

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN  
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 312 (2017), 38 – 47

UDC:621.9

A. Askarova, A.S. Zhumakhanova, A. Kudaykulov, A.A.Tashev, G.S. Kaliyeva

RSE «ИКТ», Алматы;  
KazATU named after S. Seyfullin, Алматы  
"Kaliyeva G." <gulnara@ipic.kz>

**THE ENERGY METHOD IN THE STUDY OF STEADY-STATE  
THERMOPHYSICAL CONDITION OF A ROD OF VARIABLE CROSS  
SECTION IN THE PRESENCE OF HEAT FLOW, HEAT EXCHANGE  
AND THERMAL INSULATION**

**Abstract:** Bearing elements of most strategic equipment are limited by length and of variable cross-section rods. Certain types of heat sources affect many of them. In order to ensure reliable operation of this equipment, it is necessary to know the temperature field along the length of the rod of variable cross section. The paper proposes a computational algorithm and method to determine the temperature field along the length of the rod of limited length and of variable cross-section. They are based on basic laws of energy conservation. Approximate analytical solution of the problem has been obtained.

**Keywords:** variable cross-section, cross section radius, heat source, rod length, rod volume, thermal conductivity, thermal exchange, convection.

УДК:621.9

А. Аскарова, А.С. Жумаханова, А. Кудайкулов, А.А. Ташев, Г.С. Калиева

РГП «ИИВТ», Алматы;  
КазАТУ им. С. Сейфуллина, Алматы

**ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД В ИССЛЕДОВАНИИ  
УСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ  
СТЕРЖНЯ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ  
ТЕПЛОВОГО ПОТОКА, ТЕПЛООБМЕНА И ТЕПЛОИЗОЛЯЦИИ**

**Аннотация.** Несущие элементы большинства стратегического оборудования являются стержнями ограниченной длины и переменного поперечного сечения. Многие из них испытывают воздействия определенных видов источников тепла. Для обеспечения надежной работы этого оборудования необходимо знать поле температуры по длине стержня переменного сечения. В работе предлагается вычислительный алгоритм и метод для определения поля температуры по длине стержня ограниченной длины и переменного поперечного сечения. Они основаны на фундаментальных законах сохранения энергии. Получено приближенно-аналитическое решение задачи.

**Ключевые слова:** переменное сечение, радиус сечения, источники тепла, длина стержня, объем стержня, теплопроводность, теплообмен, конвекция.

**Введение.** Определение законов распределения температуры по длине стержня ограниченной длины при воздействии разнородных видов тепла является основой исследования термо-напряжен-

ного деформированного состояния несущих стержневых элементов энергетических установок, двигателей внутреннего сгорания и водородных двигателей. Проблемой определения поля температур в твердых деформируемых телах занимаются многие видные ученые [1-3]. В [4-5] на основе метода конечных элементов определен закон распределения температуры по длине стержня ограниченной длины и постоянного сечения. В частности, в работе [5] рассматривается решение установившейся задачи по определению поля температуры по длине теплоизолированного по боковой поверхности горизонтального стержня ограниченной длины и постоянного поперечного сечения. При этом на площадь поперечного сечения с левого конца подводится поток тепла с постоянной интенсивностью, а на правом конце происходит конвективный теплообмен с окружающей средой.

