NEWS
OF THENATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X **https://doi.org/10.32014/2020.2518-1726.93**
Volume 6, Number 334 (2020), 19 – 26

UDC 539.3

A. Seitmuratov[1], M.Zh. Aitimov[1], A. Seitkhanova[3],
A. Ostayeva[1], E. Tulegenova[1], D. Janyssova[1], T. Shamilov[2]

[1]Korkyt Ata Kyzylorda State University, Kyzylorda, Kazakhstan;
[2]Azerbaijan University of Architecture and Construction, Azerbaijan, Baku;
[3]Pavlodar Pedagogical University, Pavlodar, Kazakhstan.
E-mail: angisin_@mail.ru

SOLUTION OF PRIVATE TASKS OF CYLINDRICAL SHEAR WAVES (in the case of the distribution of constant values γ-α + 2> 0 and α = β)

Abstract. Many studies usually use two methods to determine wave characteristics.

First-The instantaneous state of the medium corresponding to a certain fixed moment of time is investigated.

Second-The change in time of the state of the body in question at some fixed point is investigated.

If studies are carried out taking into account the rheological properties of the material of the system in question or, if there is an environment surrounding the system, which also generally exhibits rheological properties, the use of these methods is significantly difficult. In such cases, the influence of rheological parameters on the components of the complex phase velocity at certain values of the vibration frequencies is studied.

Key words: deformable bodies, shear wave, vibrations, cylindrical shell, rod, viscoelastic medium.

This problem will be two-dimensional depending on two coordinates $(R,\theta)$and only the shear displacement $u_z(r,\theta,t)$ and components of the stress tensor $\sigma_{zr}$and$\sigma_{z\theta}$ other than zero

The problem statement will be as in [1]

Let a shear cylindrical wave propagate in an elastic inhomogeneous transversally isotropic cylindrical layer. At the moment t = 0, the tangential stress pulseσ_{zr}or the displacementu_z, but changing in coordinateθ.

We solve the problem in dimensionless variables

$$\tau = \frac{bt}{r_0};\ r = \frac{R}{r_0};\ u = \frac{u_z}{r_0} \tag{1}$$

Wherer_0- is the inner radius of the layer.

b – is the shear wave velocity.

Hooke's law in an elastic inhomogeneous medium has the form

$$\sigma_{zr} = \mu_1(r)\frac{\partial u}{\partial r};$$

$$\sigma_{z\theta} = \mu_2(r)\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r};(2)$$

The equation of motion reduces to the following

$$\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r}\sigma_{zr} = \rho(r)b^2\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} \tag{3}$$

Substituting (2) into equation (3) we obtain the basic equation, which has the form

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\left[\frac{1}{r}+\frac{\mu_1'(r)}{\mu_1(r)}\right]\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\mu_2(r)\partial^2 u}{\mu_1(r)\partial\theta^2}=\frac{b^2\rho(r)}{\mu_1(r)}\frac{\partial^2 u}{\partial\tau^2} \quad (4)$$

Let the boundary conditions for this problem have the form

$$\sigma_{zr}=f_m(\tau)\cos(m\theta)\text{for}r=1 \quad (5)$$

$$\sigma_{zr}=0\text{for}r=r_1\ (\text{and}r_1>1) \quad (6)$$

In addition to the boundary conditions, it is necessary to specify initial conditions that are zero in our problem, i.e.

$$\left.\frac{\partial r}{\partial\tau}\right|_{\tau=0}=0$$

$$u|_{\tau=0}=0 \quad (7)$$

Since a linear problem is considered, it is advisable to use the one-sided Laplace transform over dimensionless time to solve it.

