N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 2, Number 312 (2017), 181 – 192

UDC 517.94

M.I. Akylbaev[1], M.B. Saprigina,[2] A.Sh. Shaldanbaev[3]

SOLUTION OF A SINGULARLY PERTURBED CAUCHY PROBLEM, FOR AN ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATION OF THE FIRST ORDER WITH A CONSTANT COEFFICIENT, BY THE METHOD OF A DEVIATING ARGUMENT

[1]Kazakhstan Engineering and Pedagogical University of Friendship of Peoples, Shymkent;
[2]Southern Kazakhstan state pharmatseptical academy, Shymkent;
[3]South Kazakhstan State University, Shymkent
shaldanbaev51@mail.ru

Abstract . In this paper we obtain a spectral decomposition of the solution of the Cauchy problem in a space with an indefinite metric, and by means of this expansion we deduce the boundary layer expansion of the solution of the singularly perturbed Cauchy problem, for the model equation of the first order $\varepsilon y' + ay(x) = f(x), y(0) = 0, a > 0, f(x) \in W_2^n[0,1], a - const.$

Keywords: completeness, self-adjoint operator, completely continuous operator, Gilbert-Schmidt's theorem, Volterian operators, indefinite metric, Schmidt decomposition, orthonormal basis.

УДК 517.94

М.И.Ақылбаев[1], М.Б. Сапрыгина[2], А.Ш. Шалданбаев[3]

[1]Қазақстанның инженерлі-педагоғикалық халықтар достығы университеті, Шымкент қ-сы;
[2]Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік фармаңевтика академиясы, Шымкент қ-сы;
[3]Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті,Шымкент қ-сы

КОЭФИЦИЕНТІ ТҰРАҚТЫ, БІРІНШІ РЕТТІ КӘДІМГІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ СИНГУЛЯР ӘСЕРЛЕНГЕН КОШИ ЕСЕБІН АРГУМЕНТТІН АУЫТҚЫТУ ӘДІСІ АРҚЫЛЫ ШЕШУ

1.Кіріспе.

$H = L^2(0,1)$ кеңістігінде Кошидің, мынадай,

$$L_\varepsilon y = \varepsilon y'(x) + ay(x) = f(x), x \in (0, 1] \tag{1}$$

$$y(0) = 0 \tag{2}$$

сингуляр әсерленген есебін қарастыралық, мұндағы $f(x) \in H, a > 0 - const, \varepsilon -$оң мардымсыз параметр.

Бұл есепті шешудің әртүрлі жолдары бар $[1 - 18]$, біз бұл есепті сызықтық операторлардың спектрәлдік теориясы арқылы шешпекпіз. Мәселенің мәні, мынада, бұл (1)-(2) есепке, мынадай,

$$L_{\varepsilon}y=\varepsilon y^{'}(x)+ay(x), y(0)=0$$

сызықтық оператор сәйкес келеді, ол $[0,1]$ кесіндісінде үздіксіз, ал $(0,1]$ жартыинтервалында үздіксіз диффренциалданатын функциялардың сызықтық көпсаласында анықталған, сонымен бірге, бұл көпсалада қосымша $y(0)=0$ шарты орындалады.

$D(L_{\varepsilon})=\{y(x)\in C^{1}(0,1]\cap C[0,1]: y(0)=0\}-$ арқылы L_{ε} операторының анықталу аймағын, ал $R(L_{\varepsilon})$ арқылы өзгеру аймағын белгілейік. Жоғарыдағы $a>0$ шарты $L_{\varepsilon}-$ операторының төменнен шектеулі болуын қамтамасыз етеді, ал, мұнан, кері L_{ε}^{-1} операторының бар әрі шектеулі боларын көреміз, оның $R(L_{\varepsilon})$ $-$мәндері аймағында анықталатыны айтпаса түсінікті. Кезкелген $[0,1]$ кесіндісінде үзіксіз $f(x)$ функциясы үшін Кошидің (1)-(2) есебінің бір ғана шешімі болғандықтан $R(L_{\varepsilon})-$ жиыны осы $[0,1]$ кесіндісі бойында үзіксіз функциялардың сызықтық көпсаласы. Үзіксіз функциялардың сызықтық көпсаласы H кеңістігіндегі тығыз жыйын, сондықтан L_{ε}^{-1} операторы бүткіл H кеңістігіне үзіксіз оператор ретінде таратылады. Демек, L_{ε} операторының $\bar{L}_{\varepsilon}$ қабындысының мәндерінің жыйыны $R(\bar{L}_{\varepsilon})$ бүткіл H кеңістігімен бірдей болады, яғни $R(\bar{L}_{\varepsilon})=H$, мұндағы, $\bar{L}_{\varepsilon}-$ дегеніміз L_{ε} операторының қабындысы.

Егер Sарқылы, мына,

$$Su(x)=u(1-x)$$

оператор анықталса, онда SL_{ε}операторының $D(L_{\varepsilon})$ $-$анықталу аймағында симметриялы екенін байқауға болады, сонымен бірге $\overline{SL_{\varepsilon}}=\bar{SL}_{\varepsilon}$екенін көреміз, сондықтан $\overline{SL_{\varepsilon}}$ операторының мәндерінің жыйыны бүткіл Hкеңістігі болады.

Мына, $SL_{\epsilon}\subset(SL_{\varepsilon})^{*}$ қатыстықтан, келесі, $\overline{SL_{\varepsilon}}\subset\overline{(SL_{\varepsilon})^{*}}$ қатыстықтан туындайды және $(SL_{\varepsilon})^{*}$ операторының тұйықтығынан, мына, $\overline{(SL_{\varepsilon})^{*}}=(SL_{\varepsilon})^{*}$ теңдігі шығады. Жоғарыда көрсетуіміз бойынша $\overline{SL_{\varepsilon}}$ операторының мәндерінің жиыны H кеңістігі, олай болса, $\overline{SL_{\varepsilon}}=(SL_{\varepsilon})^{*}$, демек , $(\overline{SL_{\varepsilon}})^{*}=(SL_{\varepsilon})^{**}=\overline{SL_{\varepsilon}}$, яғни SL операторының H кеңістігіндеғі қабындысы жалқы.