При этом коэффициент теплообмена и температура окружающей среды считаются постоянными. В работе [6] рассмотрено влияние температуры на деформацию исследуемого элемента. Здесь же аналитически получен закон распределения температуры по длине стержня, когда боковая поверхность стержня теплоизолирована, левый конец находится под воздействием теплового потока, а на правом происходит теплообмен с окружающей средой. Кроме того, рассматривается задача определения поля температур по длине горизонтального стержня постоянного поперечного сечения. При этом на левый торец подается постоянная температура, а на оставшихся поверхностях стержня происходит теплообмен с окружающей средой. Полученные результаты хорошо согласуются с результатами, полученными в [7-9]. В [10] на основе закона сохранения энергии вариационным методом определяется процесс теплообмена между деформируемой оболочкой и окружающей жидкостью. В [11] на основе метода конечных элементов исследуется процесс теплопроводности в стержневых элементах ядерных энергетических установок. Там же приводится описание пакета прикладных программ, разработанных на базе современных инструментальных средств программирования, которые ориентированы на решение рассматриваемых задач. Действительно, разрабатываемый пакет в определенном смысле является универсальным, удобным для пользователей. В [12] исследуется нестационарное поле распределения температур в цилиндрических стержнях при воздействии лазерных источников тепла. Полученные в работе результаты можно использовать при исследовании нестационарных температурных процессов в стержне при наличии лазерных источников тепла. В [13-16] рассматриваются вычислительные методы, алгоритмы и пакет прикладных программ для исследования установившихся термо-напряженно-деформированного состояния стержня ограниченной длины и постоянного поперечного сечения при воздействии локальных тепловых потоков, температур, теплообменов, а также с учетом наличия локальных теплоизоляций. При этом для каждой рассматриваемой задачи выявлены соответствующие закономерности. Для некоторых задач определяются установившиеся поля температур, составляющие деформации и напряжения, а также поле перемещений. Получены выражения для вычисления величины удлинения и возникающего осевого сжимающего усилия. Там же, исследованы сходимости метода и точность полученных численных результатов. В отличие от вышеуказанных работ, в данной работе рассматривается разработка методов, вычислительных алгоритмов и программ, основанных на законе сохранения энергии для исследования установившегося термо-напряженно-деформированного состояния горизонтального стержня переменного сечения в виде круга. Радиус сечения уменьшается линейно по длине стержня начиная с левого конца. Боковая поверхность стержня тепло изолирована. На площадь поперечного сечения левого торца стержня подается тепловой поток с постоянной интенсивностью, а на правом конце происходит конвективный теплообмен с окружающей средой. При этом коэффициент теплообмена и температура окружающей среды считаются постоянными величинами. Для этой задачи сначала определяется закон распределения температуры по длине стержня. Далее, в случае если один конец стержня жестко зашпемлен, а другой свободен, вычисляется его удлинение в зависимости от действующих источников тепла, физических и геометрических характеристик стержня с учетом наличия теплоизоляции. В случае зашпемления обоих концов исследуемого стержня, определяется величина возникающего осевого сжимающего усилия с учетом реальных факторов. При этом также определяется закон распределения всех составляющих деформаций, напряжения и поле перемещений. При исследовании выявлены некоторые закономерности процесса. Следует отметить, что разработанные программы на Python оказались эффективными и удобными для пользователя.

**Постановка задачи.** Рассмотрим горизонтальный стержень переменного поперечного сечения. Ось  $Ox$  направим слева направо по оси стержня. Предположим, что поперечным сечением стержня является круг. Радиус поперечного сечения стержня меняется линейно по его длине, т.е.  $r(x) = ax + b$ ,  $0 \leq x \leq l$ , где  $l$  [см] – длина стержня,  $a, b = const$ . Радиус площади поперечного сечения левого конца обозначим через  $b$  [см], т.е.  $r(x=0) = a \cdot 0 + b = b$  [см]. Тогда радиус поперечного сечения правого конца будет равен  $r(x=l) = a \cdot l + b$  [см]. Площадь поперечного сечения стержня по его длине меняется по квадратичному закону, т.е.  $F(x) = \pi r^2 = \pi(ax + b)^2$ ,  $0 \leq x \leq l$ . Далее, предположим, что боковая поверхность исследуемого стержня является теплоизолированной. На площадь поперечного сечения левого конца подведен тепловой поток  $q$  [ $\frac{Вт}{см^2}$ ] с постоянной интенсивностью, в то время как через площадь поперечного сечения правого конца проходит конвективный теплообмен с окружающей средой. При этом температура окружающей среды постоянна, т.е.  $T_{oc}$  [ $^{\circ}C$ ] = const. Коэффициент теплообмена между материалом стержня и окружающей средой  $h$  [ $\frac{Вт}{см^2 \cdot ^{\circ}C}$ ]. Теплофизические свойства материала стержня характеризуются коэффициентом теплопроводности  $k_{xx}$  [ $\frac{Вт}{см \cdot ^{\circ}C}$ ]. При таких воздействиях требуется определить закон распределения температуры по длине исследуемого стержня переменного сечения. Расчетная схема рассматриваемой задачи приводится на рисунке 1.

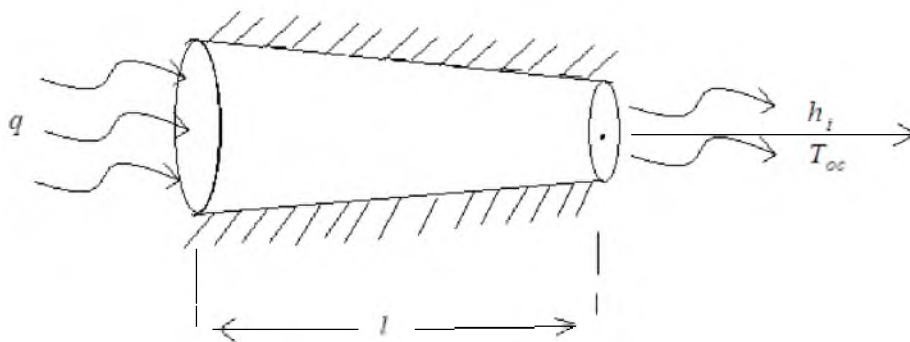


Рисунок 1 - Расчетная схема задачи

**Решение проблемы.** Для решения данной задачи, в соответствии с фундаментальным законом сохранения энергии [1] напишем функционал полной тепловой энергии для рассматриваемой задачи

$$I = \int_{S(x=0)} q l ds + \int_V \frac{k_{xx}}{2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dv + \int_{S(x=l)} \frac{h}{2} (T - T_{oc})^2 ds \quad (1)$$

