon Bohr's assumption of a compound mechanism the (n,t) cross section can be expressed [7] as following:

$$\sigma_{(n,t)}^{stat} = \sigma_c(n)G(t). \quad (1)$$

Here:

$$\sigma_c(n) = \pi(R + \tilde{\lambda}_n)^2 \quad (2)$$

is the compound nucleus formation cross section, where $R = r_0 A^{1/3}$ is the target nucleus radius, $r_0 = 1.3 \cdot 10^{-13}$ cm and A is the target nucleus mass number;

$$\tilde{\lambda}_n = \frac{4.55 \cdot 10^{-13}}{\sqrt{E_n (MeV)}} (cm) \quad (3)$$

is the wavelength of the incident neutrons divided by 2π , where E_n is the neutron energy.

The triton decay probability of the compound nucleus is given by

$$G(t) = \frac{\Gamma_t}{\Gamma}, \quad (4)$$

where Γ_t and Γ are the triton and total level widths.

Using the detailed balancing principle and evaporation model [8] the triton width of level, Γ_t , is determined as following:

$$\Gamma_t = \frac{2S_t + 1}{\pi^2 \hbar^2 \rho_c(E_c)} M_t \int_{V_t}^{E_t^{max}} E_t \sigma_c(E_t) \rho_y(U_t) dE_t. \quad (5)$$

Here: S_t , M_t , E_t , and V_t are the spin, mass, energy and the Coulomb potential energy for the outgoing triton, respectively; $\rho_c(E_c)$ and $\rho_y(U_t)$ are the level densities of the compound and residual nuclei, respectively; U_t is the excitation energy of the residual nuclei; The inverse reaction cross section, $\sigma_c(E_t)$, can be determined by the semi-classical formula [7]. Then, using the nuclear entropy [9] and constant temperature approximation [7], we can get from (1), (2) and (5) the following simple formula for fast neutron induced (n,t) reaction cross section:

$$\sigma_{(n,t)}^{stat} = \pi(R + \tilde{\lambda}_n)^2 \frac{2S_t + 1}{2S_n + 1} \frac{M_t}{M_n} e^{\frac{Q_n - V_t}{\theta}}. \quad (6)$$

If we use Weizsäcker's formula for binding energy [10] and an approximation $A \gg 2$ for medium mass and heavy nuclei can obtain following formula for (n,t) reaction energy:

$$Q_{nt} = \gamma \frac{2Z - 1}{A^{1/3}} - 4\xi \frac{N - Z + 1}{A} + \varepsilon_t \quad (7)$$

where: γ and ξ the Weizsäcker's constants, N and Z are the neutron and proton numbers, respectively, of the target nucleus, $\varepsilon_t = 8.48$ MeV is the internal binding energy of triton.

The Coulomb potential energy of triton can be written [11] in the form:

$$V_t = 1.029 \frac{(Z-1)}{A^{1/3} + 3^{1/3}} (MeV). \quad (8)$$

Using the Fermi gas model for level density parameter [12], the nuclear thermodynamic temperature [7] is expressed as:

$$\Theta = \sqrt{\frac{13.5(E_n + Q_{nt})}{A}}. \quad (9)$$

So, from Eqs. (6)-(8) the (n,t) cross section can be obtained as follows:

$$\sigma_{(n,t)}^{stat} = C\pi(R + \tilde{\lambda}_n)^2 e^{-K \frac{N-Z+1}{A}}, \quad (10)$$

