N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 6, Number 310 (2016), 137 – 143

UDC 517.929

A. Sh. Shaldanbayev[1], M. Akylbayev[2], M.B. Saprunova[3]

[1]Southern Kazakhstan state university; [2]Southern Kazakhstan pedagogical university;
[3]Southern Kazakhstan state pharmaceutical academy
shaldanbaev51@mail.ru

ABOUT AN ADVANCE OF WAVES ON AN EXPLOSIVE STRING

Abstract. In this work, with the help of the spectral theory of a functional differential equation, it is studied an advance of waves on an explosive string, in particular, the formula of coordinate of a point of discontinuity of a string is offered.

Keywords: wave guide, functional differential equation, range, basis of Riesz, initial value problem.

ӘОЖ 517.929

А.Ш. Шалданбаев [1], М.И. Акылбаев[2], М.Б. Сапрунова[3]

[1]Оңтүстік-Қазақстан мемлекеттік университеті;
[2]Оңтүстік-Қазақстан педагогикалық университеті;
[3]Южно-Казахстанская государственная фармацевтическая академия

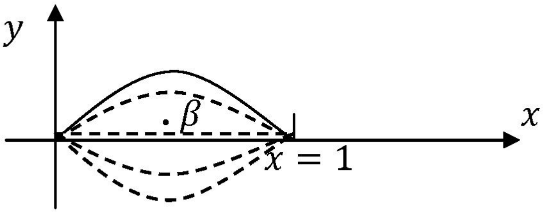
ТОЛҚЫНДАРДЫҢ ҮЗІК ІШЕК БОЙЫМЕН ТАРАЛУЫ ТУРАЛЫ

Аннотация. Бұл еңбекте функционал-дифференциалдық теңдеулердің спектрәлдік теориясы арқылы,толқындардың үзік ішек бойымен таралуы зерттелген,дәлірек айтсақ,үзілі нүктесінің координатасы табылды.

Түйін сөздер: Толқынөт, функционал-дифференциалдық теңдеулер, спектр, спектрәлді таралым, Рисстің базисі, Кошидің есебі.

1.Кіріспе.Информатика ғылымы негізгі үш нәрсемен айналысады. Олар информацияны жинау, сақтау, өңдеу және тарату. Информацияны жинаумен арнайы қызметкерлер: барлаушылар, сарапшылар, статистер, клерктер айналысады, ал өңдеумен программистер шұғылданады. Дайын информацияны тұтынушыға байланысшылар жеткізеді, бұл үшін, әрине, арнайы құрал жабдықтар қажет, атап айтқанда, электр желілері. Информация осы желілер арқылы электромагнитті толқындар түрінде тарайды. Соңғы кездері желісіз тарату жолдары да дами бастады. Электромагнитті толқындардың таралу теориясынның негізін қалаған ағылшынның көрнекті физигі Джеймс Максвелл деп саналады. Толқындардың таралуы осы кісінің теңдеулері арқылы өрнектеледі. Толқындардың таралу барысында әр түрлі кедергілер кездесуі мүмкін, олардың қатарына: ортаның өткізгіштік қасиеті, құралдардың физикалық және химиялық қасиеттері, жаудың қарсы әрекеттері, құралдардың кейбір бөліктерінің істен шығуы жатады. Біз өз зерттеуімізді дәл осы тақырыпқа арнадық, айталық, ішектің тербелуі нәтижесінде ауаға керекті дыбыстар таралып жатсын, белгілі бір сәтте ішек жау әрекетінен үзіліп кетсін делік, бірақ ол әрине, біраз уақыт тербеліп, өз қызметін атқара береді. Яғни, бұл сәтте дыбыстың сапасы мен құрамы өзгереді. Біздің мақсатымыз, ішектің үзілген жерін табу!

Есептің қойылуы. Ұштары $x = 0$ және $x = 1$ нүктелерінде байланған ішектің еркін тербелісін зерттейік.



1 – сурет

Айталық, белгілі бір сәтте 0 мен 1 арасында жатқан $x = \beta$ нүктесінде ішек үзіліп кетті делік. Егер де ішек осы сәтте өзінің энергиясын жоғалтпаса, онда ол инерциясы бойынша тербеле береді. Әрине, дыбыстың сапасы өзгереді, осыған байланысты мынадай сұрақ туындайды. Дыбыстың құрамы бойынша ішектің үзілген жерін табуға бола ма?