We apply the Laplace transform with respect to τ to equation (4) and obtain

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial r^2}+\left[\frac{1}{r}+\frac{\mu_1'(r)}{\mu_1(r)}\right]\frac{\partial u_0}{\partial r}+\frac{\mu_2(r)\partial^2 u_0}{r^2\mu_1(r)\partial\theta^2}=\frac{\rho(r)b^2}{\mu_1(r)}p^2u_0 \quad (8)$$

The solution to equation (8) is sought in the form

$$u_0=T(r)\cos(m\theta) \quad (9)$$

Flat

$$u_0=\int_0^\infty u(r,\theta,t)\,e^{-p\tau}d\tau \quad (10)$$

Then equation (8) takes the form

$$\frac{\partial^2 T(r)}{\partial r^2}+\left[\frac{1}{r}+\frac{\mu_1'(r)}{\mu_1(r)}\right]\frac{\partial T(r)}{\partial r}-\left[\frac{m^2\mu_2(r)}{r^2\mu_1(r)}+\frac{\rho(r)b^2}{\mu_1(r)}p^2\right]T(r)=0 \quad (11)$$

In the future, we will assume that the inhomogeneity of the medium has the form

$$\mu_1(r)=\mu_{10}r^\alpha;\ \mu_2(r)=\mu_{10}r^\beta;\ \rho(r)=\rho_0r^\gamma \quad (12)$$

Moreover,$b^2=\frac{\mu_{10}}{\rho_1};\alpha,\beta,\gamma-$ constants.

Then equation (11) takes the form

$$\mathrm{r^2T''(r)+r(1+\alpha)T'(\alpha)-\left(m^2r^{\beta-\alpha}\gamma_1^2+p^2r^{\gamma-\alpha+2}\right)T(r)=0} \quad (13)$$

Here$\gamma_1^2=\frac{\mu_{20}}{\mu_{10}}$

Suppose that $\gamma-\alpha+2>0$ and$\alpha=\beta$

The general solution of equation (13) in the case under consideration is equal to

$$T_r=C_1r^{-\frac{\alpha}{2}}K_y\left(\frac{2}{y-\alpha+2}\right)pr^{\left(\frac{\gamma-\alpha+2}{2}\right)}+C_2r^{-\frac{\alpha}{2}}I_y\left(\frac{2}{y-\alpha+2}\right)pr^{\left(\frac{\gamma-\alpha+2}{2}\right)} \quad (14)$$

Here$\mathrm{K_y}(z)$ and$I_y(z)$ - are the Bessel function of the imaginary argument, and

$$\mathrm{y}=\frac{1}{\gamma-\alpha+2}\sqrt{\alpha^2+4\gamma_1^2m^2} \quad (15)$$

The constants C_1 and$C_2$are determined from the boundary conditions (13) and (14)

$$C_1 = \frac{f_{m0}(p)[pr_1^s I_{y-1}\left(p\frac{r_1^s}{S}\right) - \left[ys+\frac{\alpha}{2}\right]K_y(p\frac{r_1^s}{s})}{\rho_0 b^2\left[pK_{y-1}\left(\frac{p}{s}\right)+K_y\left(\frac{p}{s}\right)\left[ys+\frac{\alpha}{2}\right]\right]\left[pr_1^s I_{y-1}\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)-\left[ys+\frac{\alpha}{2}\right]I_y\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)\right]-\left[pI_{y-1}\left(\frac{p}{s}\right)\left[ys+\frac{\alpha}{2}\right]\right]}\cdot$$

$$\frac{1}{[p\frac{r_1^s}{s}K_{y-1}\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)-\left[ys+\frac{\alpha}{2}\right]I_y\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)]} \quad (16)$$

Where $$S = \frac{\gamma-\alpha+2}{2} \quad (17)$$

Consequently

$$T(r) = \frac{f_{m0}(p)}{\rho_0 b^2 r^{\frac{\alpha}{2}}}\{K_y(p\frac{r^s}{s})[\left[pr_1^s I_{y-1}\left(p\frac{r_1^s}{S}\right)-\left[ys+\frac{\alpha}{2}\right]I_y\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)\right]+I_y\left(p\frac{r^s}{s}\right)\left[pr_1^s K_{y-1}\left(p\frac{r_1^s}{S}\right)-\right.$$
$$\left.\left[\frac{ys+\alpha}{2}\right]K_y\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)\right]\}(\left[pK_{y-1}\left(\frac{p}{S}\right)-K_y\left(\frac{p}{S}\right)\left[ys+\frac{\alpha}{2}\right]\right]\left[p\frac{r_1^s}{s}I_y\left(p\frac{r_1^s}{S}\right)-\left[ys+\frac{\alpha}{2}\right]I_y\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)\right]-[pI_y\left(\frac{p}{S}\right)-$$
$$I_y\left(\frac{p}{S}\right)\left[ys+\frac{\alpha}{2}\right]\left[p\frac{r_1^s}{s}K_y\left(p\frac{r_1^s}{S}\right)-\left[ys+\frac{\alpha}{2}\right]K_y\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)\right]^{-1} \quad (18)$$

