

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 1, Number 317 (2018), 87 – 93

УДК372.85

Е.И. Смирнов¹, А.Л. Жохов¹, А.А. Юнусов³, А.А. Юнусова⁴, О.В. Симонова²

¹ФГОУ ВПО «Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского»,
г.Ярославль, Россия;

²Кировское областное государственное образовательное учреждение, лицей, г. Киров, Russia;

³КИПУДН (160012, Шымкент, ул. Толеби-32), Республика Казахстан;

⁴Евразийский гуманитарный институт, г. Астана, Республика Казахстан

ya.lvovich2012@yandex.ru zhall@mail.ru Yunusov1951@mail.ru s545231@yandex.ru

НАГЛЯДНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭТАПОВ ПРОЯВЛЕНИЯ СУЩНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ И МЕТОДИЧЕСКИХ ПРОЦЕДУР

Аннотация. Одним из путей повышения эффективности математического образования школьников является актуализация способов решения сложных задач путем адаптации современных достижений науки. Возможность этого возникает при выявлении «проблемных зон» математического образования и построении обобщенных конструктов, связанных с «проблемной зоной». В данной статье на основе диалога культур и средствами математического и компьютерного моделирования выстроены этапы адаптации и технологические конструкты актуализации синергии в обучении при исследовании понятия предела функции. Дидактическим механизмом освоения сущности такого конструкта оказывается реализация модели кластера фундирования, оснащенного комплексами мотивационно-прикладных учебных ситуаций и задач разного уровня. Лонгитюдное исследование «проблемных зон» позволяет эффективно развивать интеллектуальные операции мышления, межкультурные коммуникации, творческую самостоятельность и самоорганизацию личности школьника.

Ключевые слова: математическое образование, диалог культур, синергия, кластеры фундирования, функциональная грамотность деятельности, компьютерное моделирование, решение сложных задач, предел функции.

Введение. Молодые люди современного мира стали более нетерпимыми к проявлениям устоявшихся штампов в образовании, отсутствию гибкости в обучающих воздействиях, стали прагматично оценивать складывающиеся обстоятельства жизни, отдавать приоритет выстраиванию личностных предпочтений и перспектив своей будущей жизни. В то же время, интеллектуальные операции мышления (понимание, конкретизация, абстрагирование, обобщение, моделирование, аналогия, ассоциации и т.п.), лежащие в основе формирования универсальных учебных действий обучаемых, по разным объективным и субъективным причинам перестали эффективно развиваться в школьном образовании. И в этом процессе теряется роль математического образования как одного из наиболее эффективных инструментов личностного развития и освоения социального опыта предшествующих поколений, в том числе на фоне грандиозных приложений математики. Достаточно упомянуть достижения фрактальной геометрии (Б.Мандельброт, М.Фейгенбаум, М.Барнслу, Е.Федер, В.С.Секованов и др.), теории хаоса и катастроф (Г.Хакен, Э.Лоренц, А.Н.Колмогоров, В.И.Арнольд, Г.Г.Малинецкий, Р.Том, О.Ресслер и др.), теория нечетких множеств и fuzzy-logic (Т.Заде, А.Кофман, Р.Рональд и др.), теории кодирования и шифрования (К.Шеннон, Д.Хаффман, Л.С.Хилл и др.), теории обобщенных

функций (Л.Шварц, Л.В.Соболев, И.М.Гельфанд, А.Мартино, В.П.Паламонов и др.) и др. А ведь именно в современных условиях интенсивного применения математических методов в естествознании, гуманитарных науках, технике и смежных науках, да еще в соединении с информационными технологиями, данные исследования должны были бы непременно находить свое отражение в изменяющихся программах школьного и вузовского математического образования. Прежде всего, возрастает потребность в *актуализации обобщенных конструкций и отношений в содержании* школьного и профессионального математического образования, связанных, прежде всего с решением и исследованием сложных задач средствами математического и компьютерного моделирования. Как отмечал С.Л. Рубинштейн [2] "...генерализация отношений предметного содержания выступает, а затем и осознается как генерализация операций, производимых над обобщенным предметным содержанием; генерализация и закрепление в индивиде этих генерализованных операций ведут к формированию у индивида соответствующих способностей". В такой парадигме важнейшая роль в повышении качества обучения математике в средней школе принадлежит педагогу. Например, в идеале будущий учитель должен овладеть обобщенным предметным содержанием и способами деятельности в вузе с тем, чтобы, придя в школу, осваивать школьный предмет вместе с учениками на уровне *фундированной сущности*, отрицая, тем самым, так называемое известное "двойное забвение" по Ф. Клейну.