Дифференциалдық операторлардың спектрәлдік теориясы мен гармоникалық анализдің жетістіктері электромагнитті толқындарды тарату теориясында бұрыннан бері кеңінен қолданылады, мұны біз [1-8] жұмыстардан айқын байқадық.

Біз бұл жұмыста жоғарыдағы есепті, аргументі ауытқыған дифференциалдық теңдеулердің спектрәлдік теориясына сүйеніп зерттедік және осы зерттеулер барысында [9] еңбектің жетістіктерін кеңінен пайдаландық. Сонымен бірге спектрәлдік теорияның жетістіктері [10-24] кеңінен қолданылды.

2.Зерттеу әдісі

Негізгі жетістіктерді алу үшін біз төмендегі леммаларға сүйенеміз, олар туралы толық мәліметті жоғарыда аталған [9-24] еңбектерден табуға болады.

Лемма 2.1.

(а) Егер α нақты шама болса, онда мына,

$$y'(x) = \lambda y(\alpha - x), \text{ (2.1)}$$

теңдеудің әрбір шешімі, мына:

$$-y''(x) = \lambda^2 y(x),$$

Штурм – Лиувилл теңдеуінің шешімі болады.

(б) Жоғарыдағы (2.1) теңдеудің шешімдерінің кеңістігі бір салалы.

(в) Осы (2.1) теңдеудің жалпы шешімі мынадай:

$$y(x) = A \cdot \left[\cos\lambda\left(x - \frac{\alpha}{2}\right) + \sin\lambda\left(x - \frac{\alpha}{2}\right)\right] \text{ (2.3)}$$

болады, мұндағы A - кез келген тұрақты шама.

Лемма 2.2.

(а) Егер $0 < \alpha < 1$ болса, онда Кошидің мына,

$$y'(x) = \lambda y(\alpha - x),\ x \in (0,1), \text{ (2.4)}$$
$$y(0) = 0 \text{ (2.5)}$$

есебінің шексіз көп, нақты меншікті мәндері:

$$\lambda_n = (-1)^n \frac{\pi}{\alpha}\left(n + \frac{1}{2}\right),\ n = 0,1,2,\ldots$$

бар және оларға мынадай:

$$y_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} \sin\frac{\pi}{\alpha}\left(n + \frac{1}{2}\right)x,\ \ n = 0,1,2,\ldots$$

меншікті функциялар сәйкес келеді, олар $L^2(0,\alpha)$ кеңістігінде ортонормаланған базис құрайды, бірақ негізгі $L^2(0,1)$ кеңістігінде толымсыз.

(б)Егер $\alpha > 1$ болса, онда (2.4) – (2.5) шекаралық есептің меншікті функциялары $L^2(0,1)$ кеңістігінде базис құрайды.

(в) Егер $\alpha = 1$ болса, онда (2.4) – (2.5) шекаралық есептің меншікті функциялары $L^2(0,1)$ кеңістігінде ортонормаланған базис құрайды.

(г) Егер $\alpha = 0$ болса, онда (2.4) – (2.5) шекаралық есеп вольтерлік есеп, яғни оның меншікті мәндері жоқ.

Дәлелі. Жоғарыдағы (2.5) шекаралық шартқа (2.3) формуласын апарып қойсақ,

$$A \cdot \left[\cos\frac{\lambda\alpha}{2} - \sin\frac{\lambda\alpha}{2}\right] = 0$$

екенін көреміз, мұнан $A \neq 0$ болғандықтан,

$$\cos\frac{\lambda\alpha}{2} - \sin\frac{\lambda\alpha}{2} = 0, => \ \mathrm{tg}\frac{\lambda\alpha}{2} = 1,$$

$$\frac{\lambda_{2n} \cdot \alpha}{2} = \frac{\pi}{4} + n\pi, \qquad \lambda_{2n} \cdot \alpha = \frac{\pi}{2} + 2n\pi, \qquad \lambda_{2n} = \frac{\pi}{\alpha}\left(2n + \frac{1}{2}\right), n = 0,1, \ldots$$

$$y_{2n}(x) = A_{2n}\left[\cos\frac{\pi}{\alpha}\left(2n + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{\alpha}{2}\right) + \sin\frac{\pi}{\alpha}\left(2n + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{\alpha}{2}\right)\right], n = 0,1, \ldots.$$

Мына, $\cos\frac{\lambda_{2n}\cdot\alpha}{2} = \sin\frac{\lambda_{2n}\cdot\alpha}{2}$, теңдіктер алынған формуланы, мына:

$$u_{2n}(x) = A_{2n} \cdot \sin\frac{\pi}{\alpha}\left(2n + \frac{1}{2}\right)x, \ \ n = 0,1,2, \ldots$$

келтіруге болады.

