

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 2, Number 312 (2017), 54 – 57

E.M. Akzhigitova¹, V.O. Kurmangaliева¹, A.B. Arbuzov²

¹Kazakh National University named after al-Farabi, Almaty, Kazakhstan;

²JINR, Dubna, Russia

kzo1994@mail.ru

DESCRIPTION OF RADIATIVE MUON DECAY USING MODEL-INDEPENDENT APPROACH

Annotation. The purpose of this paper theoretical studies of the radiative muon decay $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \gamma$. This process is investigated in many modern experiments because appearance of a photon as a decay product allows one to obtain additional information about weak interactions and look for manifestations of the so-called "new physics".

Key words: muon decay, electroweak interaction, standard model etc.

Э.М. Ақжігітова¹, В.О. Құрманғалиева¹, А.Б. Арбузов²

¹Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан;

²ОИЯИ, Дубна, Россия

ОПИСАНИЕ РАДИОЦИОННОГО РАСПАДА МЮОНА В МОДЕЛЬНО-НЕЗАВИСИМОМ ПОДХОДЕ

Аннотация. Основная цель данной работы – теоретическое исследование радиационного распада мюона $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \gamma$. Этот процесс исследуется на многих современных экспериментах, потому что появление фотона в результате распада позволяет извлечь дополнительную информацию о слабых взаимодействиях и искать проявления так называемой «новой физики».

Ключевые слова: распад мюона, электрослабое взаимодействие, стандартная модель и т.д.

Введение

Слабое взаимодействие, ответственное в основном за распады элементарных частиц очень короткодействующее, радиус слабых взаимодействий около 10^{-17} см. А именно, слабое взаимодействие хорошо описывает β -распады, распад μ , распады тау-лептонов. Распад мюона $\mu \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ – это процесс, с которого обычно начинают изучение слабых распадов. Потому, что это чистый лептонный процесс, в нем не участвуют адроны.

В настоящее время радиационный распад мюона: $\mu \rightarrow e \bar{\nu}_e \gamma$ исследуется на многих современных экспериментах, потому что появление фотона в результате распада описывается обобщенными параметрами Мишеля и имеет большую чувствительность к другим проявлением «новой физики». И сейчас этот эксперимент актуален и интересен. Эксперименты на *LHC (The Large Hadron Collider)*, *Belle* и *Babar* уже по распадам τ -лептона проведены [1]. И нашей задачей является описание радиационного распада мюона в модельно-независимом подходе с учетом точной зависимости $(\frac{m_e}{m_\mu})$, которое не было в прошлом сделано.

Распад мюона в Стандартной модели

Мы рассматриваем распад $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ с учетом точной зависимости от массой электрона. Мюон дает уникальные данные о слабых взаимодействиях. Лагранжиан распада мюона для общих четырех - фермионных соединений с десятью комплексными параметрами выражается в виде:

$$L_{\mu \rightarrow e\nu\bar{\nu}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \left[g_{RR}^S(\bar{e}_R v_{eL})(\bar{v}_{\mu L} \mu_R) + g_{RL}^S(\bar{e}_R v_{eL})(\bar{v}_{\mu R} \mu_L) + g_{LR}^S(\bar{e}_L v_{eR})(\bar{v}_{\mu L} \mu_R) + g_{LL}^S(\bar{e}_L v_{eR})(\bar{v}_{\mu R} \mu_L) + g_{RR}^V(\bar{e}_R \gamma^\mu v_{eR})(\bar{v}_{\mu R} \gamma^\mu \mu_R) + g_{RL}^V(\bar{e}_R \gamma^\mu v_{eR})(\bar{v}_{\mu L} \gamma_\mu \mu_L) + g_{LR}^V(\bar{e}_L \gamma^\mu v_{eL})(\bar{v}_{\mu R} \gamma_\mu \mu_R) + g_{LL}^V(\bar{e}_L \gamma^\mu v_{eL})(\bar{v}_{\mu L} \gamma_\mu \mu_L) + \frac{g_{RL}^T}{2}(\bar{e}_R \sigma^{\mu\nu} v_{eL})(\bar{v}_{\mu R} \sigma_{\mu\nu} \mu_L) + \frac{g_{LR}^T}{2}(\bar{e}_L \sigma^{\mu\nu} v_{eR})(\bar{v}_{\mu L} \sigma_{\mu\nu} \mu_R) + H.c. \right], \quad (1.1)$$