где  $S(x=0)$  - площадь поперечного сечения левого конца стержня куда подведен тепловой поток  $q$ ;  $S(x=l)$  - площадь поперечного сечения правого конца стержня через который происходит конвективный теплообмен.  $V$  - объем исследуемого стержня. Теперь, учитывая, что исследуемый процесс установившийся и боковая поверхность стержня полностью тепло изолирована, а также  $q, h, T_{oc} = const$ , поле распределения температуры по длине стержня аппроксимируем полным полиномом второго порядка

$$T(x) = ax^2 + bx + c = \varphi_i(x) \cdot T_i + \varphi_j(x) T_j + \varphi_k(x) T_k, \quad 0 \leq x \leq l \quad (2)$$

где  $a, b, c = const$ ;

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i(x) &= \frac{2x^2 - 3lx + l^2}{l^2} \\ \varphi_j(x) &= \frac{4lx - 4x^2}{l^2} \\ \varphi_k(x) &= \frac{2x^2 - lx}{l^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$T_i = T(x=0); \quad T_j = T(x = \frac{l}{2}); \quad T_k = T(x=l);$$

Воспользуясь (2-3) можно определить градиент температуры

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} T_i + \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} T_j + \frac{\partial \varphi_k}{\partial x} T_k = \\ &= \left( \frac{4x - 3l}{l^2} \right) T_i + \left( \frac{4l - 8x}{l^2} \right) T_j + \left( \frac{4x - l}{l^2} \right) T_k \end{aligned}$$

Кроме того функция (2) должна дать минимум к функционалу (1) полной тепловой энергии для стержня.

Сначала вычислим интегралы в (1) с учетом (2).

$$I_1 = \int_{S(x=0)} q T ds = F_0 q T_i \quad (4)$$

где  $F_0 = F(x=0) = \pi(a \cdot 0 + b)^2 = \pi b^2$  - площадь поперечного сечения левого конца стержня, куда подведен тепловой поток -  $q$ .

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_V \frac{k_{xx}}{2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 ds = \frac{k_{xx}}{2} \int_0^l F(x) \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dx = \frac{k_{xx}}{2} \int_0^l (ax + b) \left[ \frac{4x - 3l}{l^2} T_i + \frac{4l - 8x}{l^2} T_j + \frac{4x - l}{l^2} T_k \right]^2 dx = \\ &= \frac{k_{xx}}{12l} [(3al + 14b) T_i^2 + 16(al + 2b) T_j^2 + (11ab + 14b) T_k^2 - 8(al + 4b) T_i T_j + \\ &\quad + 2(al + 2b) T_i T_k - 8(3al + 4b) T_j T_k]; \end{aligned} \quad (5)$$

$$I_3 = \int_{S(x=l)} \frac{h}{2} (T - T_{oc})^2 = \frac{F_l \cdot h}{2} (T_k - T_{oc})^2; \quad (6)$$

где  $F_l = a \cdot l + b$ .

Подставляя (4-6) в (1) находим интегральный вид функционала полной тепловой энергии для рассматриваемой задачи.

$$\begin{aligned} I &= bq T_i + \frac{k_{xx}}{12l} [(3al + 14b) T_i^2 + 16(al + 2b) T_j^2 + (11al + 14b) T_k^2 - 8(al + 4b) T_i T_j + \\ &\quad + 2(al + 2b) T_i T_k - 8(3al + 4b) T_j T_k] + \frac{(al + b)h}{2} (T_k - T_{oc})^2; \end{aligned} \quad (7)$$

В этом выражении  $I = I(T_i, T_j, T_k)$ . Минимизируя  $I$  по  $T_i, T_j$  и  $T_k$  получим систему разрешающих уравнений с учетом естественных граничных условий