Мына,

$$v'(x) = -\lambda v(\alpha - x)$$

теңдеудің шешімі мына,

$$v(x) = B \cdot \left[\cos\lambda\left(x - \frac{\alpha}{2}\right) - \sin\lambda\left(x - \frac{\alpha}{2}\right)\right]$$

функция болатынын көру соншалықты қиын емес. Осы өрнекті жоғарыдағы (2.5) шекаралық шартқа апарып қойсақ, онда

$$\lambda_{2m-1} = \frac{\pi}{\alpha}\left(2m - \frac{1}{2}\right), \ \ m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$$

$$v_{2m-1}(x) = B_{2m-1}\left[\cos\frac{\pi}{\alpha}\left(2m - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{\alpha}{2}\right) - \sin\frac{\pi}{\alpha}\left(2m - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{\alpha}{2}\right)\right],$$

екенін көреміз, мұндағы B_{2m-1} - кез келген тұрақты шамалар.

Егер де мынадай,

$$\mu_n = (-1)^n\frac{\pi}{\alpha}\left(n + \frac{1}{2}\right), \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$u_n(x) = A_n \cdot \sin\mu_n x, \ \ n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

белгілеулер енгізсек, онда меншікті мәндер мен меншікті функциялардың табылған серияларын тұтас бір серия етіп жазуға болады. Индекстердің теріс мәндері жаңа меншікті функцияларды туындатпайды, сондықтан біз теріс емес индекстермен шектелеміз. Алынған $\{u_n(x)\}$, $n = 0,1, \ldots$, системасының толымдылығы $\{\sin nt\}$, $n = 1,2, \ldots$ системасының $L^2(0,\pi)$ кеңістігінде толымдылығының салдары. Нормалаушы A_n $(n = 1,2, \ldots)$ коэффициенттерін есептеу оншалықты қиын емес және олар мына,

$$A_n = \sqrt{\frac{2}{\alpha}}, \qquad (\alpha > 0), \qquad n = 1,2, \ldots$$

формулалармен табылады.

Бұл табылған $\{u_n(x)\}$, $n = 0,1, \ldots$ системасы мына,

$$-u''(x) = \lambda^2 u(x),$$

$$u(0) = 0, \qquad u'(\alpha) = 0$$

симметриялы Штурм – Лиувилл шекаралық есебінің меншікті функциялары болғандықтан өзара ортогонал болады.

(б) Егер $\alpha > 1$ болса, онда $L^2(0,1) \subset L^2(0,\alpha)$, ал $\{u_n(x)\}$, $n = 0,1, \ldots$ системасы $L^2(0,\alpha)$ кеңістігінде толымды болғандықтан, ол $L^2(0,1)$ кеңістігінде де толымды болады. $L^2(0,1)$ кеңістігінде жатқан $f(x)$ функциясын $1 \leq x \leq \alpha$ аралығында 0- мен жалғастырып, сонан соң оны $L^2(0,\alpha)$ кеңістігінің элементі деп санауымызға болады және сол себепті ортонормаланған системаның қатарына таратуымызға болады. Бұл қатар $L^2(0,\alpha)$ кеңістігінің нормасы бойынша жинақталады, оның $L^2(0,1)$ кеңістігінің нормасы бойынша да жинақталатыны айдан анық, бірақ бұл система $L^2(0,1)$ кеңістігінде отронормаланған емес, сол себепті бұл кеңістікте Рисстің базисін құрайды.

(в) Бұл бөлімше алдыңғы (а) бөлімшесінің дербес жағдайы.

(г) Егер $\alpha = 0$ болса, онда $y'(x) = \lambda y(\alpha - x)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ $(\lambda \neq 0)$; $-y''(x) = \lambda^2 y(x)$, сондықтан Кошидің есебінің шешімінің бірегейлігі туралы теорема бойынша $y(x) \equiv 0$.

Лемма 2.3.