In the general case, it is very difficult to invert expression (18) with respect to p.
Expression (18) can be inverted for discrete values of the index, i.e. when

$$\nu = n + \frac{1}{2} \quad (19)$$

where n is an integer, then the Bessel functions are elementary.
For example, for $n = 0$

$$T(r) = \frac{f_{m0}(p)}{\rho_0 b^2 r^{\frac{\alpha}{2}}}\{K_{\frac{1}{2}}(p\frac{r^s}{S})[\left[pr_1^s I_{-\frac{1}{2}}\left(p\frac{r_1^s}{S}\right)-\left[\frac{s+\alpha}{2}\right]I_{\frac{1}{2}}\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)\right]$$
$$+I_{\frac{1}{2}}\left(p\frac{r^s}{s}\right)\left[pr_1^s K_{-\frac{1}{2}}\left(p\frac{r_1^s}{S}\right)-\left[\frac{s+\alpha}{2}\right]K_{\frac{1}{2}}\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)\right]\}(\left[pK_{-\frac{1}{2}}\left(\frac{p}{S}\right)\right.$$
$$\left.-K_{\frac{1}{2}}\left(\frac{p}{S}\right)\left[\frac{s+\alpha}{2}\right]\right]\left[p\frac{r_1^s}{s}I_{-\frac{1}{2}}\left(p\frac{r_1^s}{S}\right)-\left[\frac{s+\alpha}{2}\right]I_{\frac{1}{2}}\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)\right]-[pI_{-\frac{1}{2}}\left(\frac{p}{S}\right)$$
$$-I_{\frac{1}{2}}\left(\frac{p}{S}\right)\left[\frac{s+\alpha}{2}\right]\left[p\frac{r_1^s}{s}K_{-\frac{1}{2}}\left(p\frac{r_1^s}{S}\right)+\left[\frac{s+\alpha}{2}\right]K_{\frac{1}{2}}\left(p\frac{r_1^s}{s}\right)\right]^{-1} \quad (20)$$

Given that

$$K_{n+\left(\frac{1}{2}\right)}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}}e^{-z}\sum_{k=0}^{n}\frac{(n+k)!}{k!\,(n-k)!\,(2z)^k}$$

$$I_{\pm\left(n+\left(\frac{1}{2}\right)\right)}(z) = \frac{1}{\sqrt{2z\pi}}[e^z\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k(n+k)!}{k!\,(n-k)!\,(2z)^k}+(-1)^{n+1}e^{-z}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(n+k)!}{k!\,(n-k)!\,(2z)^k}$$

or $K_{\pm\left(\frac{1}{2}\right)}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}}e^{-z}I_{\pm\left(\frac{1}{2}\right)}(z) = \frac{e^z-e^{-z}}{\sqrt{2\pi z}}$ (21)

We rewrite expression (21) as

$$T(r)=\frac{f_{mo}(p)}{\rho_0 b^2}r^{-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}}\left\{\frac{e^{\frac{p}{s}(r_1^s-r^s)}}{\left[e^{\frac{p}{s}(r_1-1)}-e^{-\frac{p}{s}(r_1-1)}\right]\left(p+\frac{s}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)}+\frac{e^{-\frac{p}{s}(r_1^s-r^s)}}{\left[e^{\frac{p}{s}(r_1-1)}-e^{-\frac{p}{s}(r_1-1)}\right]\left(p-\frac{s}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)}\right\} \quad (22)$$

Or

$$T(r)=\frac{f_{mo}(p)}{\rho_0 b^2}r^{-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}}\sum_{k=0}^{\infty}\left\{\frac{\exp[-\varphi_1(r)p]}{p+\frac{\gamma+\alpha+2}{4}}-\frac{\exp[-\varphi_2(r)p]}{p-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}}\right\} \quad (23)$$