Екінші жақтан, $(\bar{L}_{\varepsilon})^{-1}=\overline{L_{\varepsilon}^{-1}}$ операторы Гилберт-Шмидтің класына, тиісті, сондықтан ол H кеңістігінде әсіре үзіксіз. Түптен келгенде, $(\overline{SL_{\varepsilon}})^{-1}$ операторы H кеңістігінде жалқы және әсіре үзіксіз, сондықтан Гилберт-Шмидтің теоремасы бойынша оның меншікті векторларынан H кеңістігінің ортанормаланған базисін құрауға болады.

Біздің (1)-(2) есебіміздің шешімі осы базисте Фуре қатарына таратылады. Осы қатардың Фуре коэффициенттері белгілі бір түрлендіруден соң, есептің шешімінің шекарадағы асимтотикасын береді. Бұл асимтотикалық таралымның қалдығы SL_{ε} операторының ең кіші меншікті мәні арқылы бағалағанда, немесе, SL_{ε} операторының жартылай шектеулілігін пайдалануға болады.

Егер (1)- теңдеудің оң жағындағы бос мүшесі, онша, біртегіс болмаса, онда біздің әдісіміздің, біртіндеп жуықтау әдісінен артықшылығы бар. Мәселе, мынада n $-$ші жуықтаудың біртегістігі дәл $f(x)$ $-$тың біртегістігіндей, ал мұнымыз, сандық әдістер үшін өте қолайсыз, ал Фура қатарының n $-$ші дербес қосындысының біртегістігі шексіз, біздің пайымдауымызша, осы сәт әдісті іске асырғанда көп пайда тигізеді.

Мына, $\varepsilon a^{'}+ae=0$, теңдеудің фундаментәлді шешімін табайық, бұл үшін Кошидің, мына,

$$\varepsilon e^{'}+ae=0, e(0)=1$$

есебін шешейік.

$$\varepsilon\times e^{'}=-ae,\frac{e^{'}}{e}=-\frac{a}{\varepsilon},(l_{n}e)^{'}=-\frac{a}{\varepsilon},$$

$$l_{n}e/_{0}^{x}=-\int_{0}^{x}\frac{a}{\varepsilon}dt=-\frac{a}{\varepsilon}\times x, l_{n}e(x)-l_{n}e(0)=-\frac{a}{\varepsilon}x,$$

$$l_{n}\frac{e(x)}{e(0)}=-\frac{a}{\varepsilon}x, e(x)=e(0)\times e^{-\frac{a}{\varepsilon}x}=e^{-\frac{a}{\varepsilon}x}.$$

Енді, $f(x)$ $-$үзіксіз функция болсын деп (1)-(2) есептің шешімін, мына,

$$y(x,\varepsilon,f)=\int_{0}^{x}K(x,t)f(t)dt \tag{3}$$

түрде іздейміз, мұндағы $K(x,t)$ $-$әзірше белгісіз функция. Осы (3) формуланы жоғарыға (1)-(2) апарып қоялық, сонда

$$y'(x) = K(x,t) \times f(x) + \int_0^x \frac{\partial K}{\partial x} f(t)dt,$$

$$\varepsilon y'(x) + ay = \varepsilon K(x,x)\, f(x) + \int_0^x \varepsilon \frac{\partial K}{\partial x} f(t)dt + \int_0^x aK(x,t)f(t)dt =$$

$$= \varepsilon \times K(x,x) \times f(x) + \int_0^x \left(\varepsilon \frac{\partial K}{\partial x} + aK\right) f(t)dt = f(x),$$

болады. Демек

$$\varepsilon \times K(x,x) = 1, \varepsilon \frac{\partial K}{\partial x} + aK = 0;$$

болуы керек, яғни tның әрбір шегеленген мәніде $K(x,t)$сәйкес біртекті теңдеудің шешімі.

Мұндай, функцияның, мынау,

$$K(x,t) = \frac{e(x-t)}{\varepsilon},$$

екенін аңғару онша қыйын емес. Шынында-да,

$$\varepsilon\, K(x,t)/_{t=x} = e(0) = 1,$$

$$\varepsilon \times \frac{\partial e(x-t)}{\partial x} + ae(x-t) = \varepsilon \times e'(x-t) + ae(x-t) = 0.$$

Сонымен, кезкелген үзіксіз $f(x)$функңиясы үшін (1)-(2) Кошидің есебінің шешімі бар және ол, мынау,

$$y(x,\varepsilon,f) = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^x e(x-t)f(t)dt. \quad (4)$$

мұндағы $e(x) = exp\left(-\frac{a}{\varepsilon}x\right)$ –сәйкес теңдеудің фундаментәлді шешімі. Бұл, (4) формуланы, былай,

$$y(x,\varepsilon,f) = \frac{1}{\varepsilon}\int_0^1 \theta(x-t)e(x-t)f(t)dt \quad (5)$$

жазуға болады, мұндағы $\theta(x)$ –Хевисайдтың функңиясы. Жоғарыдағы (5) интеғралдық оператордың ядросы шектеулі функция, сондықтан ол үзіксіз функңиялардың сызықтық көпсаласында шектеулі опеартор болады, ал бұл көпсала $L^2(0,1)$ кеңістігінде тығыз болғандықтан бұл (5) оператор бүткіл $H = L^2(0,1)$ кеңістігіне шектеулі оператор етіп таратылады. Соныменен, мына,

$$L_\varepsilon y = \varepsilon y'(x) + ay(x), \in (0,1], D(L_\varepsilon) = \{y \in C^1(0,1] \cap C[0,1]: y(0) = 0\}$$

оператордың қабындысының мәндерінің жыйыны H болады.

Енді (1) теңдеудің екі жағын-да $y(x)$ функңиясына скаляр көбейтсек, онда

$$\varepsilon(y',y) + a \times \|y\|^2 = (f,y)$$

Бастапқы (2) шарттың арқасында

$$\varepsilon \times (y,y') = \varepsilon \times \int_0^1 ydy = \varepsilon \times \frac{y^2(x)}{2}\Big|_0^1 = \frac{\varepsilon y^2(1)}{2} \geq 0,$$

демек,

$$a \times \|y\|^2 \leq (f,y) \leq \|f\| \times \|y\|, a\|y\| \leq \|f\| = \|L_\varepsilon y\|.$$

Егер $f = 0$болса, онда соңғы теңсіздіктен $y(x) \equiv 0$болады, осыменен табылған шешімнің бірегейлігі және кері оператордың шектеулі екені дәлелденді, себебі, мына,

$$\|y\| = \|L_\varepsilon^{-1} f\| \leq \frac{\|f\|}{a}, \|L_\varepsilon^{-1}\| \leq \frac{1}{a}$$

теңсіздік орынды.