(а) Егер $\alpha < 2$ болса, онда Кошидің мына,

$y'(x) = \lambda y(\alpha - x)$, (2.6)

$$y(1) = 0 \quad (2.7)$$

есебінің шексіз көп, нақты меншікті мәндері:

$$\mu_n = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{2-\alpha}\left(n+\frac{1}{2}\right),\ n = 0,1,2,\dots$$

және оларға сәйкес:

$$y_n(x) = \sqrt{\frac{2}{2-\alpha}}\sin\frac{\pi}{2-\alpha}\left(n+\frac{1}{2}\right)(1-x),\ n = 0,1,2,\dots$$

меншікті функциялары бар. Олар $L^2(\alpha - 1,1)$ кеңістігінде отронормаланған базис құрайды.

(б) Егер $\alpha < 1$ болса, онда (2.6) – (2.7) Коши есебінің меншікті функциялары $L^2(0,1)$ кеңістігінде базис құрайды.

(в) Егер $\alpha = 2$ болса, онда (2.6) – (2.7) Коши есебі вольтерлі, яғни оның меншікті мәндері жоқ.

(г) Егер $\alpha > 1$ болса, онда (2.6) – (2.7) Коши есебінің меншікті функциялары толымды, әрі ортогонал олар нормаланғаннан соң $L^2(1, \alpha - 1)$ кеңістігінде ортонормаланған базис құрайды.

Дәлелі.

(а) Бұл тұжырым лемма 2.2 секілді дәлелденеді.

(б) Егер $\alpha < 1$ болса, онда $\alpha - 1 < 0$, сондықтан $[0,1] \subset [\alpha - 1,1]$. Демек, $L^2(0,1) \subset L^2(\alpha - 1,1)$. $L^2(0,1)$ кеңістігінің кез келген $f(x)$ функциясын $[\alpha - 1,0]$ аралығына нөлмен жалғастырып, сонан соң оны $L^2(\alpha - 1,1)$ кеңістігінің элементі деп санауымызға болады.

Осындай жолмен табылған функцияны (2.6) – (2.7) есебінің меншікті функциялары бойынша Фурье қатарына таратып жазсақ, онда ол қатар $L^2(\alpha - 1,1)$ кеңістігінде жинақталады. Бұл қатар $L^2(0,1)$ кеңістігінің нормасы бойынша да жинақталады, бірақ бұл сәтте қатардың мүшелері өзара ортогонал емес болғандықтан, олар Рисстің базисін құрайды.

(в) Егер $\alpha = 2$ болса, онда мына:

$$y'(x) = \lambda y(\alpha - x),$$
$$y(1) = 0$$

теңдіктерден $y'(1) = 0$, $-y''(x) = \lambda^2 y(x)$ теңдіктерді аламыз. Сондықтан Коши есебінің шешімінің бірегейлігі туралы теорема бойынша, $y(x) \equiv 0$.

(г) Бұл бөлімше лемма 2.2 – нің салдары.

3.Зерттеу нәтиежелері

Жоғарыдағы 2.3 – лемманың $\alpha < 2$ сәтіндегі нәтижелерінен (2.6) – (2.7) шекаралық есебінің ішектің $(\alpha - 1,1)$ аралығындағы тербелісін өрнектейтінін байқаймыз, мұны біз мына жайдан да көре аламыз. Дәл осы есептің шешімі төмендегі:

$$-y''(x) = \lambda^2 y(x),$$
$$y(1) = 0,\ y'(\alpha) = 0$$

Штурм – Лиувилл есебінің де шешімі болады. Меншікті мәндердің таңбаларының әртүрлі болуы ішектің бойымен екі түрлі тура (және кері) толқындар тарайтынын аңғартады. Бірақ, бұл жайды Штурм – Лиувилл есебінен байқау оңай емес.