Наша концепция предполагает, что обучение математике должно происходить в информационно-насыщенной образовательной среде *в условиях диалога математической, информационной гуманитарной и естественнонаучной культур* и интеграции дидактических усилий педагога и ученика в направлении вскрытия сущностей базовых учебных элементов (устоявшихся знаковых форм, понятий, теорем, процедур, алгоритмов, идей). А подобные процессы оказываются непосредственно связанными с синергетическими эффектами и механизмами восприятия сложной информации личностью обучаемого, процессами развития его математических способностей и творческой самостоятельности, конструированием специальных процедур освоения математических знаковых форм, объектов и явлений. Как результат такой когнитивной активности будет замечен рост учебной и профессиональной мотивации, развитие и саморазвитие мышления, и расширение опыта и культуры в контексте прикладной и профессиональной направленности. *Поэтому выявление этапов и иерархий в процессе уровневого выявления сущностей математических форм, понятий и процедур средствами наглядного моделирования* является важнейшим механизмом преодоления формализма в освоении содержания математики и представляет серьезную и далеко не решенную проблему в дидактике математики.

Методология, теории и технологии. Реализация объявленной концепции связана с освоением обучающимися сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования в насыщенной информационно-образовательной среде. Эффективным инструментом освоения сложного знания может являться исследование и адаптация к школьной или вузовской математике современных достижений в науке, ярко и значимо представленных в приложениях к реальной жизни, развитии других наук, высоким технологиям и производствам. Разработка философской концепции сложности (И.Кант, Г.В.Гегель, И.Пригожин, Г.Хакен, В.В.Орлов, И.С.Утробин, Х.Альвен, Т.С.Васильева и др.) опосредована обширным экспериментальным материалом, практикой и взаимозависимостью интегративных процессов в науке, технологиях, экономике, социальных преобразованиях и образовательных парадигмах. Поливалентность, множественность, многополярность, непредсказуемость, эмерджентность и неравновесность современного мира не может не быть увязана с категориями развития сущности объектов, явлений и процессов посредством проявления закономерностей переходов на более высокие уровни сложности как составляющих конкретно-всеобщей теории развития (В.В.Орлов, Ст.Бир, Н.Винер, Дж.фон Нейман и др.). Исследователи делают вывод о том, что сложность является интегрирующей характеристикой способности к самоорганизации при достижении

определенных критических ее уровней. Так Френч П.А. и Функе Д. [8] определяют РСЗ как многошаговую поведенческую и когнитивную активность, направленную на преодоление большого числа заранее неизвестных препятствий между нечеткими, динамически изменяющимися целями и условиями.

Базовым понятием представленной концепции является понятие фундирования как философской категории, педагогической технологии и психологического механизма развития личности [3]. В чем же заключается феномен фундирования? Фундирование (нем. Fundierung – обоснование, основание) – термин, используемый в феноменологии (и в других науках) для описания отношений онтологического обоснования. Э. Гуссерль определяет отношение фундирования следующим образом: А фундировано посредством В, если для существования А сущностно необходимо В, только в единстве с которым А может существовать. Отношение фундирования может быть односторонним (А фундировано в В) или двухсторонним (А и В фундированы друг в друге). Согласно феноменологическому учению, все комплексные высокоуровневые акты и предметности фундированы в изначальных простых актах и предметах. В педагогику впервые понятие фундирования было введено В.Д. Шадриковым и Е.И. Смирновым в 2002 году [4] как процесс создания условий для поэтапного углубления и расширения школьных знаний в направлении профессионализации и формирования целостной системы научных и методических знаний, как процесс формирования целостной системы профессионально-педагогической деятельности. В связи с выявленными тенденциями авторами было предложено углубить теоретическую и практическую составляющие математического образования будущего учителя естественнонаучного профиля, изменив содержание и структуру естественнонаучной и методической подготовки в направлении усиления школьного компонента естественнонаучного образования с последующим фундированием знаний и опыта личности на разных уровнях. Принципиальным отличием структурообразующего принципа фундирования является определение основы для спиралевидной схемы моделирования базовых знаний, умений, навыков предметной (в том числе, математической) подготовки студентов педвузов. Школьные знания станут выступать структурообразующим фактором, позволяющим отобрать теоретические знания из предметной области более высокого уровня, через которые происходит фундирование школьного знания.

