

## NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN  
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 312 (2017), 103 – 111

УДК 531.2:622.7

Z.K. Kuralbaev, A.R. Orazaeva, Z.M. Rahimzhanova

Almaty University of Power Engineering and Telecommunications, Almaty  
[oar\\_is@mail.ru](mailto:oar_is@mail.ru)

**MECHANICAL-MATHEMATICAL MODEL OF KINEMATICS  
IN THE ASTHENOSPHERE UNDER THE INFLUENCE  
OF RISING MANTLE SUBSTANCES**

**Abstract.** The article considers a model investigation of tectonic processes occurring in the peripheral layers of the Earth under the influence of magmatic substances, rising from the lower layers along the so-called "narrow" channels formed in the Earth crust interior. A mechanical-mathematical model of tectonic movements is proposed in which asthenosphere substances and rising magmatic substances are considered as strong-viscosity liquids for which Reynolds numbers are sufficiently small. The corresponding mathematical formulas which form a mathematical model of the problem under consideration, have been obtained; A mathematical formulation of the problem is presented. On the basis of the obtained mathematical model, the following mathematical problem is posed, as a result of which a solution must be determined:

- the law of the change in the region formed by the liquid emerging from the "narrow" channel;
- movement of substances that make up the asthenosphere;
- stressed state of the overlying lithosphere.

**Keywords:** tectonic movements, asthenosphere, lithosphere, magmatic substances, strong viscosity fluid, mathematical model.

З.К. Куралбаев, А.Р. Оразаева, З.М. Рахимжанова

Алматинский университет энергетики и связи, г. Алматы

**МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЙ  
В АСТЕНОСФЕРЕ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПОДНИМАЮЩИХСЯ  
МАНТИЙНЫХ ВЕЩЕСТВ**

**Аннотация.** В статье рассматривается модельное исследование тектонических процессов, происходящих в периферийных слоях Земли, под воздействием поднимающихся из нижних слоев магматических веществ по так называемым «узким» каналам, образованных в недрах Земли. Предлагается механико-математическая модель тектонических движений, в которой вещества астеносферы и поднимающиеся магматические вещества рассматриваются как сильновязкие жидкости, для которых числа Рейнольдса являются достаточно малыми. Получены соответствующие математические формулы, которые образуют математическую модель рассматриваемой задачи; сформулирована математическая постановка задачи. На основе полученной математической модели поставлена следующая математическая задача, в результате решения которой должны быть определены:

- закон изменения области, образованной вытекающей из «узкого» канала жидкостью;
- движения веществ, составляющих астеносферу;
- напряженное состояние вышележащей литосферы.

**Ключевые слова:** тектонические движения, астеносфера, литосфера, магматические вещества, сильновязкая жидкость, математическая модель.

Актуальность данного научного направления общеизвестна и она связана с тем обстоятельством, что процессы, происходящие в периферийных слоях Земли, оказывают существенное влияние на структурообразующие процессы, происходящие в земной коре. Результаты многочисленных геологических и геофизических исследований в этом направлении показали [1-10], что в этих структурообразующих процессах важная роль принадлежат тектоническим движениям, происходящим в астеносферном слое. Известно, что эти тектонические движения являются причиной изменения структуры земной коры, возникновения таких явлений как землетрясение, вулканические процессы, поднятие и опускание земной поверхности и т.д. [1-3,9,10]. Важность этих процессов в жизнедеятельности человечества не вызывает сомнения.

Одной из проблем, возникающей при модельном исследовании тектонических процессов, происходящих в недрах Земли, является количественный анализ движений магматических веществ, поднимающихся из нижних ее слоев. При этом возникает необходимость определения причин возникновения тектонических движений, происходящих в астеносфере. На основе исследований этой проблемы были заложены научные гипотезы о процессах, происходящих в мантии Земли, предложены различные возможные причины, которые оказывают воздействие на процессы в астеносфере [13].