Егер де біз $\alpha - 1 > 0$ және $\alpha - 1 < 1$ болсын деп жорысақ, онда $1 < \alpha < 2$ және $\alpha - 1$ нүктесі $(0,1)$ аралығында жатады. Негізгі $[0,1]$ кесіндісі екі бөлікке бөлініп қалады, $[0, \alpha - 1]$ аралығында Кошидің мына:

$$y'(x) = \lambda y(\alpha - 1 - x), y(0) = 0 \quad (3.1)$$

есебінің меншікті функциялары толымды ортогонал система құрайды, ал $[\alpha - 1,1]$ аралығында Кошидің мына:

$$y'(x) = \lambda y(\alpha - x), y(1) = 0 \quad (3.2)$$

есебінің меншікті функциялары толық ортогонал система болады. Өзара салыстыру мақсатында, осы екі шекаралық есептердің меншікті функцияларының $x = \alpha - 1$ нүктесіндегі мәндерін есептейік. Жоғарыдағы (3.1) шекаралық есебінің меншікті функциялары мынадай:

$\mathrm{y_n(x)} = \sqrt{\frac{2}{\alpha-1}} \sin \frac{\pi}{\alpha-1}\left(n+\frac{1}{2}\right)x,\ n = 0,1,2,\ldots$

болады, сондықтан

$$y_n(\alpha-1) = \sqrt{\frac{2}{\alpha-1}} \sin \frac{\pi}{\alpha-1}\left(n+\frac{1}{2}\right)(\alpha-1) = \sqrt{\frac{2}{\alpha-1}}.$$

Ал (3.2) шекаралық есебінің меншікті функциялары мынадай:

$$z_n(x) = \sqrt{\frac{2}{2-\alpha}} \sin \frac{\pi}{2-\alpha}(1-x), \qquad n = 0,1,2,\ldots$$

болады, сондықтан $x = \alpha - 1$ болған сәтте

$$z_n(\alpha-1) = \sqrt{\frac{2}{2-\alpha}} \sin \frac{\pi}{2-\alpha}\left(n+\frac{1}{2}\right)(2-\alpha) = \sqrt{\frac{2}{2-\alpha}} \sin \pi \left(n+\frac{1}{2}\right).$$

Демек, $x = \alpha - 1$ нүктесіндегі үзіктің шамасы мынадай:

$r = \sqrt{2} \sin \left(n+\frac{1}{2}\right)\pi \left(\sqrt{\frac{1}{2-\alpha}} - \sqrt{\frac{1}{\alpha-1}}\right) = (-1)^n \sqrt{2} \left(\sqrt{\frac{1}{2-\alpha}} - \sqrt{\frac{1}{\alpha-1}}\right)$

болады.

Енді дәл осы $x = \alpha - 1$ нүктесіндегі меншікті функциялардың туындыларын есептеп көрелік.

$$y_n{}'(x) = \sqrt{\frac{2}{2-\alpha}} \cdot \frac{\pi}{\alpha-1}\left(n+\frac{1}{2}\right) \cos \frac{\pi}{\alpha-1}\left(n+\frac{1}{2}\right)x,\ \ y_n{}'(\alpha-1) = 0;$$

$$z_n'(x) = -\sqrt{\frac{2}{2-\alpha}} \cdot \frac{\pi}{2-\alpha}\left(n+\frac{1}{2}\right) cos \frac{\pi}{2-\alpha}\left(n+\frac{1}{2}\right)(1-x),\ \ z_n'(\alpha-1) = 0.$$

4.Талқысы

Егер де $r = 0$ болса, онда үзік жоқ сияқты көрінеді, бірақ бұл алдамшы жай, шынында, жағдай олай емес. Бұл сәтте $2 - \alpha = \alpha - 1$, $2\alpha = 3$, $\alpha = 1{,}5$, $\alpha - 1 = 2 - \alpha = 0{,}5$, сонымен бірге

$$y_n(x) = 2 \sin 2\pi \left(n+\frac{1}{2}\right)x = 2\sin(2n\pi + \pi)x = 2 \sin \pi(2n+1)x, n = 0,1,..$$

$$z_n(x) = 2 \sin 2\pi \left(n+\frac{1}{2}\right)(1-x) = 2\sin(2n\pi + \pi)(1-x) =$$
$$= 2 \sin \pi(2n+1)(1-x), n = 0,1,\ldots$$

$$-y''_n(x) = \frac{\pi^2}{(\alpha-1)^2}\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 y_n(x), \qquad y_n(0) = 0, \qquad y_n{}'(\alpha-1) = 0;$$

$$-z''_n(x) = \frac{\pi^2}{(2-\alpha)^2}\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 z_n(x), \qquad z_n(1) = 0, \qquad z_n'(\alpha-1) = 0.$$