В стандартной модели (СМ) распад мюона описывается $V-A$ взаимодействием. В расширениях стандартной модели, любые новые взаимодействия мюонов могут проявляться в таких наблюдаемых в распаде $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$, как энергетический спектр электрона, угловое распределение электрона, когда мюон поляризованный, и спиновая поляризация электрона. Дифференциальная ширина распада мюона определяется формулой [2]:

$$\frac{d^2\Gamma(\mu^\pm \rightarrow e^\pm \bar{\nu}_e \nu_\mu)}{dx d\cos\theta} = \frac{m_\mu}{4\pi^3} W_{e\mu} {}^4 G_F^2 \sqrt{x^2 - x_0^2} \times (F_{IS}(x) \pm P_\mu \cos\theta_e F_{AS}(x)) \times [1 + \vec{P}_e(x, \theta_e) \cdot \vec{\zeta}], \quad (1.2)$$

где $W_{e\mu} = (m_\mu^2 + m_e^2)/(2m_\mu)$, $x = E_e/W_{e\mu}$, и $x_0 = m_e/W_{e\mu} (9.7 \times 10^{-3}) \leq x \leq 1$. E_e энергия электрона, и m_e, m_μ соответственно массы электрона (позитрона) и мюона (антимюона). В формуле (1.2) знак плюс (минус) зависит от распада μ^\pm , и θ_e угла между поляризацией мюона P_μ и момента e^\pm , и ζ - измеренный направленный вектор поляризации спина e^\pm . Вдобавок, $\vec{P}_e(x, \theta_e)$ является вектором поляризации электрона (или позитрона). Функции $F_{IS}(x)$ и $F_{AS}(x)$, соответственно, изотропные и анизотропные составные части энергетического спектра e^\pm . Они имеют вид:

$$F_{AS}(x) = \frac{1}{3} \xi \sqrt{x^2 + x_0^2} (1 - x + \frac{2}{3} \delta [4x - 3 + (\sqrt{1 - x_0^2} - 1)]), \quad (1.3)$$

$$F_{IS}(x) = x(1 - x) + \frac{2}{9} \rho (4x^2 - 3x - x_0^2) + \eta x_0(1 - x). \quad (1.4)$$

Такие константы, как ξ, ρ, δ и η называются параметрами Мишеля. Мы рассматриваем распад $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ с учетом точной зависимости от массы электрона. Дифференциальное распределение по доле энергии электрона $x \equiv \frac{2E_e}{m_\mu}$, как мы видим, описывается четырьмя параметрами Мишеля: δ, ρ, ξ и η . Их значения в рамках стандартной модели $\rho = 3/4, \eta = 0, \delta = 3/4, \xi = 1$. Параметры Мишеля учитывают возможные вклады «новой физики», они будут определены ниже. При изучении распада мюона $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ на эксперименте TWIST (Ванкувер) получили параметры Мишеля с точностью до 10^{-4} . Они согласуются с предсказанием стандартной модели с учетом экспериментальных погрешностей. Поляризацию электрона в экспериментах измерить очень трудно, поэтому ниже ее не учитываем. Малая величина $x_0 = \frac{m_e}{W_{e\mu}} (9.7 \times 10^{-3}) \leq x \leq 1$ является нижней границей спектра энергии рождающегося электрона, обычно ей можно пренебречь. Тогда формула (1.2) приходит к более простому виду:

$$\frac{d^2\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu)}{dx d\cos\theta_e} = \frac{m_\mu^5 G_F^2}{192\pi^3} x^2 [(3 - 2x) \pm P_\mu \cos\theta_e (2x - 1)], \quad (1.5)$$