The parameters C and K are expressed by:

$$C = 3 \exp \left[\frac{\gamma \frac{2Z-1}{A^{1/3}} + \varepsilon_t - 1.029 \frac{(Z-1)}{A^{1/3} + 3^{1/3}}}{\Theta} \right] \quad (11)$$

and

$$K = \frac{4\xi}{\Theta}. \quad (12)$$

Formulae (9)-(12) are used for calculation of the (n,t) cross sections. So, the triton clustering factor (or probability) can be, by analogy with the spectroscopic factor [13], obtained as a ratio of experimental (n,t) cross sections for 14-15 MeV neutrons to the theoretical ones which were calculated using the one-body approximation (10):

$$\phi_t = \frac{\sigma_{(n,t)}^{exp}}{\sigma_{(n,t)}^{stat}}. \quad (13)$$

2.2. Knock-on Model Formulae

In the framework of the direct reaction mechanism and using the knock-on model, the (n,t) cross section for fast neutrons can be obtained as following:

$$\sigma(n,t) = k_t \phi_t \sigma_n^{tot}(t). \quad (14)$$

Here: k_t is the parameter of the neutron hitting the target nucleus which can be expressed by the ratio of geometric cross sections as following:

$$k_t = \frac{\pi r_t^2}{\pi(R_D^2 + r_t^2)} = \frac{3^{2/3}}{(A-3)^{2/3} + 3^{2/3}}, \quad (15)$$

where r_t is the radius of the triton; R_D is the radius of the daughter nucleus and A is the mass number of the target nucleus; ϕ_t is the triton clusterization factor; $\sigma_n^{tot}(t)$ is the total neutron cross section for the triton. So, from (14) and (15) the triton clusterization factor can be got as following:

$$\phi_t = \frac{\sigma(n,t) (A-3)^{2/3} + 3^{2/3}}{\sigma_n^{tot}(t) 3^{2/3}}. \quad (16)$$

The formula (16) is used to calculate the triton clusterization factor for (n,t) reactions.

3. Results and discussion

3.1. Triton Clustering Factors by the Statistical Model

Theoretical (n,t) cross sections calculated by the statistical model formulae (9)-(12) and experimental values taken from EXFOR data [14] are shown in figure 1.

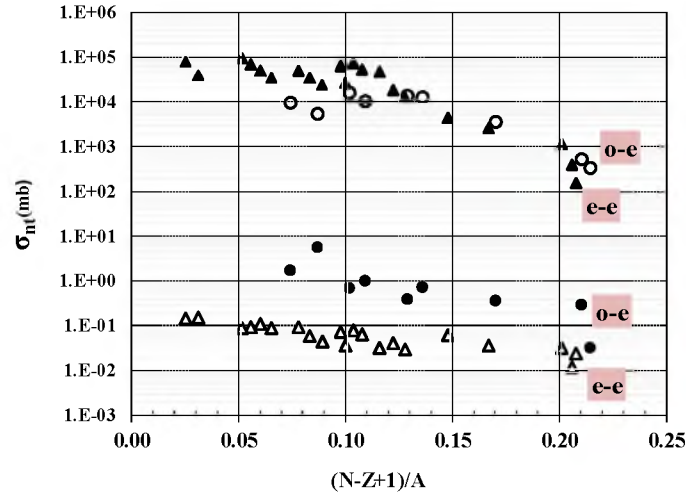


Figure 1 - Theoretical (o,▲) and experimental (●,▲) (n,t) cross sections for odd-even and even-even target nuclei versus the parameter (N-Z+1)/A

It is seen that the statistical model formulae give systematically overestimated values of the (n,t) cross sections. We assume that this fact is, perhaps, caused by triton clustering effect which was not considered in the theoretical formulas. So, the triton clustering factor was determined by formula (13). Results of such calculations by formula (13) are shown in figure 2 for odd-even and even-even nuclei.