Демек, $z_n(x) = y_n(1-x)$, ал $y_n(x)$ $(n = 0,1,..)$ системасы мына,

$-y''(x) = \lambda^2 y(x)$, $y(0) = 0$, $y(1) = 0$ Штурм – Лиувилл есебінің меншікті функцияларының тек бір ғана бөлігі болғандықтан, олар $L^2(0,1)$ кеңістігінде толымды емес, бірақ олар $L^2\left(0,\frac{1}{2}\right)$ мен $L^2\left(\frac{1}{2},1\right)$ кеңістіктерінің әрқайсысында толымды система болады. Бұл жағдайда ішектің үзілгенін байқау мүмкін емес, оны тек дыбыстың сапасы бойынша білуге болады. Жоғарыда жүргізілген есептеулерден, дыбыстың жиілігінің тең жартысы жоғалатынын көреміз, яғни ішек үзілгеннен кейін бұрынғы жиіліктердің жартысы жоғалып кетеді.

5.Қорытынды

Жоғарыдағы есептеулердің көрсеткеніндей, ішек үзілгеннен кейін жиіліктердің жаңа серия-лары пайда болады. Оларды өлшеп, сонан соң олардың айырмасын тапсақ, онда мына:

$$\Delta\lambda = \sqrt{\frac{1}{2-\alpha}} - \sqrt{\frac{1}{\alpha-1}},$$

формула арқылы ішектің үзілген $x = \alpha - 1$ нүктесін тауып аламыз.

ӘДЕБИЕТ

[1] Горелик Г.С. Колебания и волны. – М.: Физматгиз, 1959. – 572б.

[2] Деркач М.Ф., Гулицкий Р.Я., Гура Б.М., Чебан М.Е. Динамические спектры речевых сигналов. – Минск, 1984. – 353б.

[3] Заездный А.М. Гармонический синтез в радиотехнике и элекросвязи. – М.-Л.: Гостехиздат, 1961. – 536б.

[4] Харкевич А.А. Спектры и анализ. – М.: ГИТТЛ, 1957. – 236б

[5] Хургин Я.Н., Яковлев В.Н. Финитные функции в физике и технике. – М.: Наука, 1971. – 408б.

[6] Френкс Л. Теория сигналов. – М.: Сов. Радио, 1974. – 343б.

[7] Гудмен Дж. Введение в Фурье оптику. – М.: Мир,1970. – 364б.

[8] Тейлор Ч.А. Физика музыкальных звуков. – М.: Легк.инд., 1976. – 184б.

[9] Кальменов Т.Ш., Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш. К спектральной теории уравнений с отклоняющимся аргументом.// Математический журнал, 2004, том 4, №3(13),41-48б.

[10] Т.Ш. Калменов Краевые задачи для линейных уравнении в частных производных гиперболического типа.- Шымкент.:Ғылым, 1993.-327б. [11] Г.Е. Шилов Математический анализ. Специальный курс.: Физмат, 1960.

[12] Г. Вейль Избранные труды, Наука, 1984. -510с.

[13] М. Рид , Б. Саймон Методы современной математической физики.-М.: Мир, 1977.- 278-285 б.

[14] У. Рудин Функциональный анализ. –М.: Мир, 1975. -443 б.

[15] G.D. Birkhoff. One the asymptotic character of the sotutions of certain. Linear differentiol equations containing a parametr, Trans, Amer. Math. Soc 9. (1908). - с.219-231.

[16] Я.Д. Тамаркин. О некоторых общих задачах теория обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. П.Г. тип. М.П. Фромовой 1917.

[17] F.Browder. On the eigenfunction and eigenvalues on the general. Linear. Miptic differential operators, Proc,Nat. Acad. ScUSA, t . 39 (1953) 433-439.

[18] T.Carleman. Uber die asymptotische Verelung der ligenwerte partiller. Differen tialgleichungen Ber. Sachs Akad. Wiss .zu Leipzig. Math. Phus, klass 88(1936) 119-134.

[19] М.В. Келдыш. О собственных значениях и собственных функциях некоторых классов несамосопряженных уравнений II ДАИ СССР, 1951. том LXXVII, № 1. CII-14.

[20] М.А. Наймарк. Линейные, дифференциальное операторы II – ое издание – М: Наука 1969-526с.

[21] В.А. Марченко. Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения-Киев: Наукова думка. 1977-329с.