Әрі қарай , (1) теңдеу арқылы, табылған шешімнің шығар шыңын бағалаймыз.

$$\varepsilon y' + ay = f(x), \varepsilon y'(x) = f(x) - ay(x),$$

$$\varepsilon\|y'\| \leq \|f\| + a\|y\| \leq 2\|f\|, \|y'\| \leq \frac{2}{3}\|f\|,$$

$$\|y\|_1 = (\|\dot{y}\|^2 + \|y\|^2)^{\frac{1}{2}} \leq \sqrt{\frac{4}{\varepsilon^2}\|f\|^2 + \|f\|^2} \leq \sqrt{\frac{4}{\varepsilon^2} + 1} \times \|f\|.$$

Демек $\varepsilon > 0$ −ның әрбір шегеленген мәнінде L_ε^{-1}кері операторы әсіре үзіксіз, тінтім онан-да әрі, Гилберт-Шмидтің класында жатады, мұнымыз жоғарыдағы (5) интеғралдық операторының ядросының шектеулілігінің салдары.

2. Зерттеу әдістері

Егер S операторы, былай,

$$Su(x) = u(1-x),$$

анықталса, онда SL_ε операторы H кеңістігінде симметриялы болады, шынында-да, егер $a, v \in D(L_\varepsilon)$ болса, онда

$$(SL_\varepsilon u, v) = (L_\varepsilon u, Sv) = \int_0^1 (\varepsilon u' + au)v(1-x)dx =$$

$$= \varepsilon\int_0^1 v(1-x)du + \int_0^1 a \times u(x)v(1-x)dx = = \varepsilon v(1-x)u/_0^1 + \int_0^1 v'(1-x)u(x)dx +$$

$$+ \int_0^1 au(x)v(1-x)dx = \int_0^1 u(x)\left[v'(1-x) + av(1-x)\right]dx = (u, SL_\varepsilon v),$$

SL_ε −операторының симметриялылығынан $(SL_\varepsilon)^{-1}$операторының симметриялылығы туындайды және $(SL_\varepsilon)^{-1}$ операторының бүткіл $L^2(0,1)$кеңістігінде анықталғанын ескерсек, онда ол жалқы операторы болады. Сонымен, $(SL_\varepsilon)^{-1}$ операторы жалқы әрі әсіре үзіксіз, онда Гилберт пен Шмидтің теоремасы бойынша, бұл оператордың нормаланған меншікті векторлары $L^2(0,1)$ кеңістігінің ортанормаланған базисі болады.

Лемма 1. Егер $Su(x) = u(1-x)$ болса, онда SL_ε операторының нормаланған меншікті векторлары H кеңістігінде ортанормаланған базис болады.

Теорема 1. Жоғарыдағы (1)-(2) Кошидің есебінің әлді шешімі, мынадай,

$$y(x,\varepsilon,f) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(Sf,\varphi_n)}{\lambda_n} \times \varphi_n(x)$$

болады, мұндағы, $\varphi_n(x)$ −дегеніміз SL_ε −операторының меншікті векторлары, ал λ_n −соларға сәйкес меншікті мәндері, тағы-да бір ескерер жай, $Su(x) = u(1-x)$,

$$L_\varepsilon y = \varepsilon y'(x) + ay(x), x \in (0,1] (1)'$$

$$D(L_\varepsilon) = \{y(x) \in C^1(0,1] \cap C[0,1]: y(0) = 0\} (2)'$$

Дәлелі.Sоператорымен (1) теңдеудің екі жағына-да әсер етіп, мына, $SL_\varepsilon y = Sf$теңдікті аламыз, демек, $y(x,\varepsilon,f) = (SL_\varepsilon)^{-1}Sf(x)$,

$$SL_\varepsilon\varphi_n = \lambda_n\varphi_n (n = 1,2,\dots), \varphi_n(x) = \lambda_n(SL_\varepsilon)^{-1}\varphi_n, (SL_\varepsilon)^{-1}\varphi_n = \frac{\varphi_n}{\lambda_n},$$

$$y(x,\varepsilon,f) = (SL_\varepsilon)^{-1}Sf = \sum_{n=1}^{\infty}((SL_\varepsilon)^{-1}Sf, \varphi_n) \times \varphi_n =$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(Sf \times (SL_\varepsilon)^{-1}\varphi_n) \times \varphi_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(Sf,\varphi_n)}{\lambda_n} \times \varphi_n(x).$$

Сонымен, бұл теорема дәлелденді, және ол біздің әдісіміздің қайнар көзі болады. Келесі бөлімшеде біз (1)-(2) есептің шешімінің шекара маңындағы таралымын аламыз.

3. Зерттеу нәтиежелері

Лемма 2. Егер $f(x) \in W_2^1[0,1]$ болса, онда, мына,

$$y(x,\varepsilon,f) = \frac{f(x)}{a} - \frac{\varepsilon}{a} \times f(0) \times \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varphi_n(1)}{\lambda_n} \times \varphi_n(x) - \frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f') \quad (6)$$

формула орынды, мұндағы $y(x,\varepsilon,f')$ −дегеніміз, оң жағы $f'(x)$болған сәттегі, Коши есебінің шешімі.

Дәлелі.