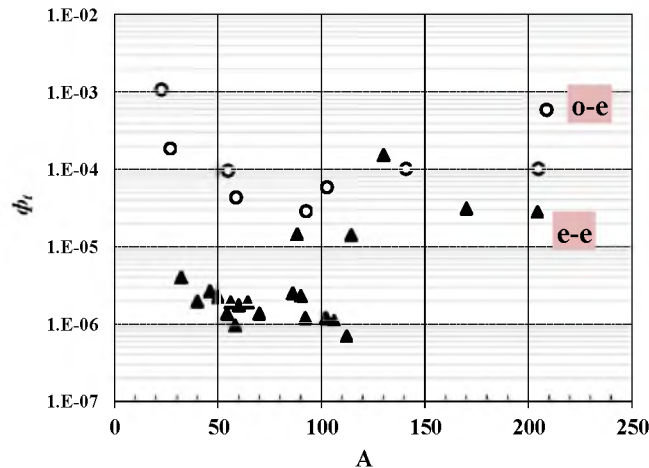


Figure 2 - The dependence of the triton clustering factors on the mass number of target nuclei: (o-odd-even and ▲-even-even nuclei)

The figure 2 shows that the triton clustering factors for even-even nuclei on an average are around 10^2 times less than ones for odd-even nuclei. This fact is, possibly, connected with odd-even composition of the triton.

3.2. Triton Clustering Factors by the Knock-on Model

Values of the triton clustering factors depending on mass numbers for odd-even and even-even target nuclei are shown in figure 3.

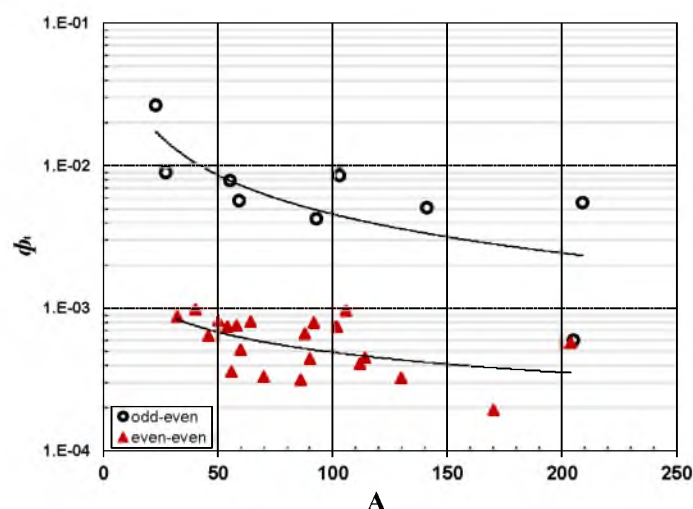


Figure 3 - The triton clustering factor versus mass number of target nuclei

It can be seen that the triton clustering factors for even-even target nuclei are on an average by one order of magnitude (~ 10 times) lower than ones for odd-even nuclei. This result can be, also, explained by the composition of triton which is odd-even. Figures 2 and 3 show that the clustering factors obtained by statistical model are on an average two order of magnitude ($\sim 10^2$) lower than ones by knock on model. This result means that in the most case the triton cluster is, probably, performed before interaction of incident neutrons with the target nuclei. At the same time, triton clustering factors are much lower than α -clustering in (n, α) reactions ($\phi_\alpha \sim 10^{-2} - 10^{-1}$) at the same energy range for medium mass nuclei [6]. It means that four nucleons clustering factor is more than three nucleons one. This difference of the clustering factors is, perhaps, caused by the difference of the α -particle and triton binding energy.

Acknowledgement

The present work was performed in the framework of the project “Nuclear Cluster Structure and Reaction Study” supported by the Mongolian Science and Technology Foundation (Contract: No.ShuSs-2019/06).

Ғ.Хуухэнхуу¹, М.Одсүрэн^{2*}, Ж.Мунхсайхан¹, А.Турсуух¹,
Ч.Сайханбаяр¹, А.Сарсембаева³, М.Абишев³

¹Ядролық физикалық зерттеу орталығы, Моңғолия ұлттық университеті, Улан-Батор, Моңғолия;

²Инженерлік және қолданбалы ғылымдар институты, Моңғолия ұлттық университеті,
Улан-Батор, Моңғолия;

³Физика-техникалық факультеті, Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Қазақстан