Для общего вида взаимодействий формула для времени жизни мюона приходит к виду:

$$\tau_\mu^{-1} = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} \left[F \left(\frac{m_e^2}{m_\mu^2} \right) + 4\eta \frac{m_e}{m_\mu} G \left(\frac{m_e^2}{m_\mu^2} \right) - \frac{32}{3} \left(\rho - \frac{3}{4} \right) \left(\frac{m_e^2}{m_\mu^2} \right) \left(1 - \frac{m_e^4}{m_\mu^4} \right) \right] \times \left(1 + \frac{3}{5} \frac{m_\mu^2}{m_W^2} \right) \left[1 + \frac{\alpha(m_\mu)}{2\pi} \left(\frac{25}{4} - \pi^2 \right) \right], \quad (1.6)$$

где $G(r) = 1 - 9r - 9r^2 - r^3 + 6r(1+r) \ln r$. Радиационные поправки, основанные на СМ в уравнении, используются в нормальном процессе распада мюона, так как преобладает вклад СМ.

Из уравнения (1.6), мы видим, что поправка от параметра η пропорциональна $O\left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)$, тогда как вклад, пропорциональный отклонению параметра ρ от своего значений в СМ очень маленький, т.к. подавлен фактором $(\frac{m_e^2}{m_\mu^2})$. Поскольку параметр η в настоящее время измеряется с точностью около 1%, погрешность от коррекции η вносит неопределенность порядка 10^{-4} , когда оцениваем времени жизни мюона не в рамках СМ.

В Стандартной модели распады мюонов описываются взаимодействием векторных токов, образованные левыми фермионами. В то же время, многие модели за пределами СМ предсказывают вклады других видов. Поскольку энергетический масштаб «новой физики» (скорее всего) выше, чем электрослабый масштаб, соответствующие вклады могут быть параметризованные четырех-фермионными взаимодействиями различных токов и константой связи. Матричный элемент распада мюона может быть представлен в общем виде:

$$M = \frac{4G_0}{\sqrt{2}} \sum_{\gamma=S,T,V} g_{ew}^\gamma \langle \bar{\ell}_e | \Gamma^\gamma | \nu_l \rangle \langle \bar{\nu}_\tau | \Gamma_\gamma | \tau_w \rangle, \quad (1.7)$$

В формуле 1.7, индекс γ обозначает тип взаимодействия: скалярное (S), векторное (V) или тензорное (T), где Γ^γ матрицы вида 4×4 и выражаются через матрицы Дирака:

$$\Gamma^S = 1, \Gamma^V = \gamma^\mu, \Gamma^T = \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2\sqrt{2}} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu), \quad (1.8)$$

Индексы ε и w обозначают киральность соответственно начальных и конечных заряженных лептонов. Для заданных (ε, w) киральность нейтрино однозначно определяется. Тензорные взаимодействия могут содействовать только для противоположных киральностей заряженных лептонов. Это приводит к существованию 10 комплексных констант связи, g_{ew}^γ . Стандартная модель предсказывает что $g_{LL}^V = 1$, а все остальные константы равны нулю. Удобно использовать следующие условие нормировки [3],[4]:

$$N \equiv \frac{1}{4} \left(|g_{LL}^S|^2 + |g_{LR}^S|^2 + |g_{RL}^S|^2 + |g_{RR}^S|^2 \right) + \left(|g_{LL}^V|^2 + |g_{LR}^V|^2 + |g_{RL}^V|^2 + |g_{RR}^V|^2 \right) + 3 \left(|g_{LR}^T|^2 + |g_{RL}^T|^2 \right) = 1. \quad (1.9)$$

Это условие соответствует использованию значения константы Ферми, извлеченное из времени жизни мюона. Эта нормировка ограничивает допустимые диапазоны констант связей до $|g^S| \leq 2$, $|g^V| \leq 1$, $|g^T| \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$. Мы должны отметить, что точность измерения времени жизни мюонов намного выше, чем время получено по определению с константой связи G_{Fermi} . Параметры Мишеля – билинейные комбинации констант связи g_{ew}^γ .