По одной из гипотез о возможных причинах тектонических движений рассматривается поднятие разогретых мантийных веществ по так называемым «узким каналам», имеющимися в недрах Земли, под астеносферой [3,9,10]. Поднимающиеся мантийные вещества создают определенное напряженное состояние в астеносферном, а также в литосферном слоях. Для постановки и решения данной проблемы методами моделирования выдвинута идея о том, что процесс поднятия магматических веществ по «узким каналам» рассматривать как истечение сильновязкой жидкости из некоторого «источника», находящегося под астеносферным слоем [6-10].

Для осуществления этой идеи, необходимо разбить эту достаточно большую и сложную задачу на несколько этапов; на первом этапе предлагается сформулировать постановку задачи о рассматриваемом процессе и создать ее механико-математическую модель. Впоследствии решить математическую задачу, полученную в результате ее моделирования. Разработка механико-математической модели рассматриваемого процесса потребует определенные данные о свойствах данного объекта исследования.

Из литературных источников по геологическим и геофизическим исследованиям могут быть получены эти данные. В работах Walcott R.J. [4], Bills Bruce G., Gurrey Donald R., Marshall Grant A. [6], De Bremacher J.-C [7], Harper J.F. [8], Ranalli G. [5], Добрецова Н.Л., Кирдяшкина А.А., Кирдяшкина А.Г. [2,3], Кузьмина М.И., Ярмолюка Б.Б. [9], Лобковского Л.И. [10], и многих других предложены следующие данные о свойствах веществ мантии, астеносферы и литосферы. Например, «... для астеносферы при температуре около  $1500^{\circ}\text{C}$  динамический коэффициент вязкости равен  $\mu = 10^{19} \text{ н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$ , для нижней мантии  $\eta = 10^{21} \text{ н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$ , для разных частей литосферы  $10^{23} - 10^{27} \text{ н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$  » [4].

Исходя из этих данных, для модельного исследования рассматриваемого процесса предполагается, что движение магматических веществ, поднимающихся из нижележащих областей, а также движение веществ астеносферного слоя рассматриваются как движение сильновязкой жидкости при очень малых числах Рейнольдса [11]. Математическая модель подобных течений сильновязкой жидкости была ранее успешно использована для других задач [13].

Постановка задачи. Рассматривается задача о движениях сильновязкой несжимаемой жидкости, вытекающей в вертикальном направлении из круглой щели радиуса  $R$ , расположенной на некоторой горизонтальной (подастеносферной) поверхности. Пусть предполагается, что скорость истечения жидкости из щели задана в виде функции  $w(x, t)$ . Кроме этого считается, что известны плотность вытекающей жидкости  $\rho$  и динамический коэффициент ее вязкости  $\mu$ . Под воздействием движения вытекающей из щели жидкости возникают движения в астеносфере и появляется «избыточное» давление из-за ограниченности верхней ее поверхности.

Как было отмечено выше, движение в астеносферном слое также рассматривается как движение сильновязкой жидкости; ее плотность равна  $\rho_a$ , а динамический коэффициент вязкости

$\mu_a$ . Считается, что астеносфера ограничена сверху некоторой твердой поверхностью, т.е. граница между литосферой и астеносферой считается неподвижной. Средняя толщина (мощность) астеносферы предполагается равной  $H$ .

Итак, рассматривается движение сильновязкой жидкости в ограниченном сверху в астеносферном слое под воздействием движения менее вязкой жидкости ( $\mu_a > \mu$ ), вытекающей из щели, находящейся на нижней поверхности этого слоя.

Некоторые допущения и предположения. Для простоты постановки и решения данной задачи, она может рассматриваться для двумерного случая. Такое допущение не уменьшает ценность результатов решения задачи в такой постановке. Тогда параметр  $r$  определяет половину ширины рассматриваемой щели. В принципе, механизм происходящего процесса может быть описан и для трехмерного случая; в этом случае  $r$  может рассматриваться как радиус круглой щели, конца «узкого канала».

С учетом этих допущений, данная задача рассматривается в прямоугольной системе координат  $XOZ$ , где  $X$  – горизонтальная и  $Z$  – вертикальная оси координат (Рисунок 1). Вертикальная координатная ось  $Z$  направлена обратно направлению вектора силы тяжести  $\vec{g}$ .