Проблема, однако, связана с тем, что обобщенная сущность сложна, многослойна, полифункциональна и с трудом осваивается многими обучающимися. Понятно, что подобные ситуации в освоении математики требуют введения специальных процедур, этапов и способов когнитивной деятельности школьников для максимальной возможности актуализации параметров порядка в этом «хаосе» математических понятий. Именно вскрытие сущности средствами наглядного моделирования таких «проблемных зон» в математическом образовании возможно проектированием диалога математических, информационных, естественнонаучных и гуманитарных знаний с проявлением синергетических эффектов.

1. Именно таким механизмом выступает *наглядное моделирование* [5] как инновационный конструкт, направленный на выявление сущности математических понятий, процедур и ситуаций на основе моделирования в обучении математике, необходимо ведущее к пониманию. Основной элемент – это центрирование ученика, оптимальное включение его перцептивных, когнитивных, рефлексивных, эмоционально-волевых, мотивационных и креативных подструктур в освоение математического знания. Главное при этом – адекватность априорной модели и результатов мыслительной деятельности обучающихся, осознанные и ведущие к пониманию. *Наглядное моделирование – это интерактивная триада: личность – модель – понимание.* Необходимые атрибуты наглядного моделирования: взаимопереходы знаковых систем: вербальной, знаково-символической, образно-графической и конкретно - деятельностью; устойчивость восприятия математических знаний; адекватность априорной и результативной моделей; отбор и актуализация

базовых учебных элементов; сензитивность модальностей восприятия; активность когнитивных процессов. Необходимо знание особенностей психического развития каждого ученика, видов и иерархии моделей, средств оптимизации логических структур, закономерностей восприятия и оперирования знаковых систем, средств диагностики состояния личности и интеллектуальных операций, контролирующих и оценивающих процедур, самосовершенствование и переподготовка педагога. Поэтому актуальной является проблема такой организации процесса обучения математике, когда представления, возникающие в мышлении обучаемых, отражают основные, существенные, ключевые стороны предметов, явлений и процессов, в том числе посредством адекватного моделирования математического знания. *Именно выявление и формирование в когнитивном процессе этих узловых, опорных качеств объекта или процесса восприятия (перцептивная модель), адекватно отражающих сущность объекта или процесса, и представляет собой суть процесса наглядного моделирования.* При этом особую значимость приобретают модели, фиксирующие процедуру математических действий в процессе исследовательской активности.

Так как сущность обнаруживает свою реальность в совокупности внешних характеристик предмета, в своих проявлениях, то раскрывая сущность через философские категории внутреннего, общего, содержания, причины, необходимости и закона определим, прежде всего, *компонентный состав содержательных и процессуальных характеристик проявления сущности.* Содержательный модус: знаково-символические, вербальные, образно-геометрические и тактильно-кинестетические проявления; процессуальный модус: историко-генетические, конкретно-деятельностные, экспериментальные и прикладные учебные ситуации и проявления. Постигание сущности предмета обучающимся в определенном категориальном поле знаний и способов деятельности, достаточное для успешности и эффективности оперирования с ней, не обязательно совпадает по содержанию и выраженности необходимых существенных связей. Более того, возможно присоединение дополнительных связей, которые в совокупности с необходимыми связями создают целостность и иерархичность сущности в данном категориальном поле. Эта изменчивость и подвижность сущности предмета требует актуализации поэтапного продвижения к ее познанию и определяет третье измерение сущности – личностно-адаптационное в ее характеристиках, и определяет трехкомпонентную целостность сущности предмета как объекта познания в ходе когнитивной деятельности. Таким образом, нами представлена *следующая структурно-функциональная модель сущности математических учебных элементов* (рис.1):

2. **Диалог культур – методический механизм:** в рамках данной работы используется как *диалог культур в его личностном аспекте* (ДКЛ), как коммуникация личностей участников – ДКЛ (Y_k – ученик; Y_n – учитель), осуществляемая ими на основе некоторого *произведения культуры* (ПК), возникшего в некоторой грани культуры и/или представленного в любом из возможных воплощений, включая учебный текст, созданный в том числе в процессе ДК. ДКЛ предполагает, прежде всего, духовное общение конкретных носителей индивидуальной (личностной) культуры при задействовании всех основных компонентов каждой личности.