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial T_i} = 0; &\Rightarrow (3al + 14b)T_i - 4(al + 4b)T_j + (al + 2b)T_k = -\frac{6bql}{k_{xx}} \\ \frac{\partial I}{\partial T_j} = 0; &\Rightarrow -(al + 4b)T_i + 4(al + 2b)T_j - (3al + 4b)T_k = 0 \\ \frac{\partial I}{\partial T_k} = 0; &\Rightarrow (al + 2b)T_i - 4(3al + 4b)T_j + \\ &+ [(11al + 14b) + \frac{6l(al + b)h}{k_{xx}}]T_k = \frac{6l(al + b)h}{k_{xx}}T_{oc} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

После небольшого упрощения, систему (8) можно переписать в следующем виде.

$$\left. \begin{aligned} a_1T_i - 4a_2T_j + a_3T_k &= b_1 \\ -a_2T_i + 4a_3T_j - a_4T_k &= 0 \\ a_3T_i - 4a_4T_j + a_5T_k &= b_2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $a_1 = (3al + 14b)$ ;  $a_2 = (al + 4b)$ ;  $a_3 = (al + 2b)$ ;  $a_4 = 3al + 4b$ ;

$$a_5 = (11al + 14b) + \frac{6l(al + b)h}{k_{xx}}; \quad b_1 = \frac{6lq}{k_{xx}}; \quad b_2 = \frac{6l(al + b)h \cdot T_{oc}}{k_{xx}}; \quad (10)$$

Далее, решая систему (9) определим узловые значения температуры  $T_i, T_j$  и  $T_k$ .

$$T_k = \frac{C_1b_4 - b_3C_3}{C_1C_4 - C_2C_3}; \quad T_j = -\frac{C_2}{C_1}T_k + \frac{b_3}{C_1}; \quad T_i = \frac{4a_2}{a_1}T_j - \frac{a_3}{a_1}T_k + \frac{b_1}{a_1}; \quad (11)$$

где  $C_1 = \frac{4(a_1a_3 - a_2^2)}{a_1}$ ;  $C_2 = \frac{a_2a_3 - a_1a_4}{a_1}$ ;  $C_3 = \frac{4(a_2a_3 - a_1a_4)}{a_1}$ ;

$$C_4 = \frac{a_1a_5 - a_3^2}{a_1}; \quad b_3 = \frac{a_2b_1}{a_1}; \quad b_4 = \frac{a_1b_2 - b_1a_3}{a_1}; \quad (12)$$

Тогда закон распределения температуры по длине исследуемого стержня можно определить как:

$$T(x, l, h, k_{xx}, T_{oc}, q, a, b) = \frac{2x^2 - 3lx + l^2}{l^2}T_i + \frac{4lx - 4x^2}{l^2}T_j + \frac{2x^2 - lx}{l^2}T_k, \quad 0 \leq x \leq l \quad (13)$$

**Анализ полученных результатов.** Рассмотрим решение задачи при следующих исходных данных:

$$l = 90 \text{ см}; \quad a = -\frac{1}{15}; \quad b = 12 \text{ см}; \quad q = -500 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}; \quad k_{xx} = 100 \frac{\text{Вт}}{\text{см} \cdot ^\circ\text{C}}; \quad h = 10 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot ^\circ\text{C}};$$

$$T_{oc} = 20^\circ\text{C}, \quad T_k = T(x=l) = 120^\circ\text{C}; \quad T_j = T\left(x = \frac{l}{2}\right) = 483,46^\circ\text{C}; \quad T_i = T(x=0) = 743,077^\circ\text{C}.$$

В этом случае, распределения температуры по длине исследуемого стержня согласно (13) имеет следующий вид

$$T(x, l, h, k_{xx}, T_{oc}, q, a, b) = -0,02564x^2 - 4,6154x + 743,077. \quad (14)$$

Тогда имеем:

$$\begin{aligned} T(x=0) &= T_i = 743,077^{\circ}\text{C}; \\ T(x=\frac{l}{2}) &= T(x=45) = T_j = 483,46^{\circ}\text{C}; \\ T(x=l) &= T(x=90) = 120^{\circ}\text{C}. \end{aligned}$$

Построим график поле распределения температуры по длине исследуемого стержня при принятых исходных данных (рисунок 2)