Меншікті функцияларның теңдеуіне сүйеніп, (Sf,φ_n) Фуренің коэффициенттерін түрлендіреміз.

$$(Sf,\varphi_n)=\left(Sf,\frac{\lambda_n S\varphi_n-\varepsilon\varphi_n'}{a}\right)=$$

$$=\frac{\lambda_n}{a}(Sf,S\varphi_n)-\frac{\varepsilon}{a}(Sf,\varphi_n')=\frac{\lambda_n}{a}(f,\varphi_n)-\frac{\varepsilon}{a}(Sf,\varphi_n');$$

$$(Sf,\varphi_n')=\int_0^1 Sfd\varphi_n=Sf\times\varphi_n/_0^1-\int_0^1(Sf)^1\varphi_n(x)dx=$$

$$=f(0)\varphi_n(1)+\int_0^1 Sf'\times\varphi_n dx;$$

$$(Sf,\varphi_n)=\frac{\lambda_n}{a}(f,\varphi_n)-\frac{\varepsilon}{a}[f(0)\times\varphi_n(1)+(Sf',\varphi_n)]=$$

$$=\frac{\lambda_n}{a}(f,\varphi_n)-\frac{\varepsilon}{a}f(0)\times\varphi_n(1)-\frac{\varepsilon}{a}(Sf',\varphi_n);$$

$$y(x,\varepsilon,f)=\frac{1}{a}\sum_{n=1}^{\infty}(f,\varphi_n)\times\varphi_n(x)-\frac{\varepsilon}{a}f(0)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varphi_n(1)}{\lambda_n}\varphi_n(x)-\frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f').$$

Лемма 3. Мына,

$$\varepsilon\times\frac{\varphi_n(1)}{\lambda_n}=(\varphi_n,e),n=1,2,...$$

формула орынды, мұндағы λ_n –меншікті мәндер, ал $\varphi_n(x)$ осы меншікті мәндерге сәйкес SL_εоператорының меншікті функциялары, $e(x)$ –біртекті теңдеудің фундаментәлді шешімі, яғни

$$\begin{cases}\varepsilon e'(x)+ae(x)=0 & (7)\\ e(0)=1 & \end{cases}$$

(8)

Дәлелі. S операторымен ((7)) теңдеудің екі жағына-да әсер етсек, мынадай

$$\varepsilon Se'+aSe=0,\varepsilon\times\left(Se',\varphi_n\right)+a(Se,\varphi_n)=0,n=1,2,...,$$

мұндағы $\varphi_n(x)(n=1,2,...)$ –дегеніміз, мына,

$$\varepsilon\varphi_n'(x)+a\varphi_n(x)=\lambda_n S\varphi_n(x),\varphi_n(0)=0,n=1,2,...$$

шекаралық есептің меншікті функциялары, сондықтан,

$$(Se',\varphi_n)=\int_0^1 e'(1-x)\varphi_n(x)dx=-\int_0^1\varphi_n de(1-x)=$$

$$=-\varphi_n(x)e(1-x)/_0^1+\int_0^1\varphi_n'(x)e(1-x)dx=-\varphi_n(1)+\int_0^1\varphi_n'(x)e(1-x)dx;$$

$$\varepsilon(Se',\varphi_n)=-\varepsilon\varphi_n(1)+\int_0^1\varepsilon\varphi_n'(x)e(1-x)dx=$$

$$=-\varepsilon\times\varphi_n(1)+\int_0^1(\lambda_n S\varphi_n-a\varphi_n)e(1-x)dx=$$

$$=-\varepsilon\varphi_n(1)+\lambda_n(\varphi_n,e)-a(\varphi_n,Se);$$

Демек,

$$\varepsilon(Se',\varphi_n)+a(Se,\varphi_n)=-\varepsilon\times\varphi_n(1)+\lambda_n(\varphi_n,e)=0,$$

сондықтан,

$$\varepsilon\frac{\varphi_n(1)}{\lambda_n}=(\varphi_n,e).$$

Лемма 4. Егер $f(x) \in W_2^1[0,1]$ болса, онда , мына,

$y(x,\varepsilon,f) = \frac{f(x)}{a} - \frac{f(0)}{a}e(x) - \frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f'),$ (9)

формула орынды, мұндагы $e(x)$ −дегеніміз сәйкес біртекті теңдеудің фундаментәлді шешімі, ал $y(x,\varepsilon,f')$ −дегеніміз дәл сол (1)-(2) есептің оң жагы $f'(x)$болган сәттегі шешімі.

Дәлелі.

$$\sum_{mh1}^{\infty} \frac{\varepsilon\varphi_n(1)}{\lambda_n}\varphi_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty}(\varphi_n, e)\varphi_n(x) = e(x),$$

сондықтан бәзге керек формула (6) –ден шыгады:

$$y(x,\varepsilon,f) = \frac{f(x)}{a} - \frac{f(0)}{a}e(x) - \frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f') = \frac{f(x) - f(0)e(x)}{a} - \frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f').$$

Теорема 2. Егер $a > 0$ және $W_2^1[0,1]$ болса, онда сингуляр әсерленген (1)-(2) Коши есебінің шешімі, мына,

$$\left\| y(x,\varepsilon,f) - \frac{f(x) - f(0)e(x)}{a} \right\| \leq \varepsilon \times \frac{\|f'\|}{a^2},$$

теңсіздікті қанагаттандырады, мұндагы $e(x)$ −дегеніміз, мына,

$$\varepsilon e'(x) + ae(x) = 0, \tag{7}$$

$$e(0) = 1 \tag{8}$$

Коши есебінің шешімі.

Салдар 1. Егер $a > 0, f(x) \in W_2^2[0,1]$және $f(0) = 0$болса, онда, мына,

$$\left\| y'(x,\varepsilon,f) - \frac{f'(x) - f'(0)e(x)}{a} \right\| \leq \frac{\varepsilon\|f''\|}{a^2} \tag{10}$$

теңсіздік орындалады

Егер $f(x) \in W_2^n[0,1]$ және $n > 1$ болса, онда (9) формула бойынша таралымның, келесі, мүшелерін табуга болады. Мысалы, егер $f(x) \in W_2^2[0,1,]$ болса, онда

$$y(x,\varepsilon,f') = \frac{f'(x)}{a} - \frac{f'(0)}{a}e(x) - \frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f''),$$

$$y(x,\varepsilon,f) = \frac{f(x)}{a} - \frac{f(0)}{a}e(x) - \frac{\varepsilon}{a}\left[\frac{f'(x) - f'(0)e(x)}{a} - \frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f'')\right] =$$

$$= \frac{f(x) - f(0)e(x)}{a} - \frac{[f'(x) - f'(0)e(x)]}{a^2}\varepsilon + \left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^2 y(x,\varepsilon,f'').$$

Енді математикалық индукция әдісін қолдайық, бұл үшін, мына,

$$y(x,\varepsilon,f) = \sum_{k=0}^{n-2}(-1)^k \frac{[f^{(k)}x - f^{(k)}(0)e(x)]\varepsilon^k}{a^{k+1}} + (-1)^{n-1}\left(\frac{\varepsilon}{k}\right)^{n-1} y(x,\varepsilon,f^{(n-1)})$$