Where

$$\varphi_1(r)=[(r^s-1)+2k(r_1^s-1)]\frac{1}{s}$$

$$\varphi_2(r)=[-(r^s-1)+2k(r_1^s-1)]\frac{1}{s} \quad (24)$$

Consider the expression

$$T(r)=\frac{\exp[-\varphi_1(r)p]}{p+\frac{\gamma+\alpha+2}{4}}=\frac{\exp[-\varphi_1(r)p]}{p}\sum_{k=0}^{\infty}\left(-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\right)^m\frac{1}{\mathrm{p}^{\mathrm{m}}} \quad (25)$$

We denote

$$\mathrm{E}_{10}=\frac{\exp[-\varphi_1(r)p]}{p} \quad (26)$$

.

$$\mathrm{E}_{1m}=\frac{\exp[-\varphi_1(r)p]}{p^{m+1}}$$

and get

$$E_{11}=\int_{\varphi_1(r)}^{\infty}E_{10}d\xi;\ E_{12}=\int_{\varphi_1(r)}^{\infty}\frac{(\xi-\varphi_1(r))}{1!}E_{10}d\xi$$

$$E_{13}=\int_{\varphi_1(r)}^{\infty}\frac{(\xi-\varphi_1(r))}{2!}E_{10}d\xi;\ \ldots,E_{1m}=\int_{\varphi_1(r)}^{\infty}\frac{(\xi-\varphi_1(r))}{(m-1)!}E_{10}d\xi$$

Then the expression (25) takes the form

$$T_1(r)=E_{10}-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_1(r)}^{\infty}E_{10}d\xi+\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_1(r)}^{\infty}\frac{(\xi-\varphi_1(r))}{1!}E_{10}d\xi-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_1(r)}^{\infty}\frac{(\xi-\varphi_1(r))}{2!}E_{10}d\xi+\cdots+\left(-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\right)^m\int_{\varphi_1(r)}^{\infty}\frac{(\xi-\varphi_1(r))}{(m-1)!}E_{10}d\xi=E_{10}-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_1(r)}^{\infty}\left\{1-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\frac{(\xi-\varphi_1(r))}{1!}+\left(\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\right)^2\frac{(\xi-\varphi_1(r))^2}{2!}-\ldots+\left(\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\right)^{m-1}\frac{(\xi-\varphi_1(r))^{m-1}}{(m-1)!}+\cdots\right\}E_{10}d\xi \quad (27)$$

or

$$T_1(r)=E_{10}-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_1(r)}^{\infty}e^{-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}(\xi-\varphi(r))}E_{10}d\xi \quad (28)$$

$$T_1(r)=\frac{\exp[-\varphi_2(r)p]}{p-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}}=-\frac{\exp[-\varphi_1(r)p]}{p}\sum_{m=0}^{\infty}\left(\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\right)^m\frac{1}{p^m} \quad (29)$$

We denote

$$\mathrm{E}_{20}=\frac{\exp[-\varphi_2(r)p]}{p} \quad (30)$$

$$E_{2m} = \frac{\exp[-\varphi_2(r)p]}{p^{m+1}}$$

As previously put

$$E_{21} = \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} E_{20} d\xi; E_{22} = \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \frac{(\xi-\varphi_2(r))}{1!} E_{20} d\xi$$

$$E_{23} = \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \frac{(\xi-\varphi_2(r))^2}{2!} E_{20} d\xi; \ldots, E_{2m} = \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \frac{(\xi-\varphi_2(r))^{m+1}}{(m-1)!} E_{20} d\xi \quad (31)$$

Consequently

$$-T_2(r) = E_{20} + \frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_1(r)}^{\infty} E_{20} d\xi + \ldots + \left(\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\right)^m \int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \frac{(\xi-\varphi_2(r))^{m-1}}{(m-1)!} E_{20} d\xi = E_{20} + \frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_2(r)}^{\infty}\{1 + \cdots + + \left(\frac{\gamma+\alpha+2}{4}\right)^{m-1} \frac{(\xi-\varphi_2(r))^{m-1}}{(m-1)!} + \cdots\} E_{20} d\xi \text{or}$$

$$-T_2(r) = E_{20} + \frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_1(r)}^{\infty} e^{\frac{\gamma+\alpha+2}{4}(\xi-\varphi_2(r))} E_{20} d\xi \quad (32)$$