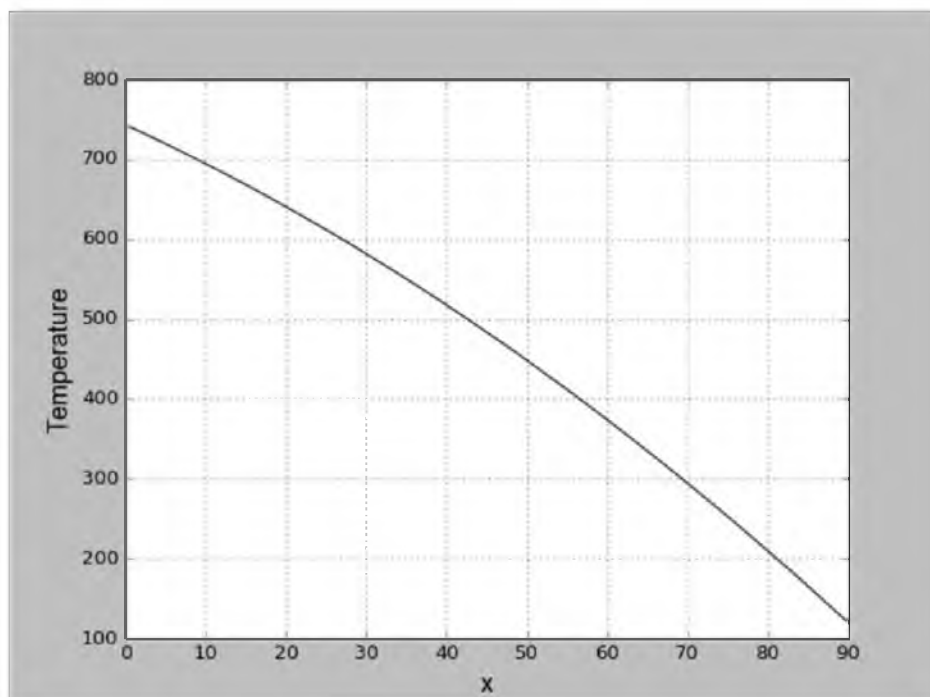


Рисунок 2 - Поле распределения температуры по длине стержня

Из рисунка видно, что закон распределения температур имеет слабо выраженный параболический характер. Это объясняется переменностью поперечного сечения стержня по его длине, которое изменяется по квадратичному закону, а радиус – по линейному закону.

Если один из концов стержня жестко зашпелен, а другой свободен, то из-за наличия источников тепла он удлиняется. Величина удлинения определяется на основе общих законов теплофизики:

$$\begin{aligned} \Delta L_T &= \int_0^l \alpha T(x) dx = \int_0^l \alpha (-0.02564x^2 - 4.6154x + 743.077) dx = \\ &= 0.0000125(-0.02564x^3 - 4.6154x^2 + 743.077x) \Big|_0^l = 0.524455 \end{aligned}$$

Здесь  $\alpha = 0.0000125 \left( \frac{1}{^{\circ}\text{C}} \right)$  - коэффициент теплового расширения материала стержня.

Если оба конца стержня жестко зашпелены, то из-за теплового расширения в стержне возникает осевое сжимающее усилие. Его значение определяется с использованием условия совместности деформации [13]. В нашем случае согласно [13] значение осевого усилия определяется формулой:

$$R = -\frac{EF\Delta T}{l} = -\frac{E\Delta T}{l} \int_0^l F(x)dx = \frac{EF_{ep}\Delta T}{l}.$$

Так как  $E=2 \cdot 10^6$  и  $F_{ep}=9$ , то имеем  $R=-3062209.933$ . В этом случае возникает поле распределения термо-упругой составляющей напряжения в сечениях исследуемого стержня, которое определяется как:

$$\sigma(x) = \frac{-3062209.933}{\left(-\frac{1}{15}x + 12\right)^2}, \quad 0 \leq x \leq l = 90 \text{ см}$$

Закон распределения термо-упругой составляющей деформации определяется на основе законов теплофизики [13]:

$$\varepsilon(x) = \frac{\sigma(x)}{E}, \quad 0 \leq x \leq l = 90 \text{ см}$$

Пользуясь найденным законом распределения температуры (14) можно определить закон распределения температурной составляющей деформации:

$$\varepsilon_T(x) = \alpha T(x) = \alpha(0.02564x^2 + 4.6154x - 743.077), \quad 0 \leq x \leq l = 90 \text{ см}$$

Тогда в соответствии с обобщенным законом Гука определяется закон распределения температурной составляющей напряжения:

$$\sigma_T(x) = E\varepsilon_T(x) = 2 \cdot 10^6(0.02564x^2 + 4.6154x - 743.077), \quad 0 \leq x \leq l = 90 \text{ см}$$

Пользуясь (18-19), можно определить закон распределения упругих составляющих деформации:

$$\varepsilon_x(x) = \varepsilon(x) - \varepsilon_T(x), \quad 0 \leq x \leq l = 90 \text{ см}$$

Далее, на основании обобщенного закона Гука определяется закон распределения упругой составляющей напряжения:

$$\sigma_x(x) = \sigma(x) - \sigma_T(x), \quad 0 \leq x \leq l = 90 \text{ см}$$

На рисунке 3 приводится закон распределения трех составляющих деформации по длине стержня переменного сечения, защемленного с двух концов.