формула орынды деп санайық, онда

$$y(x,\varepsilon,f^{(n-1)}) = \frac{f^{(n-1)}(x) - f^{(n-1)}(ae(x))}{a} - \frac{\varepsilon}{a} \times y(x,\varepsilon,f^{(n)}),$$ сондықтан

$$y(x,\varepsilon,f) = \sum_{k=0}^{n-1}\frac{(-1)^k[f^{(k)}(x) - f^{(k)}(0)e(x)]}{a^{k+1}} + (-1)^n\left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^n y(x,\varepsilon,f^{(n)}).$$

Бұрынырақ дәлелденген алдын-ала багалау бойынша, мына.

$$\|y(x,\varepsilon,f^{(n)})\| \leq \frac{\|f^{(n)}(x)\|}{a}$$

теңсіздің орындалады, сондықтан

$$\left\| y(x,\varepsilon,f) - \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \frac{\left[f^{(k)}x - f^{(k)}(0)e(x)\right]\varepsilon^k}{a^{k+1}} \right\| \leq \frac{\varepsilon^n}{a^{n+1}} \left\| f^{(n)}(x) \right\|.$$

Теорема 3. Егер $a > 0$ және $f(x) \in W_2^n[0,1]$ болса. Онда сингуляр әсерленген (1)-(2) Коши есебінің шешімі $W_2^{n+1}[0,1]$ кеңістігінде жатады және, мына,

$$\|y(x,\varepsilon,f)\| - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k\left[f^{(k)}(x) - f^{(k)}(0)e(x)\right]\varepsilon^k}{a^{k+1}} \leq \frac{\varepsilon^n}{a^{n+1}} \left\| f^{(n)}(x) \right\|$$

теңсіздікті қанағаттандырады.

Салдар 2. Егер $a > 0, f(x) \in W_2^n[0,1]$және $f(0) = f^{'}(0) = f^{''} = \cdots f^{(n-1)}(0) = 0$болса, онда

$$\left\| y(x,\varepsilon,f) - \frac{f(x)}{a} \right\|_{n-1} \leq \frac{\varepsilon}{a^2} \left\| f^{'}(x) \right\|_{n-1}$$

мұндағы $\|\cdot\|_{n-1}$ −дегеніміз Соболевтің $W_2^{n-1}[0,1]$ кеңістігінің нормасы

Дәлелі. Негізгі теңдеуді k −рет дифференңиалдасақ, онда $(1 \leq k \leq n-1)$, мынадай,

$$\begin{cases} \varepsilon y^{(k+1)} + a \times y^{(k)} = f^{(k)}(x) \\ \qquad y^{(k)}(0) = 0 \end{cases}$$

Кошидің есебін аламыз, онда (10) форумла бойынша, мынадай,

$$\left\| y^{(k)}(x,\varepsilon,f) - \frac{f^{(k)}(x)}{a} \right\|^2 \leq \frac{\varepsilon^2}{a^4} \left\| y\left(x,\varepsilon,f^{(k+1)}\right) \right\|^2 \leq \frac{\varepsilon^2}{a^4} \left\| f^{(k+1)}(x) \right\|^2.$$

Осы теңсіздіктерді $(0 \leq k \leq n-1)$қосып, сонан соң қосындыдан квадрат түбір тапсақ, онда, мынадай,

$$\left\| y(x,\varepsilon,f) - \frac{f(x)}{a} \right\|_{n-1} = \left(\sum_{k=0}^{n-1} \left\| y^{(k)}(x,\varepsilon,f) - \frac{f^{(k)}(x)}{a} \right\|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq \frac{\varepsilon}{a^2} \left\| f^{'}(x) \right\|_{n-1}$$

теңсіздік аламыз.

4.Талқысы

Бірқалыпты бағамдар

Мынадай,

$$\varepsilon y'(x) + ay(x) = f(x), x \in (0,1], a > 0, f(x) \in C^n[0,1] \ , \qquad (1)$$

$$y(0) = 0 \ ; \qquad (2)$$

сингуляр әсерленген Кошидің есебін қарастырайық, мұндағы $\varepsilon > 0, a > 0$ –белгілі тұрақтылар, $f(x)$ белгілі функңия, ал $y(x)$ – белгісіз функңия.

Келесі,

$$\left\| y(x,\varepsilon,f) - \frac{f(x)}{a} \right\|_{n-1} \leq \frac{\varepsilon}{a^2} \left\| f'(x) \right\|_{n-1}, n = 1,2,\ldots$$

теңсіздіктердің орындалуы үшін, мына,

$$f(0) = 0, f'(0) = 0, \ldots, f^{(n-1)}(0) = 0, n = 1,2,\ldots$$

теңдіктердің орындалуы қажетті, әрі, жеткілікті екенін көрсетейік, мұндағы,

$$\|g(x)\|_0 = \max_{0\le x\le 1}|g(x)|, \|g(x)\|_{n-1} = \sum_{k=0}^{n-1}\|g^{(k)}(x)\|,$$

ал $y(x,\varepsilon,f)$ – дегеніміз (1)-(2)- есептің шешімі.

Шешімі.

а) Жеткіліктілігі. Келесі,

$$f(0)=0, f'(0)=0,\dots, f^{(n-1)}(0)=0 ,$$

сәтте, мына,

$$\left\|y(x,\varepsilon,f)-\frac{f(x)}{a}\right\|_{n-1} \le \frac{\varepsilon}{a^2}\|f'(x)\|_{n-1}.$$

теңсіздіктің орындалатынын көрсетейік.