Thus, the expression for T takes the form:

$$T(r) = \frac{f_{m0}(p)}{\rho_0 b^2} r^{-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \{E_{10} - \frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_1(r)}^{\infty} \exp[-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}(\xi - \varphi_1(r))] E_{20} d\xi + E_{20} + \frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \exp[-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}(\xi - \varphi_2(r)] E_{20} d\xi \quad (33)$$

Inverting the expression in P, we obtain

$$T = \frac{1}{\rho_0 b^2} r^{-\gamma+\alpha+2} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \int_0^{\tau} [E_{10} - \frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_1(r)}^{\infty} \exp[-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}(\xi - \varphi_1(r))] E_{10} d\xi] f_m(\tau - z) dz + \sum_{k=0}^{k} (-1)^k \int_0^{\tau} [E_{20} + \frac{\gamma+\alpha+2}{4}\int_{\varphi_2(r)}^{\infty} \exp[\frac{\gamma+\alpha+2}{4}(\xi - -\varphi_2(r))] E_{20} d\xi] f_m(\tau - z) dz\} \quad (34)$$

where

$$E_{10} = J_0(\tau - \varphi_1(r)); \; E_{20} = J_0(\tau - \varphi_2(r))$$

$$K_1 = \left[\frac{s\tau-(r^S-1)}{2(r_1^S-1)}\right]; \; K_2 = \left[\frac{s\tau+(r^S-1)}{2(r_1^S-1)}\right] \quad (35)$$

Knowing T, we can determine (r, θ, τ)

$$u(r, \theta, \tau) = T(\tau, r)\cos(m\theta) \quad (36)$$

Similarly, we can obtain expressions for the stress σ_{zr} and $\sigma_{z\theta}$

$$\frac{\sigma_{zr}}{\cos(m\theta)} = r^{-\frac{\gamma+\alpha+2}{4}} \{\sum_{k=0}^{k} (-1)^k [\int_0^{\tau} f(\tau - \xi) \frac{dE_{10}}{dr} d\xi - \frac{1}{r} f(\tau - \varphi_1(r))] - \sum_{k=0}^{k} (-1)^k [\int_0^{\tau} f(\tau - \xi) \frac{dE_{20}}{dr} d\xi - \frac{1}{r} f(\tau - \varphi_2(r))] \quad (37)$$

$$\frac{\sigma_{z\theta}}{\sin(m\theta)} = m\mu_{20} r^{\frac{(-\gamma+5\alpha+6)}{4}} u(r, \theta, \tau) \quad (38)$$

Formulas (34), (36), (37), (38) give an exact solution to the problem, taking into account the entire complex wave picture.

In the calculation, it was assumed that the points of the inner surface of the cylindrical layer are rigidly fixed.

**А.Ж. Сейтмуратов[1], М.Ж. Айтимов[1], А.К. Сейтханова[3],
А.Б. Остаева[1], Э. Төлегенова[1], Д.Д. Джанысова[1], Т. Шамилов[2]**

[1]Қорқыт Ата атындағы Қызылорда мемлекеттік университеті, Қызылорда, Қазақстан;
[2]Әзірбайжан архитектура және құрылыс университеті, Баку, Әзірбайжан;
[3]Павлодар педагогикалық университеті, Павлодар, Қазақстан

ЦИЛИНДРЛІК ЫҒЫСУ ТОЛҚЫНДАРЫНЫҢ ДЕРБЕС ЕСЕБІ
(тұрақты мәні $\gamma - \alpha + 2 > 0$ және $\alpha = \beta$ шамасы жағдайында)