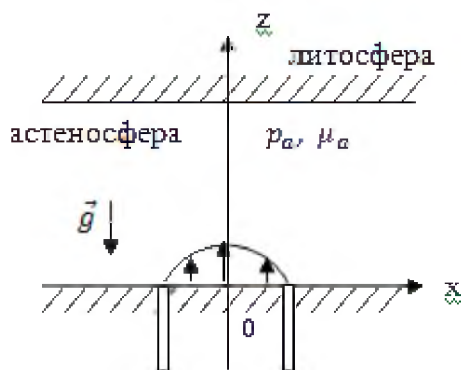


Рисунок 1 – Система координат и конец «узкого канала»

Предполагается, что, исходя из данных геологических исследований магматические вещества, движение которых рассматривается в данной работе, считаются сильновязкими, т.е. динамический коэффициент вязкости для которых очень большими. Из-за такого большого значения динамических коэффициентов вязкости рассматриваемых жидкостей, а также медленность рассматриваемого процесса безразмерное число Рейнольдса ( $Re$ ) для них будут малы. Известно, что число Рейнольдса обратно пропорционально динамическому коэффициенту вязкости  $\mu$ . Такие движения сильновязких жидкостей в литературе по механике называются «ползущими» течениями [11]. Известно, что такие предположения позволяют использовать упрощенные уравнения Навье - Стокса.

Тогда, с учетом таких упрощающих предположений, векторное уравнение таких движений записывается в следующем виде [11]:

$$-\text{grad } p + \rho \cdot \vec{g} + \mu \cdot \Delta \vec{u} = 0, \quad (1)$$

где  $p$  – гидродинамическое давление,  $\vec{u} = \{u_x, u_z\}$  – вектор скорости,  $\vec{g}$  – вектор силы

тяжести,  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  – оператор Лапласа.

Во многих исследованиях обычно пренебрегается сжимаемостью рассматриваемой жидкости, и она считается неразрывной. Тогда условие неразрывности такой жидкости записывается в виде следующего известного уравнения [11]:

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0. \quad (2)$$

Еще одним допущением, которое будет сделано, касается относительно вертикальных размеров вытекшей жидкости. Предполагается, что вытекающая жидкость из «узкого канала», т.е. из щели, растекается по горизонтальным направлениям под собственным весом и давлением, оказываемым сверху более вязкой жидкостью астеносферы; область, которую она будет занимать, будет иметь малый вертикальный размер в сравнении с горизонтальным ее размером.

Такое же допущение можно сделать относительно движений сильновязкой жидкости в астеносфере, так как вертикальные размеры астеносферы ( $H$ ) значительно меньше предполагаемых горизонтальных размеров ( $L$ ). Такие предположения упрощают уравнения движения (1) для обоих рассматриваемых жидкостей. В механике жидкости такое предположение называется допущением «мелкой воды» [13]. Допуская такое предположение о малости вертикального размера можно считать, что давление в жидкости совпадает с гидростатическим давлением [13]; т.е. имеет следующий вид для областей, куда вытекающая жидкость не достигла:

$$p = q(x, t) + \rho_a \cdot g(H - z), \text{ если } -y(t) \leq x \leq y(t); \quad (3)$$

и для области, куда вытекающая жидкость достигла:

$$p = q(x, t) + \rho_a \cdot g \cdot (H - \xi) + \rho \cdot g \cdot (\xi - z), \\ \text{если } -\infty < x < -y(t) \text{ и } y(t) < x < \infty. \quad (4)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$q(x, t)$  – некоторое «избыточное» давление, возникающее из-за движений в астеносфере, когда ее верхняя граница ограничена неподвижной поверхностью;  $z = \xi(x, t)$  – функция, описывающая верхнюю границу области, занятой вытекшей жидкостью; эта граница меняется с течением времени  $t$ ;  $y(t)$  – функция, определяющая изменение точки пересечения верхней границы вытекающей жидкости  $\xi(x, t)$  с горизонтальной поверхностью (точка  $M$  на рисунке 1); она удовлетворяет условию  $\xi(y, t) = 0$ .