Егер $f(0)=0$ болса, онда, келесі,

$$y(x,\varepsilon,f)=\frac{f(\mathrm{x})}{a}-\frac{f(0)}{a}e(x,\varepsilon)-\frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f')$$

формуладан, мынадай,

$$y(x,\varepsilon,f)=\frac{f(\mathrm{x})}{a}-\frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f'), e(\mathrm{x},\varepsilon)=\mathrm{e}^{-\frac{a}{\varepsilon}x}$$

теңдікке келеміз, мұнан,

$$\left\|y(x,\varepsilon,f)-\frac{f(\mathrm{x})}{a}\right\| \le \frac{\varepsilon}{a}\|y(x,\varepsilon,f')\| \le \frac{\varepsilon}{a^2}\|f'\|.$$

Әрі қарай, егер $f(0)=0, f'(0)=0$ болса, онда, келесі,

$$y(x,\varepsilon,f)=\frac{f(\mathrm{x})}{a}-\frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f'),$$

формуладан

$$y'(x,\varepsilon,f)=\frac{f'(\mathrm{x})}{a}-\frac{\varepsilon}{a}y'(x,\varepsilon,f')=\frac{f'(\mathrm{x})}{a}-\frac{1}{a}\left[f'(\mathrm{x})-ay(x,\varepsilon,f')\right]=y(x,\varepsilon,f'),$$

$$f(0)=0,\Rightarrow y'(x,\varepsilon,f)=y(x,\varepsilon,f')$$

Демек,

$$y'(x,\varepsilon,f)=\frac{f'(\mathrm{x})}{a}-\frac{f'(0)}{a}e(\mathrm{x},\varepsilon)-\frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f''),\Rightarrow$$

$$\left\|y'(x,\varepsilon,f)-\frac{f'(\mathrm{x})}{a}\right\| \le \frac{\varepsilon}{a}\|y(x,\varepsilon,f'')\| \le \frac{\varepsilon}{a^2}\|f''\|.$$

Сонымен, келесі, $f(0)=0, f'(0)=0$ теңдіктерден, мынадай,

$$\left\|y(x,\varepsilon,f)-\frac{f(\mathrm{x})}{a}\right\|+\left\|y'(x,\varepsilon,f)-\frac{f'(\mathrm{x})}{a}\right\| \le \frac{\varepsilon}{a^2}\left[\|f'\|+\|f''\|\right]$$

теңсіздік алдық, ягни тұжырымымыз $n = 1$ және $n = 2$ сәттерінде дұрыс екен. Онан басқа, көмекші қызмет атқаратын, келесі,

$$f'(0)=0 , \quad \Rightarrow$$

$$y''(x,\varepsilon,f)=\frac{f''(\mathrm{x})}{a}-\frac{\varepsilon}{a}y'(x,\varepsilon,f'')=\frac{f''(\mathrm{x})}{a}-\frac{1}{a}\left[f''(x)-ay(x,\varepsilon,f'')\right]=y(x,\varepsilon,f''),$$

формула орынды.

Енді, келесі, $f(0)=0$, $f'(0)=0$,..., $f^{(k)}(0)=0$ теңдіктерден, мына

$\left\|y(x,\varepsilon,f)-\frac{f(\mathrm{x})}{a}\right\|_R\le\frac{\varepsilon}{a^2}\|f'\|_R$, теңсіздік пен мына,

$y^{(R+1)}(x,\varepsilon,f)=y\left(x,\varepsilon,f^{(R+1)}\right)$ теңдік шығады деп жорылық. Онда, келесі,

$f(0)=0$, $f'(0)=0$,..., $f^{(R)}(0)=0$, $f^{(R+1)}(0)=0$ теңдіктер орындалса, мына,

$$y^{(R+1)}(x,\varepsilon,f)=\frac{f^{(R+1)}(x)}{a}-\frac{f^{(R+1)}(0)}{a}e(x,\varepsilon)-\frac{\varepsilon}{a}y\left(x,\varepsilon,f^{(R+2)}\right),$$

теңдік-те орындалады, мұнан

$\left\|y^{(k+1)}(x,\varepsilon,f)-\frac{f^{(k+1)}(x)}{a}\right\|\le\frac{\varepsilon}{a}\left\|y\left(x,\varepsilon,f^{(k+2)}\right)\right\|\le\frac{\varepsilon}{a^2}\left\|f^{(k+2)}\right\|$. Бұл алынған теңсіздікті, бұрынғы,

$\left\|y(x,\varepsilon,f)-\frac{f(\mathrm{x})}{a}\right\|_k\le\frac{\varepsilon}{a^2}\|f'\|_k$ теңсіздігін қоссақ, онда, мынадай,

$\left\|y(x,\varepsilon,f)-\frac{f(\mathrm{x})}{a}\right\|_{k+1}\le\frac{\varepsilon}{a^2}\|f'\|_{k+1}$ теңсіздік аламыз және онан басқа, келесі

$$y^{(R+2)}(x,\varepsilon,f)=\frac{f^{(R+2)}(x)}{a}-\frac{\varepsilon}{a}y'\left(x,\varepsilon,f^{(R+2)}\right)=\frac{f^{(R+2)}(x)}{a}-\frac{1}{a}\left[f^{(R+2)}(x)-ay\left(x,\varepsilon,f^{(R+2)}\right)\right]=y\left(x,\varepsilon,f^{(R+2)}\right).$$

формула орынды.

Демек, $k=n-1$ болған сәтте, келесі, $f(0)=0$, $f'(0)=0$,..., $f^{(n-1)}(0)=0$ теңдіктерден, мына,

$$\left\|y(x,\varepsilon,f)-\frac{f(\mathrm{x})}{a}\right\|_{n-1}\le\frac{\varepsilon}{a^2}\|f'(x)\|_{n-1}$$ теңсіздік пен, келесі,

$y^{(n)}(x,\varepsilon,f)=y\left(x,\varepsilon,f^{(n)}\right)$ теңдікті аламыз, мұнан, $\left\|y^{(n)}(x,\varepsilon,f)\right\|\le\frac{\left\|f^{(n)}\right\|_0}{a}$.

б) Қажеттілігі. Келесі,

$\left\|y(x,\varepsilon,f)-\frac{f(\mathrm{x})}{a}\right\|_{n-1}\le\frac{\varepsilon}{a^2}\|f'\|_{n-1}$, $n=1,2,\ldots$ теңсіздік орындалсын делік. Онда,мына,

$f(0)=0$, $f'(0)=0$,..., $f^{(n-1)}(0)=0$ теңдіктердің орындалатынын көрсетейік.