Аннотация. Деформацияланатын денелердегі дөңгелек элементтердің ығысу толқыны үдерістерін зерттеуде фазалық жылдамдық ұғымы фазалық ортаның өзгеру жылдамдығы ретінде енгізіледі. Цилиндрлік қабықтың гармоникалық тербелісі жағдайында фазалық жылдамдық қабық шетінде еркін тірелген тербеліс жиілімен сипатталады. Сондықтан цилиндрлік қабаттағы толқынды зерттеу арқылы ұзындықтағы қабықтың табиғи формалары мен тербеліс жиілігіне тікелей байланысты. Жұмыс нәтижесі бірөлшемді цилиндрлік толқындардың серпімді және жабысқақ орта, шыбық және материалдағы толқын өрісінің сипаттамасын зерттеуге мүмкіндік береді. Қарастырылған зерттеулер жүйе материалының реологиялық қасиеттерін ескеру негізінде жүргізілсе немесе қоршаған ортаның айналасында болса, онда бұл реологиялық қасиеттерді көрсетеді, аталған әдістерді қолдану айтарлықтай қиынға соғады. Мұндай жағдайда комплексті фазалық жылдамдықтың реологиялық параметрлері – тербеліс жиілігінің нақты мәні есептеледі. Жұмыс – жазықтық пен дөңгелек элементтердің толқын үдерістерінің тұрақтылық динамикасын зерттеуге арналған, сонымен қатар қабатты, серпімді жазықтық бетіне қозғалатын жүктеме әсері туралы жазықтық есебі, сызықты емес деформациялардан болатын кернеу заңы қарастырылған. Есептің қолданбалылығы – динамикалық есепті шешудің түрлі сандық алгоритмдерін жасау үшін қолданылады. Деформацияланатын ортадағы түрлі периодты және периодты емес қозғалысының басты мәні қарапайым гармоникалық типтегі жазықтық толқыны болып саналады, олардың әсері осы бетке жақын орналасқан. Сондықтан Реле таралу толқынының есебін қарастыра аламыз. Жартылай жазықтықтағы материалдың қозғалыс теңдеуі потенциалда φ,ψ толқын теңдеулері негізінде сипатталады. Құрылымдарды немесе құрылымдарды жобалау барысында маңызды шарттардың бірі – құрылымдардың тұрақтылық жағдайы мен элементтері ескеріледі.

Ұзындықтың дөңгелек серпімді өзегін қарастырғанда белгілі бір уақытта штамның ұшына интенсивтіліктің осьтік сығылатын P(t) күші қолданылады деп болжам жасаймыз. Дөңгелек шыбықтың тұрақтылықты жоғалтуы математикалық теория негізінде және дөңгелек өзектің көлденең тербелісі негізінде зерттеледі [3]. Осы мәселелерге сүйене отырып, оған қалыпты немесе айналмалы ығысу кернеуі қолданылғанда қатаң немесе деформацияланатын шекаралармен шектелген серпімді қабат тербелісінің кейбір аксиметриялық мәселелерін қарастырамыз. Мәселелердің шешімі интегралдық түрлендіру арқылы координата және уақыт бойынша алынған.

Түйін сөз: деформацияланатын қатты дене, толқын, тербеліс, цилиндрлік тербеліс, сырық.

**А.Ж. Сейтмуратов[1], М.Ж. Айтимов[1], А.К. Сейтханова[3],
А.Б. Остаева[1], Э. Тулегенова[1], Д.Д. Джанысова[1], Т. Шамилов[2]**

[1]Кызылординский государственный университет им. Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан
[2]Азербайджанский. университет Архитектуры и Строительства, Баку, Азербайджан
[3]Павлодарский педагогический университет, Павлодар, Казахстан

РЕШЕНИЕ ЧАСТНЫХ ЗАДАЧ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СДВИГОВЫХ ВОЛН
(при раскладе постоянных величин $\gamma - \alpha + 2 > 0$ и $\alpha = \beta$)

Аннотация. При исследованиях сдвиговых волновых процессов круговых элементов в деформируемых телах вводится понятие фазовой скорости как скорости изменения фазовой среды. В случае гармонических колебаний цилиндрической оболочки фазовая скорость выражается через частоту собственных колебаний, свободно опертой по краям оболочки, и поэтому исследование волн в цилиндрическом слое имеет самое прямое отношение к проблеме определения собственных форм и частот колебаний оболочек конечной длины. Проводимые в данной работе результаты по одномерным цилиндрическим волнам в упругих и вязкоупругих средах и стержнях позволяют исследовать влияние характеристик материала сред на волновые поле в материале. Если исследования проводятся с учетом реологических свойств материала рассматриваемой системы или имеется окружающая систему среда, также в общем случае, проявляющая