Математическое моделирование. Использование перечисленных выше допущений и предположений позволяют упростить уравнения движений (1) для рассматриваемых жидкостей.

Уравнения движений для вытекающей из щели жидкости записываются в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \left[ \frac{\partial q}{\partial x} + (\rho - \rho_a) \cdot g \frac{\partial \xi}{\partial x} \right]; \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = 0. \quad (5)$$

Уравнение неразрывности для этой жидкости имеет следующий вид:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

Уравнения для астеносферы будут записаны соответственно в виде следующих уравнений:

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu_a} \cdot \frac{\partial q}{\partial x}; \\ \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = 0; \quad (7)$$

и

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (8)$$

В формулах (5) = (8) введены следующие обозначения:

$u = \{u_x, u_z\}$  – скорость движения жидкости, вытекающей из щели;  $v = \{v_x, v_z\}$  – скорость движения жидкости в астеносфере.

Полученные уравнения (5)-(8) представляют собой систему дифференциальных уравнений в частных производных; здесь функции  $u = u(x, z, t)$ ,  $v = v(x, z, t)$ ,  $z = \xi(x, t)$  являются неизвестными.

Граничные условия. Для решения этих уравнений должны быть определены граничные условия, которые будут сформулированы из физических условий данной задачи.

На выходе из щели (канала), при  $z = 0$ , предполагается, что скорость истечения жидкости из щели задана и равна  $w(x, t)$ ; и она направлена вертикально вверх по направлению оси  $z$ . Вытекающая из «узкого» канала жидкость образует определенную массу, занимая некоторую область в астеносфере. Поверхность этой области, занимаемой вытекшей жидкостью, описывается некоторой функцией  $z = \xi(x, t)$ , изменяющейся (увеличивающейся) с течением времени  $t$ . Эта функция  $z = \xi(x, t)$  определяет подвижную границу между вытекшей из щели жидкостью и жидкостью астеносферы.

Пусть вначале рассматриваются граничные условия для области, образованной вытекающей из щели жидкости.

1. На нижней границе, при  $z = 0$ , выполняются следующие кинематические условия:

$$\begin{aligned} u_x(x, 0, t) &= 0; \\ u_z(x, 0, t) &= \begin{cases} w(x, t), & x \in [-y(t), y(t)]; \\ 0, & x \notin [-y(t), y(t)]. \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

2. На границе между областью, занимаемой вытекшей из щели жидкостью, и астеносферой  $z = \xi(x, t)$  для отрезка  $-y(t) \leq x \leq y(t)$  выполняются следующие условия:

- кинематические условия о равенстве скоростей

$$\begin{aligned} u_x(x, \xi, t) &= v_x(x, \xi, t); \\ u_z(x, \xi, t) &= \frac{d\xi}{dt} = v_z(x, \xi, t). \end{aligned} \quad (10)$$

- динамическое условие о равенстве касательных напряжений

$$\mu \cdot \left[ \frac{\partial u_x(x, \xi, t)}{\partial z} + \frac{\partial u_z(x, \xi, t)}{\partial x} \right] = \mu_a \cdot \left[ \frac{\partial v_x(x, \xi, t)}{\partial z} + \frac{\partial v_z(x, \xi, t)}{\partial x} \right]. \quad (11)$$

3. На верхней границе астеносферы (на границе с твердой литосферой), где  $z = H$ , выполняется условие равенства нулю компонентов скорости:

$$\begin{aligned} v_x(x, H, t) &= 0, \\ v_z(x, H, t) &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Начальное условие. Можно предположить, что в начальный момент времени (при  $t = 0$ ) начинается процесс истечения жидкости. Тогда при  $t=0$  выполняется следующее начальное условие:

$$t = 0, \quad \xi(x, 0) = 0. \quad (13)$$

Считается, что в начальный момент времени отсутствует область, образованная вытекающей из щели жидкости. Область, образованная излившейся из канала жидкости, расширяется не только в вертикальном направлении, а также в горизонтальных направлениях из-за растекания в горизонтальных направлениях. Поэтому должны быть заданы условия на горизонтальных границах этой области, которые могут быть записаны в следующем виде:

$$x = \pm y(t), \quad \xi(\pm y(t), t) = 0. \quad (14)$$

Здесь  $x = \pm y(t)$  - горизонтальные границы области, занятой вытекшей жидкостью. Очевидно, в начальный момент времени эта граница совпадает с границей «канала», откуда вытекает магматические вещества, т.е.