Келесі,

$$\|e(x,\varepsilon)\|_0=\max_{0\le x\le 1}e^{-\frac{a}{\varepsilon}x}=1$$, жайды ескерсек, онда, мына,

$y(x,\varepsilon,f)=\frac{\mathrm{f(x)}}{a}-\frac{f(0)}{a}e(x,\varepsilon)-\frac{\varepsilon}{a}y(x,\varepsilon,f')$ формуладан, мынадай,

$$\frac{\left|f(0)\right|}{a} \le \left\| \frac{f(\mathrm{x})}{a} - y(x,\varepsilon,f) \right\|_0 + \frac{\varepsilon}{a} \left\| y(x,\varepsilon,f') \right\|_0 \le$$

$$\le \left\| \frac{f(\mathrm{x})}{a} - y(x,\varepsilon,f) \right\|_{n-1} + \frac{\varepsilon}{a^2} \left\| f' \right\|_0 \le \frac{\varepsilon}{a^2} \left[\left\| f' \right\|_{n-1} + \left\| f' \right\|_0 \right] \le \frac{2\varepsilon}{a^2} \left\| f' \right\|_{n-1}$$

теңсіздік аламыз. Осы жерде $\varepsilon \to 0$, деп шекке көшсек $f(0)=0$боларын көреміз. Онда

$$y(x,\varepsilon,f) = \frac{\mathrm{f(x)}}{a} - \frac{\varepsilon}{a} y(x,\varepsilon,f'), \Rightarrow$$

$$y'(x,\varepsilon,f) = \frac{\mathrm{f'(x)}}{a} - \frac{\varepsilon}{a} y'(x,\varepsilon,f') = \frac{\mathrm{f'(x)}}{a} - \frac{1}{a} \left[\mathrm{f'(x)} - ay(x,\varepsilon,f') \right] = y(x,\varepsilon,f').$$

Демек,

$$y'(x,\varepsilon,f) = \frac{\mathrm{f'(x)}}{a} - \frac{f'(0)}{a} e(x,\varepsilon) \frac{\varepsilon}{a} y(x,\varepsilon,f''), \Rightarrow$$

$$\frac{\left|f'(0)\right|}{a} \le \left\| \frac{\mathrm{f'(x)}}{a} - y'(x,\varepsilon,f) \right\|_0 + \frac{\varepsilon}{a^2} \left\| f'' \right\|_0 \le \left\| \frac{\mathrm{f(x)}}{a} - y(x,\varepsilon,f) \right\|_{n-1} + \frac{\varepsilon}{a^2} \left\| f'' \right\|_0 \le$$

$$\le \frac{\varepsilon}{a^2} \left[\left\| f' \right\|_{n-1} + \left\| f'' \right\|_0 \right] \le \frac{2\varepsilon}{a^2} \left\| f' \right\|_{n-1}$$

Осы, соңғы теңсіздікте, $\varepsilon \to 0$ деп шекке көшсек, онда $f'(0)=0$ деген теңдік аламыз, мұнан,

$$y'(x,\varepsilon,f) = \frac{\mathrm{f'(x)}}{a} - \frac{\varepsilon}{a} y(x,\varepsilon,f''), \Rightarrow$$

$$y''(x,\varepsilon,f) = \frac{\mathrm{f''(x)}}{a} - \frac{\varepsilon}{a} y'(x,\varepsilon,f'') =$$

$$= \frac{\mathrm{f''(x)}}{a} - \frac{1}{a} \left[\mathrm{f''(x)} - ay(x,\varepsilon,f'') \right] = y(x,\varepsilon,f'').$$

Енді,

$$f(0)=0,\ f'(0)=0,\ f^{(k)}(0)=0,\ y^{(k+1)}(x,\varepsilon,\mathrm{f}) = y\left(x,\varepsilon,f^{(k+1)}\right)$$

теңдіктері дәлелденді деп жорыйық, онда

$$y^{(k+1)}(x,\varepsilon,\mathrm{f}) = \frac{f^{(k+1)}(x)}{a} - \frac{f^{(k+1)}(0)}{a} e(x,\varepsilon) - \frac{\varepsilon}{a} y\left(x,\varepsilon,f^{(k+2)}\right), \Rightarrow$$

$$\frac{\left|f^{(k+1)}(0)\right|}{a} \le \left\| \frac{f^{(k+1)}(x)}{a} - y^{(R+1)}(x,\varepsilon,\mathrm{f}) \right\|_0 + \frac{\varepsilon}{a^2} \left\| f^{(k+2)} \right\|_0 \le \left| k+1 \le n-1 \right| \le \left\| \frac{f(x)}{a} - y(x,\varepsilon,f) \right\|_{n-1} + \frac{\varepsilon}{a^2} \left\| f^{(k+2)} \right\|_0 \le$$

$$\le \left(\left\| f' \right\|_{n-1} + \left\| f^{(R+2)} \right\|_0 \right) \frac{\varepsilon}{a^2} \le \frac{2\varepsilon}{a^2} \left\| f' \right\|_{n-1}.$$

Соңғы теңсіздікте, $\varepsilon \to 0$, деп шекке көшсек $f^{(k+1)}(0)=0$ боларын көреміз, мұнан

$$y^{(k+2)}(x,\varepsilon,\mathrm{f}) = \frac{d}{dx} \left[y\left(x,\varepsilon,f^{(k+1)}\right) \right] = \frac{f^{(k+2)}(x)}{a} - \frac{\varepsilon}{a} y'\left(x,\varepsilon,f^{(k+1)}\right) = y\left(x,\varepsilon,f^{(k+2)}\right).$$

Демек, k = n - 1 сәтінде

$$f(0)=0,\ f'(0)=0,\dots,\ f^{(n-1)}(0)=0;$$

$$y^{(n)}(x,\varepsilon,\mathrm{f})=y\left(x,\varepsilon,f^{(n)}\right),\Rightarrow\left\|y^{(n)}(x,\varepsilon,f)\right\|_0\le\frac{\left\|f^{(n)}\right\|_0}{a}.$$

Жогарыдагы, есептеулер, басқа, есепті қоюга негіз болады. Бұл сәтте, біз шешімді емес, оның өзгертілген түрін, немесе, шекқатпарлық функцияны жуықтаймыз.

5.Қорытынды

Бұл әдіс сингуляр әсерленген Коши есебін түпкілікті шешті,және есептің бұрын соңды беймәлім қырлары мен сырларын аша түсті.