(n,t) РЕАКЦИЯСЫНДАҒЫ ТРИТОН-КЛАСТЕРЛЕУ

Аннотация. Ядроның дәстүрлі анықтамасына сәйкес ядроғағы протондар мен нейтрондар шамамен біркелкі таралады. Ядролық физиканың бастапқы кезеңінде ядролардың кластерленуі ядролардың құрылымын анықтау үшін өте маңызды екені белгілі болды. Ауыр ядроғағы альфа ыдырауының ашылуы нуклон кластерлерін шығарудан бұрын қалыптастыруға болатындығы туралы идеяға жол салды. Кейін Гамов, Герни және Гордон альфа бөлшегі ыдырайтын ядроның ішінен кванттық механикалық туннельден өтетіндігін сипаттады. Сонымен қатар, сиқырлы (біркелкі) $N = Z$ ядроларына арналған кластерлерді байланыстыратын альфа-бөлшектердің моделі ұсынылды. 1941 жылы Марғенау тиімді альфа-альфа өзара әрекеттесуін есептеу үшін альфа кластерлері үшін Слейтер детерминант толқынының функциясын қолданды. Сонымен қатар, Мориғана альфа тәрізді ядролардың кейбір күйлерін сипаттау үшін альфа кластерлерінің сызықты тізбегін қолдануды ұсынды. Кластерлік құрылымдар, әдетте, ыдыраудың тиісті шегіне жақын қозған күй түрінде байқалады. Бұл құбылыстың басталуы тиімді ядролық әрекеттестікке байланысты, бірақ ядролардағы кластерлердің егжей-тегжейлі механизмі әлі толық зерттелмеді.

Ядролардың кластерлік қасиеттері ядроның құрылымын да, ядролық реакция механизмдерін де түсіну үшін пайдалы болар еді. Ядролар түбегейлі түрлі кластерлерге ие болуы мүмкін, мысалы, жеңіл (екі, үш және төрт нуклон) және ауыр. Ядролардың кластерлік эффектісі әртүрлі теориялық тәсілдерге негізделген түрлі әдістерді қолдану арқылы ұзақ уақыт зерттелді. Алайда бұл зерттеулердің көпшілігі α -ыдырау кезіндегі α -кластерлерге, бөлшектердің α -шашырауына, α -бөлшектердің тасымалдануы және шығару реакцияларына және жеңіл ядролардың α -кластерінің молекулалық тәрізді құрылымына арналған болатын. Белгілі мысал ретінде альфа кластеріне арналған Be изотоптарын алсақ болады. ^8Be тығыз екі альфа кластерлік құрылымға ие, ал ядросы тұрақсыз болып саналады. Егер ^9Be изотопын қарастыратын болсақ (^8Be -ге бір нейтрон қосқанда), онда кластер құрылымы тұрақтанады және жүйе байланысқан болып саналады.

Соңғы жылдары статистикалық модель мен нокаут механизмін қолдана отырып, жылдам және баяу нейтрондық индукция (n, α) бар реакциялардағы α -кластерлеуді зерттедік.

Бұл жұмыста құрама ядро және тікелей реакция механизмдері аясында алғаш рет (n, t) реакциялар үшін тритонды кластерлеу факторы (немесе ықтималдығы) табылды. Құрама механизм жағдайында булану және тұрақты ядролық температураның жуықтау моделіне негізделген статистикалық модель қолданылды. Тікелей реакция механизмі үшін нокаут моделі қолданылды. Нокаут моделін қолдану арқылы алынған тритонды кластерлеу коэффициенттері статистикалық модель арқылы табылған коэффициенттерге қарағанда әлдеқайда үлкен екендігі көрсетілді. Сонымен қатар, жұп-жұп ядро нысанасы үшін тритонды кластерлеу факторы так-жұп ядролар үшін орташа мәнмен алғанда әлдеқайда төмен болып саналады.

Сонымен қатар, тритондардың кластерлеу факторлары орташа масса ядролары үшін нейтрон энергиясының бірдей диапазонындағы (n, α) реакциялардағы α -кластерлеуге қарағанда әлдеқайда төмен болып есептелінді.