В реальном исполнении ДКЛ осуществляется как своеобразный триалог в поле смыслов, задаваемых упорядоченной тройкой <"культура одного участника"; "культура ПК"; "культура другого участника">. В образовательном процессе в роли участников ДКЛ оказываются учитель (Y_n) и учащиеся (Y_k) в их различных сочетаниях (один - один, один - группа, группа - группа и т.п.). Роль учителя – **организовать и управлять** ДКЛ вплоть до его завершения и (или) перехода к новому ДКЛ на базе, желательно, тех ПК, которые были созданы в рамках совершившегося ДКЛ.

ДКЛ в методическом понимании – это искусство (и своеобразная технология) такой организации обучения, при которой у участников диалога необходимо происходит *вспышка понимания*, то есть "вдруг" возникает новое (личностно новое) понимание рассматриваемого ПК. Иными словами, в основе технологии ДКЛ лежит "диалектика как диалогическое искусство" (М.

Мамардашвили), как создание собственных ПК; только тогда и можно считать, что происходит "оттаивание" диалектики как диалогического искусства. В нашем понимании место ДКЛ (в любом из его вариантов) – второй этап познания математического объекта.

Считается, что ДКЛ состоялся, если в результате появляется новое для участников произведение культуры (ПК₂), созданное в процессе общения как результат совместного или индивидуального преобразования исходного ПК₁. Поскольку вместе с изменением ПК₁ происходят те или иные изменения участников ДКЛ, то последний в случае его завершения имеет смысл представить следующей схемой: $\langle Y_{\text{л}} - \text{ПК}_1 - Y_{\text{к}} \rangle' \rightarrow \langle Y_{\text{л}} - \text{ПК}_2 - Y_{\text{к}} \rangle'$. Педагогическим механизмом включения учащихся в ДКЛ является учебная ситуация "напряжения и успеха", организованная, например, на базе личностно воспринятого фрагмента учебного материала, являющегося частным примером учебного ПК.