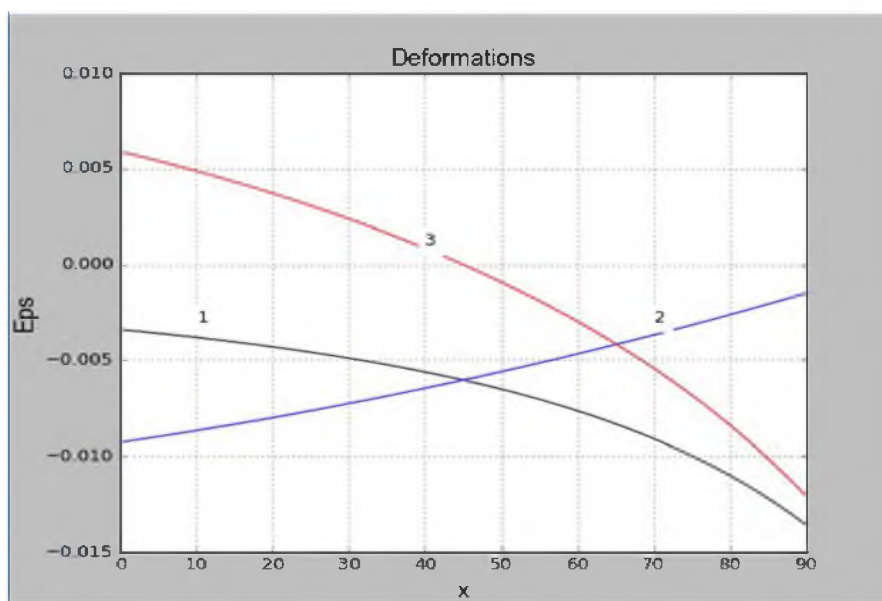


Рисунок 3 - Законы распределения деформации: 1 -  $\varepsilon(x)$ ; 2 -  $\varepsilon_T(x)$  и 3 -  $\varepsilon_x(x)$

Из графика видно, что температурная и термо- упругая составляющие деформации имеют сжимающий характер по всей длине стержня. В то время как упругая составляющая деформации на участке  $0 \leq x \leq l = 67\text{см}$  имеет растягивающий, а на участке  $67 \leq x \leq l = 90\text{см}$  - сжимающий характер. Этот процесс обусловлен наличием большого теплового потока ( $q = -500 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$ ) на левом конце стержня, где площадь поперечного сечения на левом конце в четыре раза больше, чем на правом конце.

На рисунке 4 приводятся законы распределения трех составляющих напряжения по длине стержня переменного сечения, зашпеленные с двух концов.

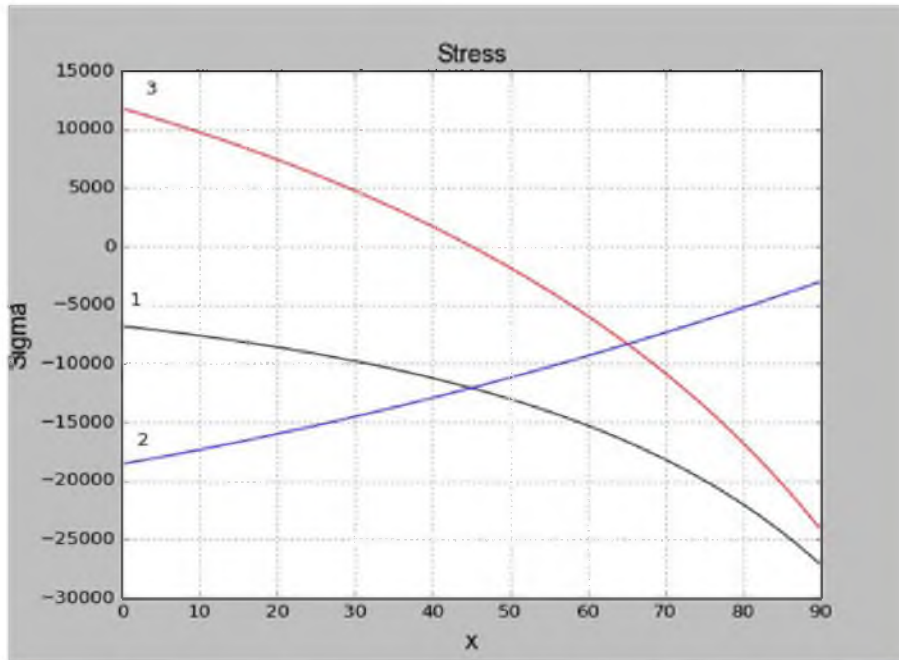


Рисунок 4 - Законы распределения напряжения: 1 -  $\sigma(x)$ ; 2 -  $\sigma_T(x)$  и 3 -  $\sigma_x(x)$