$$y(0) = \pm r. \quad (15)$$

Очевидно, что с течением времени происходит изменение функции  $z = \xi(x, t)$ , которая определяет границу области, занимаемой вытекающей из щели жидкости, а также ее объем в зависимости от времени. Отсюда может быть определена зависимость между функциями  $\xi(x, t)$  и  $y(t)$ . Эту зависимость можно получить из баланса «расхода» жидкости, вытекающей из «канала» и изменения ее объема над поверхностью. Следует заметить, что здесь рассматривается двумерная задача, поэтому количество жидкости определяется одномерным интегралом.

Количество накапливаемой жидкости, поступающей по «узкому» каналу за время  $t$  может быть определено (с учетом симметрии) в виде следующего определенного интеграла:

$$Q = 2 \cdot \int_0^{y(t)} \xi(x, t) \cdot dx. \quad (16)$$

Расход жидкости из «канала» за это же время  $t$  равен этой же величине  $Q$ , и определен следующим двойным интегралом:

$$Q = 2 \cdot \int_0^t \int_0^r w(x, t) dx dt. \quad (17)$$

Из равенства этих двух формул (16) и (17) следует следующее равенство:

$$\int_0^{P(t)} \xi(x, t) dx = \int_0^t \int_0^r w(x, t) dx dt. \quad (18)$$

Итак, в результате математического моделирования и выводов формул согласно условиям поставленной здесь задачи получена совокупность математических формул (5)-(18).

В этих формулах неизвестными являются следующие переменные величины:

$u_x, u_z$  – компоненты скорости движения жидкости, вытекшей из «узкого» канала;  $v_x, v_z$  – компоненты скорости движения жидкости в астеносфере;  $\xi(x, t)$  – функция, определяющая границу между вытекшей жидкостью и астеносферой;  $y(t)$  – функция, которая определяет точку пересечения границы  $z = \xi(x, t)$  с горизонтальной осью  $x$ ;  $q(t)$  – «избыточное» давление.

Как видно, получена совокупность большого количества разнообразных формул. Для удобства формулировки математической задачи необходимо провести определенные преобразования.

Переход к безразмерным параметрам. Перед тем как приступить к преобразованию формул, целесообразно осуществить переход к безразмерным переменным. Для этого вначале должны быть выбраны так называемые характерные величины [13]. В качестве таких величин выбраны следующие параметры:

$L$  – горизонтальный размер;  $H$  – вертикальный размер;  $U$  – скорость движения по горизонтальному направлению;  $V$  – скорость движения по вертикальному направлению;  $P = \rho \cdot g \cdot H$  – гидродинамическое давление.

Теперь необходимо произвести замену переменных; для этого используются следующие формулы:

$$\begin{aligned} x &= L \cdot \bar{x}, & z &= H \cdot \bar{z}, & \xi &= H \cdot \bar{\xi}, & y &= H \cdot \bar{y}, & t &= T \cdot \bar{t}, \\ u_x &= U \cdot \bar{u}_x, & v_x &= U \cdot \bar{v}_x, & w &= V \cdot \bar{w}, & u_z &= V \cdot \bar{u}_z, & v_z &= V \cdot \bar{v}_z, \\ p &= P \cdot \bar{p}, & r &= H \cdot \bar{r}, & q &= P \cdot \bar{q}. \end{aligned} \quad (19)$$

Использование замены по формулам (19), а затем оценка порядка величин в этих формулах позволяет упростить формулы (5) и (6), и записать их в следующей безразмерной форме:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} = ER \cdot \left[ \frac{\partial q}{\partial x} + \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho}\right) \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} \right]; \quad (20)$$

и

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \quad (21)$$

Здесь введено обозначение безразмерного параметра:  $ER = \frac{\rho g H^3}{\mu U L}$ .