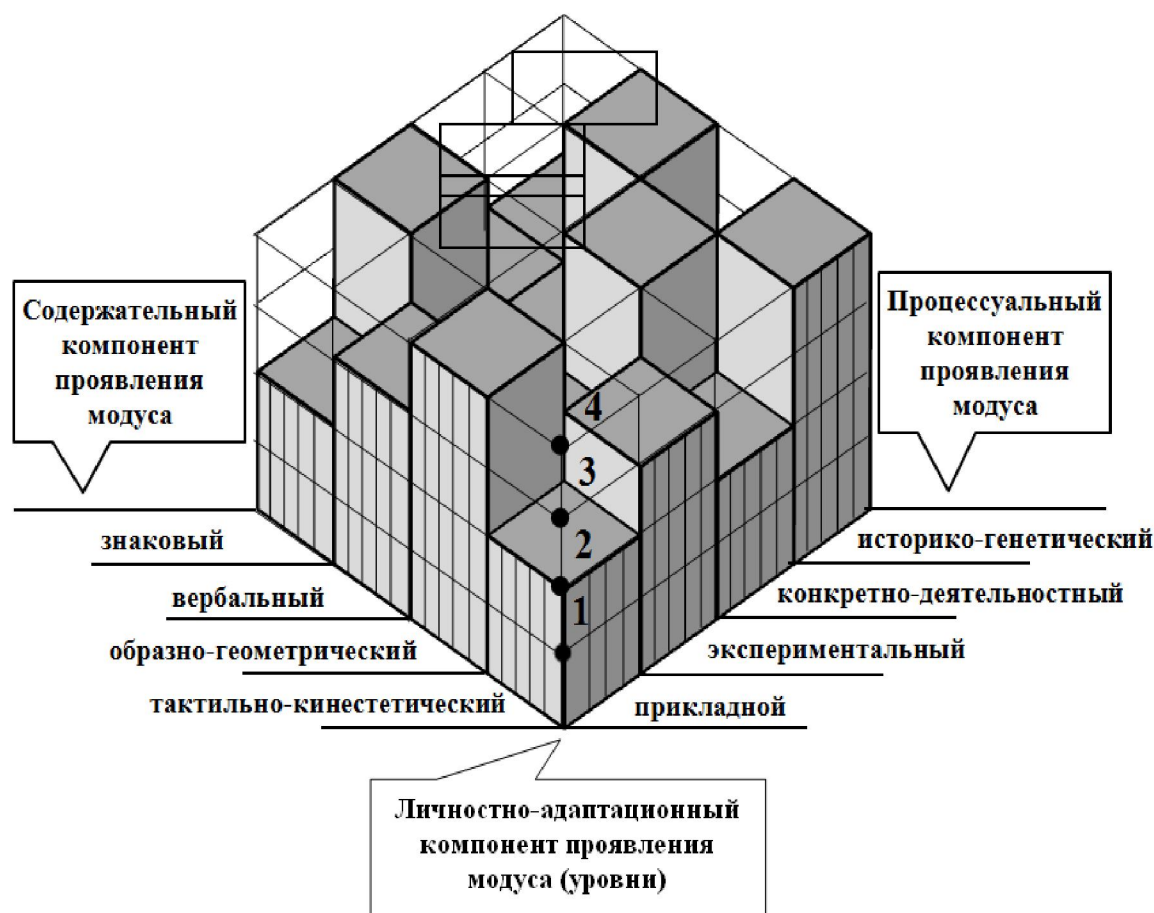


Рисунок 1 - Структурно-функциональная модель сущности математических учебных элементов

В литературе используется более широкое понятие – *диалог культур*, берущее свое начало из философии экзистенциализма. В отечественной культуре впервые раскрыто и активно использовалось философом и филологом М.М. Бахтиным, в дальнейшем – В.С. Библером, С.Ю. Кургановым и др. М.М. Бахтин определил *архитектонику* ДК как *ответственного поступка*; по Бахтину, его структурными элементами являются: *Я, Другой, Я-для-Другого*. Естественно, что в методическом плане это всё приобретает соответствующие оттенки и формы реализации [6].

Результаты. Ситуация хаоса в процессах освоения математических знаний и процедур определенными категориями школьников и студентов далеко не последняя проблема в образовании. Это отсутствие адекватных решений данной проблемы приводит к формализму знаний, невысокому уровню учебной и профессиональной мотивации, неадекватному уровню

личностного развития обучающихся, прежде всего в контексте самоорганизации и саморазвития личности. В настоящем исследовании данную проблему предлагается решать методами включения обучаемых в диалог культур, выстраивания и адаптации обобщенных конструктов сложного знания, лежащих в основе «проблемных зон» математического образования. Этими конструктами оказываются образцы современных достижений в науке: фрактальная геометрия, теория нечетких множеств, обобщенные функции, теория кодирования, теория хаоса и катастроф и т.п., решаемые средствами математического и компьютерного моделирования и адаптированные к наличному уровню математической компетенции школьников и студентов. В этом отношении параметрами порядка в математическом образовании выступают также технологии фундирования опыта личности и наглядного моделирования объектов, процедур и явлений, актуализирующие аспект теоретического обобщения, выстраивающие иерархии и этапы понимания существа математических понятий и процедур, способствующие развитию интеллектуальных операций и проявлению синергетических эффектов в обучении математике. Именно, разработана концепция и технология освоения сложного знания в математическом образовании школьников и студентов на основе адаптации современных достижений в науке к школьной и вузовской математике. Уточнены технологии фундирования опыта личности и наглядного моделирования объектов, процессов и явлений, разработаны характеристики и структурно-функциональная модель сущности математических учебных элементов на основе иерархичности. Разработан граф согласования этапов проявления сущности в «проблемной зоне» и этапов проявления синергии математического образования как дидактический механизм и модель когнитивной деятельности в процессе освоения математики с синергетическим эффектом. Педагогический опыт пилотной реализации разработанной технологии математического образования показывает ее эффективность в росте учебной и профессиональной мотивации, развитии интеллектуальных операций, повышении качества обучения математике школьников и студентов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Подъяков А.Н. Психология обучения в условиях новизны, сложности, неопределенности. Психологические исследования. М.: Высшая школа экономики, 2015.-С. 6-10.
- [2] Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. М.: АН СССР, 1958.
- [3] Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога. Монография.: Ярославль, Изд-во «Канцлер», 2012.-654 с.
- [4] Смирнов Е.И. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы // Под ред. В.Д. Шадрикова. М.: Гардарики, 2002. 383 с.
- [5] Смирнов Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике. Монография.: Изд-во ЯГПУ, Ярославль, 1997.-323 с.
- [6] Симонова О.В., Жохов А.Л. Условия развития функциональной грамотности учащихся V-VI классов в процессе учебной математической деятельности// «Международные Колмогоровские чтения – XIV», посвящённые 100-летию профессора З.А. Скопеца: Москва – Коряжма – Ярославль – Арзамас. Редакция газеты «Успешная». – 2017. С. 103-107.
- [7] Смирнов Е.И., Богун В.В., Уваров А.Д. Синергия математического образования педагога: введение в анализ. Монография. Канцлер, 2016.-308 с.
- [8] Функе И., Френш П.А. Решение сложных задач: исследования в Северной Америке и Европе // Иностранная психология. 1995. Т. 3, № 5. – С. 42-47.