Түйін сөздер: құрама механизм, статистикалық модель, булану моделі, тұрақты ядролық температураға жақындату, тікелей реакциялар, нокаут моделі, альфа-кластерлеу, тритонды-кластерлеу.

Г. Хуухэнхуу¹, М. Одсүрэн^{2,*}, Ж. Мунхсайхан¹, А. Турсух¹,
Ч. Сайханбаяр¹, А. Сарсембаева³, М. Абишев³

¹ Центр ядерно-физических исследований, Национальный университет Монголии, Улан-Батор, Монголия;

² Школа инженерных и прикладных наук, Национальный университет Монголии, Улан-Батор, Монголия;

³ Физико-технический факультет, КазНУ им. аль-Фараби, Казахстан

ТРИТОН-КЛАСТЕРИЗАЦИЯ В (n,t) РЕАКЦИЯХ

Аннотация. Согласно традиционному определению ядра, протоны и нейтроны в ядре имеют примерно однородное распределение. В начале ядерной физики было известно, что ядерная кластеризация является чрезвычайно важной для определения структуры ядер. Открытие альфа-распада тяжелых ядер положило начало идее о том, что кластеры нуклонов могут быть предварительно сформированы до испускания. Впоследствии Гамов, Герни и Кондон объяснили, что альфа-частица подвергается квантово-механическому туннелированию изнутри распадающегося ядра. Кроме того, предлагалась альфа-частичная модель для четно-четных ядер $N = Z$, которые состоят из связанных альфа-кластеров. В 1941 году Маргенау использовал волновую функцию детерминанта Слейтера для альфа-кластеров, чтобы вычислить эффективное альфа-альфа-взаимодействие. Более того, Моригана предполагал применять линейные цепочки альфа-кластеров для описания некоторых состояний альфа-подобных ядер. Кластерные структуры обычно наблюдаются в виде возбужденных состояний, близких к соответствующему порогу распада. Происхождение этого явления лежит в эффективном ядерном взаимодействии, но детальный механизм кластеризации в ядрах еще не полностью изучен.

Кластерные свойства ядер были бы полезны для понимания как структуры ядра, так и механизмов ядерных реакций. Разные типы кластеров могут в принципе существовать в ядре, например, легкие (двух, трех и четырех нуклонные) и тяжелые кластеры. Эффект кластеризации длительное время был исследован разными авторами, которые использовали разные методы, основанные на различных теоретических подходах. Однако большинство таких исследований было посвящено α -кластеризации в α -распаде, рассеянии α -частиц, ядерных реакциях с передачей и испусканию α -частиц и молекулярно-подобной α -кластерной структуре легких ядер. Известными примерами являются изотопы Be для альфа-кластеризации. ^8Be имеет плотную двух альфа кластерную структуру, а данное ядро нестабильно. Если мы рассмотрим другой изотоп ^9Be (добавив один нейтрон в ^8Be), кластерная структура стабилизируется, и система будет связана.

В последние годы мы, используя статистическую модель и механизм выбивания, исследовали α -кластеризацию в (n,α) реакциях, индуцированных быстрыми и медленными нейтронами.

В данной работе в рамках механизмов компаунд-ядра и прямой реакции впервые были найдены фактор (или вероятность) тритонной кластеризации для (n,t) реакций. В случае компаунд-механизма была использована статистическая модель, основанная на модели испарения и приближении постоянной температуры ядра. Модель выбивания использовалась для механизма прямых реакций. Было показано, что факторы тритонной кластеризации, найденные с использованием модели выбивания, значительно больше, чем в случае статистической модели. В то же время, факторы тритонной кластеризации для четно-четных ядер в среднем на один порядок меньше, чем для нечетно-четных ядер. Кроме того, факторы тритонной кластеризации намного меньше, чем α -частичной кластеризации при одинаковой энергии нейтронов для ядер средних масс.