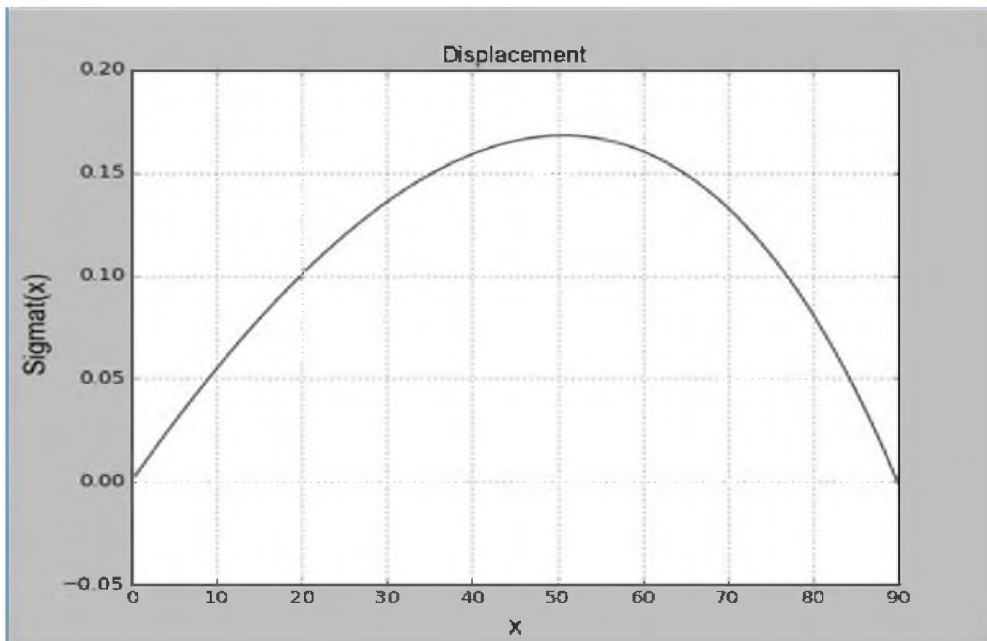


Рисунок 5 - Закон распределения перемещения сечений стержня



Из рисунка видно, что все составляющие напряжения имеют такой же характер, как и деформация.

На рисунке 5 представлен закон распределения перемещения сечений стержня.

Из рисунка видно, что все сечения перемещаются слева направо. Это также обусловлено наличием большого теплового потока на левом конце стержня. Наибольшее смещение соответствует сечению стержня с координатами  $x=5l$  см, так как смещение на обоих концах стержня равно 0.

**Заключение.** Разработанные вычислительный алгоритм и метод, основанные на фундаментальном законе сохранения энергии позволяет решать множество прикладных инженерных задач с высокой точностью. Кроме того, они дают возможность решать множество прикладных инженерных задач теплопроводности с учетом наличия разнообразных видов локальных источников тепла.

Следует отметить, что предлагаемые алгоритм и метод позволяют одновременно определить законы распределения температуры, трех составляющих деформации и напряжения, а также перемещения. Наряду с этим определяются величины удлинения и возникающие осевые усилия. Полученные результаты позволяют провести глубокий анализ термо-напряжённого состояния стержня переменного сечения и ограниченной длины. С помощью разработанного подхода можно исследовать возникающие сложные термо-напряженно-деформированные состояния несущих элементов энергетических установок, двигателей внутреннего сгорания, реактивных и водородных двигателей, а также нефтеногревательных станций, применяемых при транспортировке высокопарафинистой нефти по трубопроводу.

*Работа выполнена в рамках бюджетного грантового финансирования МОН РК на 2015-2017 годы (грант 3322/ГФ4). Название проекта: «Теоретические основы математического моделирования установившихся нелинейных, теплофизических процессов в жаропрочных сплавах». Регистрационный номер (РН) 0115РК00547.*