реологические свойства, использование этих способов значительно затруднено. В таких случаях изучается влияние реологических параметров на составляющие комплексной фазовой скорости при определенных значениях частот колебаний. Поэтому работа посвящена изучению динамики устойчивости волновых процессов плоских и круговых элементов, а также рассматривается класс плоских задач о воздействии подвижных нагрузок на поверхность слоистой упругой полуплоскости при нелинейном законе зависимости напряжений от деформаций. Задачи данного класса представляют большой прикладной интерес и, кроме того, могут служить эталоном для разработки тех или иных численных алгоритмов для решения динамических задач. Среди различных периодических и непериодических движений деформируемых сред важное значение имеют плоские волны простого гармонического типа, распространяющиеся по поверхности тела или полуплоскости, влияние которых ограничивается окрестностью этой поверхности. Поэтому можно рассмотреть задачу о распространении волны Релея.

Если рассмотреть круглый упругий стержень длины, то будем предполагать, что к торцам стержня в какой-либо момент времени прикладывается осевая сжимающая сила интенсивности $P(t)$. Потеря устойчивости круглого стержня будет исследоваться на основе математической теории и поперечного колебания круглого стержня, изложенной в работе [3]. На основе этих задач можно рассмотреть некоторые осесимметричные задачи колебания упругого слоя, ограниченные жесткими или деформируемыми границами при воздействии на него нормального или вращательного касательного напряжения. Решения рассматриваемых задач получены с использованием интегральных преобразований по координате или по времени.

Ключевые слова: деформируемая твердая тела, волна, колебания, цилиндрическая оболочка, стержень, вязкоупругая среда.

Information about authors:

Seitmuratov Angisin, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, The Korkyt Ata Kyzylorda State University. Kyzylorda. Kazakhstan. angisin_@mail.ru .https://orcid.org/0000-0002-9622-9584;

Aitimov Myrat-PhD, The Korkyt Ata Kyzylorda State University. Kyzylorda, Kazakhstan. aitaimovmurat07@gmail.com. https://orcid.org/0000-0002-8397-8914;

Ainur Seitkhanova, Pavlodar Pedagogical University, Department "Physics", PhD – Mechanics. Pavlodar ainur1179@mail.ru. https://orcid.org/0000-0002-6667-4548;

Ostayeva Aiymkhan Batyrkhanovna - Acting associate professor of the Department of Computer Science, candidate of pedagogical sciences. The Korkyt Ata Kyzylorda State University, Kyzylorda. Kazakhstan, aimak73@mail.ru. https://orcid.org/0000-0003-3361-2022;

Tulegenova Elmira, Candidate of Economic Sciences, senior lecturer. The Korkyt Ata Kyzylorda State University. Kyzylorda. Kazakhstan. Etulegenova@mail.ru. https://orcid.org/0000-0003-4501-7343;

Janyssova Dariga – Senior Lecturer, The Korkyt Ata Kyzylorda State University, Kyzylorda. Kazakhstan. dsin65@mail.ru. https://orcid.org/0000-0002-9904-5350;

Shamilov Tefriz, Candidate of Technical Sciences, Professor, Departament of «Physics», Azerbaijan University of Architecture and Construction, Azerbaijan, Baku. invar59 @mail.ru. https://orcid.org/0000-0001-9139-1075

REFERENCES

[1] Filippov I.G., Filippov S.I. 1995. Dynamic stability theory of rods. Proceedings of the Russian-Polish seminar. Theoretical Foundations of construction. Warsaw, pp. 63–69.