Ключевые слова: составной механизм, статистическая модель, модель испарения, аппроксимация постоянной ядерной температуры, прямые реакции, модель выбивания, альфа-кластеризация, тритонная кластеризация.

Information about authors:

Khuukhenkhuu Gonchigdorj, Professor, Head of the Nuclear Data Division, Nuclear Research Center, National University of Mongolia, E-mail: g_khuukhenkhuu@yahoo.com; <https://orcid.org/0000-0002-1011-3127>;

Odsuren Myagmarjav, Associate professor, School of Engineering and Applied Sciences and Nuclear Research Center, National University of Mongolia, E-mail: odsuren@seas.num.edu.mn; <https://orcid.org/0000-0003-2756-4909>;

Munkhsaikhan Jargalsaikhan, Researcher, Nuclear Research Center, National University of Mongolia, E-mail: munkhsaikhan.nrc@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-3895-6177>;

Tursukh Amgalan, Researcher, Nuclear Research Center, National University of Mongolia, E-mail: tursukh.amgalan@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-6885-3398>;

Saikhanbayar Chinzorig, Researcher, Nuclear Research Center, National University of Mongolia, E-mail: saikhanaa.ok@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-2909-2362>;

Sarsembayeva Aiganym, PhD, Senior lecturer, Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University, E-mail: sarsembayeva.a@kaznu.kz; <https://orcid.org/0000-0002-3003-0038>;

Abyshev Medeu, Associate Professor, Head of the Department of Theoretical And Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University, E-mail: Medeu.Abishev@Kaznu.Kz; <http://orcid.org/0000-0003-3602-6934>

REFERENCES

[1] Hodgson P.E., Alpha-clustering in Nuclei, In book: "The Uncertainty Principle and Foundations of Quantum Mechanics". Editors: W.C.Price and S.S.Chissick, Chapter 23, New York, John Wiley, 1977, p.485.

[2] Clusters in Nuclei, Editor: Christian Beck, vol.1, (2010), vol.2, (2012) and vol.3, (2014), Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.

[3] Wildermuth K. and Tang Y.C. A Unified Theory of the Nucleus, Academic Press, Inc. New York, 1977.

[4] Odsuren M., Sarsembayeva A.T., Khuukhenkhuu G., Davaa S., Kato K., Usukhbayar B. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Series Physico-Mathematical, 2 (324), (2019), p.5

[5] Khuukhenkhuu G., Odsuren M., Gledenov Yu.M., Munkhsaikhan J., Davaa S., Saikhanbayar Ch., Sansarbayar E. and Sedysheva M.V. Acta Physica Polonica, vol.49B, No 23, 2018, p. 325.

[6] Batchimeg B., Khuukhenkhuu G., Odsuren M., Munkhsaikhan J., Saikhanbayar Ch., Gledenov Yu.M., Sansarbayar E., Sedysheva M.V. and Guohui Zhang Proceedings of the XXVI International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei, (ISINN-26, May 28-June 1, 2018, Xi'an, China), 2019, JINR, Dubna, p.55.

[7] Blatt J.M. and Weisskopf V.F. Theoretical Nuclear Physics, John Wiley and Sons, New York, 1952.

[8] Weisskopf V.F. and Ewing D.H. Phys. Rev., v.57, No.6, 1940, p.472.

[9] Landau L.D. and Smorodinsky Ya. Lectures on Nuclear Theory, Translated from Russian, Plenum Press, Inc., New York, 1959.

[10] C.F.von.Weizsäcker, Z. Phys., v.96A, No.7-8, 1935, p.431.

[11] Gardner D.G. and Rosenblum S. Nucl. Phys., v.96A, No.1, 1967, p.121.

[12] Bohr A. and Mottelson B.R. Nuclear Structure, W.A. Benjamin Inc., New York, Amsterdam, 1969.

[13] Scherk L. and Vogt E.W. Can. Jour. Phys., v.46, No.9, 1968, p.1119.

[14] <http://www-nds.iaea.org/exfor/exfor.htm>