Следует заметить, что в формулах (20) и (21) черточки над безразмерными параметрами опущены, и в дальнейшем они будут считаться безразмерными величинами.

Аналогичным образом можно получить следующие формулы из формул (7) и (8):

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = ER \cdot \frac{\mu}{\mu_a} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} \quad (22)$$

и

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (23)$$

Теперь должны быть преобразованы граничные и начальные условия. Формулы (9), (10) и (12) - (19) в результате перехода к безразмерным величинам не меняют свои формы записи. Только формула (11) будет переписана с некоторыми изменениями:

$$\frac{\mu}{\mu_a} \cdot \left[ \frac{\partial u_x(x, \xi, t)}{\partial z} \right] = \frac{\partial v_x(x, \xi, t)}{\partial z}. \quad (24)$$

Следующим этапом преобразования формул является интегрирование безразмерных уравнений (20) – (23).

Вначале производится интегрирование формулы (21) по переменной  $z$  в пределах от 0 до  $\xi(x, t)$ . В результате будет получено следующее выражение:

$$u_z(x, \xi, t) - u_z(x, 0, t) = - \int_0^{\xi} \frac{\partial u_x}{\partial x} dz.$$

Используя граничные условия (9) и (10), после простейших преобразований можно получить следующее уравнение:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\xi} u_x dz + \begin{cases} w(x, t), & x \in [-y(t), y(t)], \\ 0, & x \notin [-y(t), y(t)]. \end{cases} \quad (25)$$

Интегрирование уравнения (23) по переменной  $z$  от  $\xi(x, t)$  до  $H$ , и используя граничных условий (10) и (13), можно получить следующее уравнение:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \int_{\xi}^H v_x dz. \quad (27)$$

Интегрирование уравнений (20) и (22), а затем использование граничных условий (9) – (12) в безразмерных формах, позволяют получить следующие формулы для определения горизонтальных составляющих скоростей движений в рассматриваемых жидкостях:

$$u_x = A \cdot \frac{z^2}{2} - \frac{z}{2 \cdot [\xi + k(H - \xi)]} \cdot \{A \cdot [\xi^2 + 2k\xi(H - \xi)] + B \cdot (H - \xi)^2\}, \quad (28)$$

где 
$$A = ER \cdot \left[ \frac{\partial q}{\partial x} + \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho}\right) \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} \right]; \text{ и}$$

$$v_x = B \cdot \frac{z^2 - H^2}{2} + \frac{z - H}{2 \cdot [\xi + k(H - \xi)]} \cdot \{A \cdot k \cdot \xi^2 - B \cdot [2\xi^2 + k(H^2 - \xi^2)]\}, \quad (29)$$

где 
$$B = ER \cdot \frac{\mu}{\mu_a} \cdot \frac{\partial q}{\partial x}.$$

В результате выполненных преобразований получены формулы (13)-(15), (18), и (25)-(29), которые описывают тектонические движения в астеносферном слое, куда проникают магматические вещества, поступающие из нижних слоев Земли по так называемым «узким» каналам. Эти формулы составляют математическую модель рассматриваемого здесь процесса.

На основе полученной математической модели ставится следующая математическая задача, в результате решения которой должны быть определены:

- закон изменения области, образованной вытекающей из «узкого» канала жидкостью;
- движения веществ, составляющих астеносферу;
- напряженное состояние вышележащей литосферы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Хаин В.Е. Основные проблемы современной геологии. М.: Научный мир, 2003. 348 с.
- [2] Добрецов Н.Л., Кирдяшкин А.Г., Кирдяшкин А.А. Глубинная геодинамика. Новосибирск: Изд-во СО РАН, филиал «Гео», 2003. 420 с.
- [3] Добрецов Н.Л. Крупнейшие магматические провинции Азии (250 млн лет): Сибирские и Эмейшаньские траппы (платобазальты) ассоциирующие гранитоиды // Новосибирск: Изд-во СО РАН, филиал «Гео». Геология и геофизика. 2005, т.46. № 9. С. 870-890.
- [4] Walcott R.J. Flexural rigidity, thickness and viscosity of the lithosphere //Journal of Geophysical Research. 1970b. Vol. 75. P.3941-3954.
- [5] Ranalli G. Viscosity of the asthenosphere // Nature (Gr. Br.). 1993. Vol. 361, 6409. P.231.
- [6] Bill Bruce G., Gurrey Donald R., Marshall Grant A. Viscosity estimates for the crust and upper mantle from of lacustrine shoreline deformation in the Eastern Great Basin //Journal of Geophysical Research.B. 1994, 99. Vol. 11. P. 46-58.
- [7] De Barmacher J-C. Is the oceanic lithosphere elastic or viscous //Journal of Geophysical Research. 1977. Vol.82, 14. P. 234- 245.
- [8] Harper J.F. Asthenosphere flow and plate motion // Geophysical Roy. Astron. Soc. 1978. Vol. 5, № 1. P. 123- 134.
- [9] Кузьмин М.И., Ярмолюк Б.Б. Тектоника плит и мантийные плюмы – основа эндогенной тектонической активности Земли последние 2 млрд лет // Новосибирск: Изд-во СО РАН, филиал «Гео». Геология и геофизика. 2016. Т.57, №1. С. 11-30.
- [10] Лобковский Л.И. Тектоника деформируемых литосферных плит и модель региональной геодинамики применительно к Арктике и Северо-Восточной Азии. // Новосибирск: Изд-во СО РАН, филиал «Гео». Геология и геофизика. 2016. Т.57, №3. С. 11-30.
- [11] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: Учебник для вузов. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
- [12] Савельева Г.Н., Соболев А.В., Батанова В.Г., Суслов П.В., Брюгманн Г. Структура каналов течения расплавов в мантии //Геотектоника. 2008. № 6, -С. 25-45.
- [13] Куралбаев З.К. Модельное исследование влияния локального поднятия мантийных веществ на тектоносферу //Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2005ю №1(19). С. 37-49.
- [14] Karato S.-I., Jung H., Katayama I., SkemerPh. Geodynamic significance of seismic anisotropy of the upper mantle: new insights from laboratory studies //Annu. Rev. Earth Planet. Sci. 2008. Vol.36. P.59-95.
- [15] Kyung H.M., Chongyoun K. Simulation of Particle Migration in Free-Surface Flows //AIChE Journal. 2010, N.10. Vol.56. P. 2539-2550.
- [16] Lassak T.M., McNamara A.K., Edward J., Gamero E.J., Zhong S. Core-mantle boundary topography as a possible constraint on lower mantle chemistry and dynamics // Earth and Planetary Science Letters. 2010. V. 289. P. 232-241.
- [17] Трубицын В.П. Реология мантии и тектоника литосферных плит // Физика Земли. 2012. №6. С. 3-22.

#### REFERENCES

- [1] V.E. Hain. The main problems of modern geology. M.: The scientific world, 2003. 348 s.
- [2] Dobretsov NL, Kirdyashkin AG, Kirdyashkin A.A. Deep geodynamics. Novosibirsk: SB RAS Publishing, Geo Branch, 2003. 420 s.
- [3] Dobretsov N.L. The largest magmatic provinces of Asia (250 million years old): Siberian and Emeiashan traps (plateau basalts) and associated granitoids //Novosibirsk: Izdatel'stvo SB RAS, Geo branch. Geology and Geophysics. 2005. Vol. 46. No.9. P. 870-890.