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Harr M.E. Groundwater and Seepage, McGraw-Hill, N.Y., 1962
- [2] Fung Y.C., Foundations of Solid Mechanics, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1965
- [3] Krieth F., Principles of Heat Transfer, 3-rd ed. Index Educational Publishers, N.Y., 1977
- [4] Huebner K.H. The Finite Element Method for Engineers, Wiley, N.Y., 1975
- [5] Harry J. Segerlind Applied Finite Element Analysis, N.Y., 1976
- [6] Visser W., Finite Element Method for Determination of Non-Stationary Temperature Distribution and Thermal Deformations, Proc. Conf. on Matrix Methods in Structural Mechanics, AirForce Inst. of Technology Wrights Patterson Air Force base, Dayton, Ohio, 1965
- [7] Conte S.D., Elementary Numerical Analysis, McCray-Hill, N.Y. 1965
- [8] Kreyszig E., Advanced Engineering Mathematics, 3-rd ed., Wiley, N.Y., 1972
- [9] Williams P.W., Numerical Computation, Nelson, Don Mill, Can., 1972
- [10] Johnson C., Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method, Cambridge University Press, Cambridge, 1987
- [11] Gaspar Jr., Moreira M.L., Desampaio P.A.B. Temperature Distribution Fuel Rods: A study on the Effect of Eccentricity in the Position of UO<sub>2</sub> Pellets., 0-th International Conference «Nuclear Energy for New Europe» 2011
- [12] IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics (Volume: 18, Issue: 1, Jan-feb. 2012)
- [13] Timoshenko S, Goodier J.N. Theory of Elastic. N.Y., 1951.

#### REFERENCES

- [1] Harr M.E. Groundwater and Seepage, McGraw-Hill, N.Y., 1962 (in Eng).
- [2] Fung Y.C., Foundations of Solid Mechanics, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1965 (in Eng).
- [3] Krieth F., Principles of Heat Transfer, 3-rd ed. Index Educational Publishers, N.Y., 1977 (in Eng).
- [4] Huebner K.H. The Finite Element Method for Engineers, Wiley, N.Y., 1975 (in Eng).
- [5] Harry J. Segerlind Applied Finite Element Analysis, N.Y., 1976 (in Eng).
- [6] Visser W., Finite Element Method for Determination of Non-Stationary Temperature Distribution and Thermal Deformations, Proc. Conf. on Matrix Methods in Structural Mechanics, Air Force Inst. of Technology Wrights Patterson Air Force base, Dayton, Ohio, 1965 (in Eng).

- [7] Conte S.D., Elementary Numerical Analysis, *McCray-Hill, N.Y.* 1965(in Eng).  
[8] Kreyszig E., Advanced Engineering Mathematics, 3-rd ed., *Wiley, N.Y.*, 1972(in Eng).  
[9] Williams P.W., Numerical Computation, *Nelson, Don Mill, Can.*, 1972(in Eng).  
[10] Johnson C., Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method, *Cambridge University Press, Cambridge*, 1987(in Eng).  
[11] Gaspar Jr., Moreira M.L., Desampaio P.A.B. Temperature Distribution Fuel Rods: A study on the Effect of Eccentricity in the Position of UO<sub>2</sub> Pellets., *0-th International Conference «Nuclear Energy for New Europe»* 2011(in Eng).  
[12] IEEE *Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. 2012, 18, 1, Jan-feb.(in Eng).  
[13] Timoshenko S, Goodier J.N. *Theory of Elastic. N.Y.*, 1951 (inEng).

ӘОЖ:621.9

**А. Асқарова, А.С. Жұмаханова, А. Құдайқұлов, А.А. Ташев, Г.С. Қалиева**

РМК «АЕТИ», Алматы қ., Қазақстан;  
С. Сейфуллина атындағы ҚазАТУ, Алматы қ., Қазақстан

**АЙНЫМАЛЫ ЖЫЛУ АГЫНЫНЫҢ ҚАТЫСУЫМЕН КӨЛДЕНЕҢ ҚИМАСЫНЫҢ,  
ЖЫЛУ ЖӘНЕ ЖЫЛУ ОҚШАУЛАУМЕН БӨЛЕК ТҰРАҚТЫ ЖЫЛУ ФИЗИКАЛЫҚ  
ЖАЙ-КҮЙІН ЗЕРТТЕУ ЭНЕРГИЯСЫНЫҢ ӘДІСІ**

**Аннотация.** Көптеген стратегиялық құрылғылардың салмақ түсетін элементтері, ұзындығы шектеулі және айнымалы көлденең қиманың бағалалары болып табылады. Олардың көпшілігі жылу көздерінің жекелеген түрлерінің әсер етуі мүмкін. Жабдықтың сенімді жұмысын қамтамасыз ету үшін ауыспалы қима өзек ұзындығы бойымен температура өрісін білу қажет. Біз шектеулі ұзындығы өзек ұзындығы және айнымалы қимасы бойымен температура өрісін анықтау үшін есептеу алгоритмін және әдісін ұсынамыз. Олар энергияның сақталу заңдарына сәйкес негізделеді. Зерттеудің аналитикалық міндеттерінің шешімі алынды.

**Түйін сөздер:** айнымалы қима, қима радиусы, жылу көздері, бағана ұзындығы, жылу өткізгіштік, жылу алмасу, конвекция.