[2] Medeubaev N.K., Seytmuratov A.Z., Ramazanov M.I. Solving Problems of Vibrational Processes of Isotropically Homogeneous Elastic Plates// Lobachevskii Journal of Mathematics, 2020, 41(9), 1846–1853

DOI: 10.1134/S1995080220090188

[3] Seitmuratov A., Taimuratova, L.U., Zhussipbek, B., Seitkhanova, A., Kainbaeva, L.Conditions of extreme stress state //News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Series of Geology and Technical Sciences, 2019, ISSN 2224-5278 Vol. 5, Number 437 (2019), 202–206. https://doi.org/10.32014/2019.2518-170X.143

[4] Seitmuratov A., Yergalauova Z., Makhambayeva I., Bexeitova A. Axismetric problems of elastic layer oscillation limited by rigid or deformed boundries//News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Series of Geology and Technical Sciences, 2018, ISSN 2224-5278. Vol. 1, Number 427 (2018), 127–135.

[5] Seitmuratov A.Z., Makhambayeva I.U., Medeubaev N.K. Analysis of tensely of the deformed state of pedigree array near-by making//News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Series of Geology and Technical Sciences, 2016, ISSN 2224-5278. Vol. 6, Number 420 (2016), 187–194.

[6] Seitmuratov A., Seylova Z.T., Kanibaikyzy K., Smakhanova A.K., Serikbol S.M. Approximate equation plate oscillation for transverse displacement of points of the median plane//News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Series of Geology and Technical Sciences, 2018, ISSN 2224-5278. Vol. 3, Number 429 (2018), 258–265.

[7] Medeubaev N., Menlikozhaeva S., Seitmuratov A., Ramazanov M., Zharmenova B., Shamilov T. Area of applicability of approximate equations of vibrations of rod systems of variable thickness (in English)//News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series 2018, ISSN 1991-346X. Vol. 4, Num. 320(2018), 5–15.

[8] Seitmuratov A., Zhussipbek B., Sydykova G., SeithanovaA., Aitimova U. Dynamic stability of wave processesof a round rod // News of NAS RK. Series of physico-mathematical. 2019 2(324): 90–98 (in Eng). ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print).https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.16

[9] Seitmuratov A., Tileubay S., Toxanova S., Ibragimova N., Doszhanov B., AitimovM.Zh. The problem of the oscillation of the elastic layer bounded by rigid bouhdaries//News of NAS RK. Series of physico-mathematical.2018 5(321): 42 –48 (in Eng). ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print).https://doi.org/10.32014/2018.2518-1726.6

[10] Seitmuratov A., ZharmenovaB., DauitbayevaA., Bekmuratova A. K., TulegenovaE., Ussenova G. Numerical analysis of the solution of some oscillation problems by the decomposition method // News of NAS RK. Series of physico-mathematical. 2019 1(323): 28–37 (in Eng). ISSN 2518-1726 (Online), ISSN 1991-346X (Print). https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.4

[11] Ashirbayev N., AshirbayevaZh., Abzhapbarov A., and Shomanbayeva M.The features of a non-stationary state of stress in the elastic multisupport construction// AIP Conference Proceedings. 2016. V. 1759, 020039, http://dx.doi.org/10.1063/1.4959653.

[12] Seitmuratov,A.Z., Nurlanova,BM., Medeubaev N. Equetions of vibration of a two-dimensionally layered plate strictly based on the decision of various boundaty-value problems// Bulletin of the Karaganda university-mathematics.2007 3(87): 109-116 (in Eng).

[13] A.Seitmuratov, N.Medeubaev, Z.Seylova, L.Taimuratova,A.Dauitbayeva, S.Tileubay, E.Tulegenova.Oscillation equations of rectangular plates in linear approximation//Journal of Theoretical and Applied Information Technology. 2020. Vol.98. No 06. © 2005 – ongoing JATIT & LLS ISSN: 1992-8645 www.jatit.org

[14] Seitmuratov, A., Dauitbayeva, A.O., Berkimbayev, K., Turlugulova, N.A., Tulegenova, E.N. Constructed two-parameter structurally stable maps //News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Series of Geology and Technical Sciences ISSN 2224-5278Volume 6, Number 438 (2019), 302–307. https://doi.org/10.32014/2019.2518-170X.182

[15] Seitmuratov, A.; Medeubaev, N.; Yeshmurat, G. Approximate solution of the an elastic layer vibration task being exposed of moving load// News of NAS RK. Series of physico-mathematical. 2018. Vol. 2, Number 318 (2018), 54–60 (in Eng). ISSN 1991-346X