Е.И. Смирнов¹, А.Л. Жохов¹, А.А. Юнусов³, А.А. Юнусов⁴, О.В. Симонова²

¹К.Д.Ушинский атындағы ЯМПУ, Ресей, Ярославль;

²Киров облыстық мемлекеттік білім орталығы, лицейі, Ресей, Киров;

³КИПХДУ Шымкент, Төлеби-32, Қазақстан Республикасы;

⁴Евразиялық гуманитарлық институты. Астана. Қазақстан Республикасы

МАТЕМАТИКАЛЫҚ ҰҒЫМДАРДЫҢ ЖӘНЕ ӘДІСТЕМЕЛІК ЖҰМЫСТАРДЫҢ ПАЙДА БОЛУ КЕЗЕҢДЕРІНІҢ МӘН-МАҒЫНАСЫНЫҢ КӨРНЕКІ МОДЕЛДҮ

Аннотация. Мектеп оқушыларына математикалық білім берудің тиімділігі нарттырудың бір жолы күрделі есептерді шығару жолда арын заманауи ғылымның жетістіктеріне лайықты етіп қайта жаңғырту. Мұндай мәселе математикалық білім берудегі «проблеммалық аймақтың» пайда болуы мен «проблемалық аймаққа» байланысты жалпыланған конструктарды құру мүмкіндігі белгілі болуына байланысты туындады.

Бұл мақала функцияның шегі ұғымын оқытуды зерттеу десинергияны қайта жаңғыртудағы математикалық және компьютерлік моделдеу құралдары мен технологиялық конструкттың бейімделу кезеңдерінің диалог мәдениеті негізінде құрылған. Мұндағы конструкты менгерудің дидактикалық механизмінің мән-мағынасы, мативациялық-қолдарбалық оқу жағдай атары кешенін фундирлеу кластер моделі және әртүрлі деңгейдегі есептер болып табылады. «Проблемалық аймақты» лонгитюдтік зерттеулер оқушылардың тұлғалық ойлауына, мәдениет араралық коммуникацияға, өзбетінше жасампаздық пен өін-өзі ұйымдастыруды тиімді жүзеге асыруға мүмкіндік береді.

Кілітті сөздер: математикалық білім беру, диалог мәдениеті, синергия, фундирлеу кластері, іс-әрекеттің функционалдық сауаттылығы, компьютерлік моделдеу, күрдел есептерді шығару, функцияның шегі.

UDC 372.25

E.I. Smirnov¹, A.L.Zhokhov¹, A.A.Yunusov³, A.A.Yunusova⁴, O.B.Simonova²

¹ K.D. Ushinskiy Yaroslavl State Pedagogical University, Yaroslavl, Russia;

² Kirov Regional State Educational Institution, Russia;

³ KIPUN-Kazakhstan Engineering Pedagogical University of Friendship of Peoples, Shymkent, Republic Of Kazakhstan;

⁴ Eurasian humanitarian Institute, Astana. Republic Of Kazakhstan

VISUAL MODELING OF THE MANIFESTATION OF THE ESSENCE OF MATHEMATICAL CONCEPTS AND METHODOLOGICAL PROCEDURES

Abstract. One of the ways to enhance the effectiveness of mathematical education of schoolchildren is to actualize solutions to complex tasks by adapting modern science. This possibility arises in the identification of "problem areas" of mathematics education and the construction of generalized constructs that are associated with the "problem area". In this article, on the basis of the dialogue of cultures and means of mathematical and computer modeling structured stages of adaptation and technological constructs of actualization synergy in training at the study of the notion of limit of a function. Didactic mechanism of the development of the essence of this construct is the implementation of the model cluster founding, are equipped with the motivation, applied learning situations and tasks at different levels. Longitudinal study of problem areas allows us to effectively develop the intellectual operations of thinking, intercultural communication, creative independence and self-organization of the schoolboy.

Key words: mathematical education, dialogue of cultures, synergy, clusters of a founding, functional literacy activities, computer simulations, solve complex problems, limit of a function.