[22] Н.И. Ахиезер Н.М. Глазман. Теория линейных операторов в гилбертовом пространстве – М. Наука 1966. 543с.

[23] Б.М. Левитан, И.С. Сартсян. Введение в спектральную теорию. М. Наука .1970. 670с.

[24] М.О. Отелбаев. Оценки спектра оператора Штурма-Лиувилля. Алма-ата. Ғылым 1990г. С187.

REFERENCES

[1] Gorelik G. S. Fluctuations and waves. M.: Fizmatgiz, **1959.** 572b.

[2] Деркач M. F., Gulitsky R. Ya., Gura B. M., Cheban M. E. Dynamic ranges of speech signals. Minsk, **1984.** 353b.

[3] Zayezdny A. M. Harmonic synthesis in radio engineering and elekrosvyaz. M.-L.: Gostekhizdat, **1961**. 536b.

[4] Harkevich A. A. Ranges and analysis. M.: GITTL, **1957.** 236b

[5] Hurgin Ya. N., Yakovlev V. N. Finite functions in physics and technique. M.: Science, **1971.** 408b.

[6] Френкс L. Theory of signals. M.: Sov. Radio, **1974**. 343b.

[7] Goodman Dzh. Introduction to Fourier optics. M.: World, **1970.** 364b.

[8] Taylor Ch. A. Physics of musical sounds. M.: Legk.ind., **1976.** 184b.

[9] Kalmenov T. Sh., Akhmetova S. T., Shaldanbayev A. Sh. To the spectral theory of the equations with deviating аргументом.//the Mathematical magazine, **2004**, volume 4, No. 3(13), 41-48b.

[10] T. Sh. Kalmenov Boundary value problems for the linear the equation in quotients derivants of hyperbolic type. Shymkent.: F yly, **1993**. 327b. [11] G.E. Shilov Calculus. Express course.: Physical mat, **1960.**

[12] G. Veyl Selected works, Science, **1984**. 510 pages.

[13] M. Read, B. Simon Metody of the modern mathematical physics. M.: World, **1977**. 278-285.
[14] U. Rudin the Functional analysis. M.: World, **1975**.-443.
[15] G.D. Birkhoff. One the asymptotic character of the sotutions of certain. Linear differentiol equations containing a parametr, Trans, Amer. Math. Soc 9. (**1908**). page 219-231.
[16] Ya. D. Tamarkin. About some common tasks the theory of ordinary simple differential equations. P.G. type. M. P. Fromova 1917.
[17] F.Browder. On the eigenfunction and eigenvalues on the general. Linear. Miptic differential operators, Proc, Nat. Acad. ScUSA, t. 39 (1953) 433-439.
[18] T.Carleman. Uber die asymptotische Verelung der ligenwerte partiller. Differen tialgleichungen Ber. Sachs Akad. Wiss .zu Leipzig. Math. Phus, klass 88(1936) 119-134.
[19] M. V. Keldysh. About eigenvalues and eigenfunctions of some classes of the self-conjugate equations of the II DAI USSR, **1951**. volume LXXVII, No. 1. CII-14.
[20] M. A. Naymark. The linear, differential operators II – oe the edition. M: Science, **1969.** 526 s.
[21] V. A. Marchenko. Operators of Sturm Liouville and their application Kiev: Naukova thought. 1977-329s.
[22] N. I. Akhiyezer N. M. Glazman. The theory of the linear operators in gilbertovy space. M. Nauka, **1966.** 543 pages.
[23] B. M. Levitan, I. S. Sartsyan. Introduction to the spectral theory. M. Science. **1970.** 670 pages.
[24] M. O. Otelbayev. Estimates of a range of the operator of Sturm Liouville. Alma-Ata. yly 1990 of C187.

УДК 517.929

А.Ш. Шалданбаев[1], М.И. Акылбаев[2], М.Б. Сапрунова[3]

[1]Южно-Казахстанский государственный университет;
[2]Южно-Казахстанский педагогический университет;
[3]Южно-Казахстанская государственная фармацевтическая академия

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН ПО РАЗРЫВНОЙ СТРУНЕ

Аннотация. В данной работе с помощью спектральной теории функционально-дифференциального уравнения изучено распространение волн по разрывной струне, в частности, предложена формула координаты точки разрыва струны.

Ключевые слова: волновод, функционально-дифференциальное уравнение, спектр, базис Рисса, задача Коши.