- [4] Walcott R.J. Flexural rigidity, thickness and viscosity of the lithosphere // Journal of Geophysical Research. 1970. Vol. 75. P.3941-3954.
- [5] Ranalli G. Viscosity of the asthenosphere // Nature (Gr. Br.). 1993. Vol. 361. 6409. P.231.
- [6] Bill Bruce G., Gurrey Donald R., Marshall Grant A. Viscosity estimates for the crust and upper mantle from of lacustire shoreline deformation in the Eastern Great Basin // Journal of Geophysical Research.B. 1994. Vol. 99. No.11. P. 46-58.
- [7] De Bremacher J-C. Is the oceanic lithosphere elastic or viscous //Journal of Geophysical Research. 1977. Vol.82. No.14. P. 234- 245.
- [8] Harper J.F. Asthenosphere flow and plate motion //Geophysical Roy. Astron. Soc. 1978. Vol. 5. No.1. P. 123- 134.
- [9] Kuzmin M.I., Yarmolyuk B.B. Tectonics of plates and mantle plumes - the basis of endogenous tectonic activity of the Earth for the last 2 billion years // Novosibirsk: Izdatel'stvo SB RAS, Geo branch. Geology and geophysics. 2016. Vol.57. No.1. P. 11-30.
- [10] Lobkovsky L.I. Tectonics of deformable lithospheric plates and a model of regional geodynamics applied to the Arctic and North-East Asia // Novosibirsk: Izdatel'stvo SB RAS, branch "Geo". Geology and geophysics. 2016. Vol.57. No.3. P. 11-30.
- [11] Loitsyansky LG Mechanics of fluid and gas: Proc. For universities. M.: Drofa, 2003. 840 s.
- [12] Savelieva G.N., Sobolev A.V., Batanova V.G., Suslov P.V., and Bryugmann Struktura kanalov techeniya rasplavov v mantii [Structure of the melt flow channels in a mantle] //Geotektonika. 2008. No.6. P. 25-45.
- [13] Kuralbaev Z.K. A Model Study of the Influence of Local Elevation of Mantle Substances on the Tectonosphere //Scientific Bulletin of the Novosibirsk State Technical University. 2005. No. 1(19). P. 37-49.
- [14] Karato S.-I., Jung H., Katayama I., SkemerPh. Geodynamic significance of seismic anisotropy of the upper mantle: new insights from laboratory studies //Annu. Rev. Earth Planet. Sci. 2008. Vol.36. P.59-95.
- [15] Kyung H.M., Chongyoup K. Simulation of Particle Migration in Free-Surface Flows //AIChE Journal. 2010. Vol.56. No.10. P. 2539-2550.
- [16] Lassak T.M., McNamara A.K., Edward J., Garnero E.J., Zhong S. Core-mantle boundary topography as a possible constraint on lower mantle chemistry and dynamics // Earth and Planetary Science Letters. 2010. V. 289. P. 232-241.
- [17] Trubitsyn V.P. Reologiya mantii i tektonika litosfernykh plit [Mantle rheology and tectonics of the lithospheric plates] // Fizika Zemli. 2012. No.6. P.3-22.

**З.К. Құралбаев, А.Р. Оразаева, З.М. Рахимжанова**

Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы қ.

### **ЖОҒАРЫ КӨТЕРІЛГЕН МАҒМА ЗАТТАРЫНЫҢ ӘСЕРІНЕН БОЛАТЫН АСТЕНОСФЕРАДАҒЫ ҚОЗҒАЛЫСТЫҢ МЕХАНИКА-МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ**

**Аннотация.** Мақалада Жердің төменгі қабаттарында пайда болып, «тар арналар» деп аталынатын жер қойнауындағы жарықтар арқылы жоғары көтерілетін мағма заттарының әсерінен болатын сыртқы қабаттардағы тектоникалық процестерді модельдеу арқылы зерттеуге арналған. Мұнда астеносфера мен мағма заттары Рейнольдс саны аса кіші болатын жоғары тұтқырлы сұйық ретінде қарастырылып, тектоникалық қозғалыстың механика-математикалық моделі ұсынылған. Қарастырылып отырған есептің математикалық моделін құрайтын математикалық формулалар келтірілген; математикалық есеп қойылған. Алынған математикалық модельдің негізінде шешімі табылған жағдайда келесілер анықталатын математикалық есеп қойылған:

- «тар» арнадан ағып шығатын, түзілген сұйықтықтың облысының өзгеру заңы;
- астеносфераны құрайтын заттардың қозғалысы;
- жоғары жатқан литосфераның шиеленіскен жағдайы.

**Түйін сөздер:** тектоникалық қозғалыстар, астеносфера, литосфера, мағма заттары, аса тұтқырлы сұйық, математикалық модель.