ӘДЕБИЕТ

[1] Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимтотические методы в теорий сингулярных возмущений.-М.: Высш. шк. 1990.-200с.
[2] Вишик М.И., Люстерник А.А. Регулярное вырождение и погранслойный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром // Успехи математических наук, 1957. №5. с.3-122.
[3] Ахиезер Н.Н., Глазман Н.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве.-М.:Наука ,1966.,-544с.
[4] A. N. Tikhonov, Mat. Sbornik 27, 147-156 (1950), (in Russian).
[5] M. I. Imanaliev, Asymptotical Methods in the Theory of Singulary Perturbed Integro-Differential Systems, Ilim, Bishkek,
[6] LomovS., Introduction to the General Theory of Singular Perturbations, American Mathematical Society, Providence, RI,1992.
[7] V. Butuzov, Comput. Math. Math. Phys. 12, 14-34 (1972).
[8] Vasil'evaA., and TupchievV., Soviet Math. Dokl. 9, 179-183 (1968).
[9] Trenogin V., Russian Math. Surveys 25, 119-156 (1970).
[10] T. Sh. Kal'menov, S. T. Akhmetova, and A. Sh. Shaldanbaev, Mat. Zh. Almaty 4, 41–48 (2004), (in Russian).
[11] T. Sh. Kal'menov, and U. A. Iskakova, Doklady Mathematics 45, 1460-1466 (2009).
[12] T. Sh. Kal'menov, and A. Sh. Shaldanbaev, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems 18, 352–369 (2010).
[13] A. Kopzhassarova, and A.Sarsenbi, Abstract and Applied Analysis 2012, 1-6 (2012), (Article ID 576843).
[14] Orazov I., Shaldanbaev A,Sh,Shomanbayeva M.About the nature of the spectrum of the periodic problemn for the heat equation with a deviating argument.// Abstract and Applied Analysis. Volume 2013(2013).Article ID 128363,6 pages htt://dx.doi.org/10.1155/2013/128363.
[15] A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, Isabek 0razov,Solution of a singularly perturbed Cauchy problem using amethod of a deviating argument, AIP Conference Proceedings 1676, 020072 (2015); doi: 10.1063/1.4930498
[16] A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, and Asylzat Kopzhassarova,
Solution of a singularly perturbed Cauchy problem for linear systems of ordinary differential equations by the method of spectral decomposition, AIP Conference Proceedings 1759, 020090 (2016); doi: 10.1063/1.4959704.
[17] Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.1-2. – М.: Мир, 1977.

REFERENCES

[1] Vasilyeva A. B., Butuzov of V. F. Asimtoticheskiye methods in theories of singular indignations. - M.: Vyssh. шк. 1990. - 200 pages.
[2] Vishik M. I., Lyusternik A. A. Regular degeneration and a frontier layer layer for the linear differential equations with small parameter//Achievements of mathematical sciences, 1957. No. 5. page 3-122.
[3]Akhiyezer N. N., Glazman N. M. The theory of linear operators in Hilbert space. - M of a.:nauk, 1966.,-544s.
[4] TikhonovA. N., Mat. Sbornik 27, 147-156 (1950), (in Russian).
[5] ImanalievM. I., Asymptotical Methods in the Theory of Singulary Perturbed Integro-Differential Systems, Ilim, Bishkek,
[6] LomovS., Introduction to the General Theory of Singular Perturbations, American Mathematical Society, Providence, RI,1992.
[7] V. Butuzov, Comput. Math. Math. Phys. 12, 14-34 (1972).
[8] A. Vasil'eva, and V. Tupchiev, Soviet Math. Dokl. 9, 179-183 (1968).
[9] V. Trenogin, Russian Math. Surveys 25, 119-156 (1970).
[10] T. Sh. Kal'menov, S. T. Akhmetova, and A. Sh. Shaldanbaev, Mat. Zh. Almaty 4, 41–48 (2004), (in Russian).
[11] T. Sh. Kal'menov, and U. A. Iskakova, Doklady Mathematics 45, 1460-1466 (2009).
[12] T. Sh. Kal'menov, and A. Sh. Shaldanbaev, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems 18, 352–369 (2010).
[13] KopzhassarovaA., and SarsenbiA., Abstract and Applied Analysis 2012, 1-6 (2012), (Article ID 576843).

[14]Orazov I., Shaldanbaev A,Sh,Shomanbayeva M.About the nature of the spectrum of the periodic problemn for the heat equation with a deviating argument.// Abstract and Applied Analysis. Volume 2013(2013).Article ID 128363,6 pages htt://dx.doi.org/10.1155/2013/128363.

[15]A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, Isabek 0razov,Solution of a singularly perturbed Cauchy problem using amethod of a deviating argument, AIP Conference Proceedings 1676, 020072 (2015); doi: 10.1063/1.4930498

[16]A. Sh. Shaldanbaev, Manat Shomanbayeva, and Asylzat Kopzhassarova,

Solution of a singularly perturbed Cauchy problem for linear systems of ordinary differential equations by the method of spectral decomposition, AIP Conference Proceedings 1759, 020090 (2016); doi: 10.1063/1.4959704.

[17]Read M., Simon B. Methods of modern mathematical physics. T.1-2. – M.: World, 1977.

УДК 517.94

М.И. Ақылбаев[1], М.Б. Сапрыгина[2], А.Ш. Шалданбаев [3]

Казахстанский инженерно-педагогический университет Дружбы народов, г. Шымкент;
Южно-Казахстанская государственная фармацевтическая академия, г. Шымкент;
Южно-Казахстанский государственный университет, г. Шымкент

РЕШЕНИЕ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ МЕТОДОМ ОТКЛОНЯЮЩЕГОСЯ АРГУМЕНТА

Аннотация. В данной работе получено спектральное разложение решении задачи Коши в простанстве с индефинитной метрикой,и с помощью этого разложения выведено погранслойное разложение решении сингулярно возмущенной задачи Коши, для модельного уравнения первого порядка $\varepsilon y' + ay(x) = f(x), y(0) = 0, a > 0, f(x) \in W_2^n[0,1], a - const.$

Ключевые слова: полнота, самосопряженный оператор, вполне непрерывный оператор, теорема Гилберта–Шмидта, вольтеровые операторы, индефинитная метрика, разложение Шмидта, ортонормированный базис.

Сведения об авторах:

Ақылбаев М.И - к.т.н., доцент кафедры «Информатики и математики » Южно-Казахстанского педагогического университета,г. Шымкент;

Сапрыгина М.Б.– к.ф.-м.н., и.о. доцента кафедры «Медицинская биофизика и информационные технологии» Южно-Казахстанской государственной фармацевтической академии, г. Шымкент;

Шалданбаев Амир Шалданбаевич – д.ф.-м.н., профессор кафедры «Математические методы и моделирование» Южно-Казахстанского государственного университета им. М.Ауезова, г. Шымкент.