Радиационный распад мюона

С момента открытия мюона в 1936 году, экспериментальные и теоретические исследования его свойства стали важной частью физики элементарных частиц. В настоящее время, радиационный распад мюона [7] :

$$\mu^- (p_\mu) \rightarrow e^- (p_e) + \nu_\mu (k_1) + \bar{\nu}_e (k_2) + \gamma (p_\gamma), \quad (1.10)$$

исследуется во многих современных экспериментах. Точное его измерение может дать информацию о структуре электрослабых процессов. В модели Ферми 4-фермионного взаимодействия дифференциальная ширина радиационного распада мюона впервые была рассмотрена в конце пятидесятых годов. Проверить теоретические характеристики для радиационного распада $\mu \rightarrow e \bar{\nu}_\mu \gamma$, с появлением фотона, экспериментально было трудно, поскольку вероятность радиационного распада маленькая $\sim 10^{-4}$ по сравнению с распадом $\mu \rightarrow e \bar{\nu}_\mu$. Радиационный распад мюона интересен, потому что форма спектра содержит различные угловые корреляции, в частности, между направлением спина мюона и импульсом фотона. Это позволяет извлечь из эксперимента дополнительную информацию о слабых взаимодействиях. В борновском приближении дифференциальное распределение имеет вид:

$$\frac{dB(\mu^\pm \rightarrow e^\pm \bar{\nu} \nu \gamma)}{dxdy d\Omega_e d\Omega_\gamma} = \frac{\alpha KED}{64\pi^3} \frac{\beta_e}{y} [F(x, y, d) \mp \beta_e P_\mu \cos \theta_e G(x, y, d) \mp \beta_e P_\mu \cos \theta_\gamma H(x, y, d)],$$

$$d = 1 - \beta_e \cos \theta_{ey}, \quad \beta_e = \sqrt{1 - \frac{m_e^2}{E_e^2}}, \quad (1.12)$$

где Ω_{ye} представляют собой телесные углы наблюдаемых частиц конечного состояния; θ_e и θ_γ углы между спином мюона и импульсами электрона и фотона, соответственно; P_μ поляризация мюона; θ_{ey} угол между импульсами электрона и фотона; u и z доля энергии электрона и фотона, соответственно, $x \equiv 2E_e/m_\mu$ и $y \equiv 2E_\gamma/m_\mu$, β_e – релятивистская скорость электрона в системе покоя мюона.

Функции F, G и H являются полиномами отношения массы электрона к массе мюона [5],[6]:

$$F(x, y, d) = \sum_{k=1}^5 (m_e/m_\mu)^k F^{(k)}, \quad F \equiv F(x, y, d), G(x, y, d), H(x, y, d), \quad (1.13)$$

Эти функции зависят от обобщенных параметров Мишеля ρ , η , α , δ , k , $\bar{\eta}$, ξ и β , которые можно посмотреть в приложении В. Зависимость от k , $\bar{\eta}$, α и β предоставляют важную дополнительную информацию о структуре слабого взаимодействия по сравнению с исследованием не радиационного распада мюона и тау – лептона.

Заключение

Вклад соотношение массы электрона к массе мюона имеет важное значение для современных высокоточных экспериментов по мюонному и тау – лептонному распаду, особенно по радиационным распадам.

Распады мюона является одним из самых мощных инструментов, для изучения структуры слабого взаимодействия. Его теоретическая формулировка, параметры Мишеля были исследованы за пределами стандартной модели. Также радиационный распад мюона, в котором появляется наблюдаемый фотон, предсказывается с очень высокой точностью с использованием параметров Мишеля. Это дает возможность извлечь новые комбинации параметров лагранжиана слабых взаимодействий общего вида, например, обобщенный параметр Мишеля $\bar{\eta}$. В данной работе были изучены предсказания стандартной модели для дифференциальных распределений стандартного и радиационного распадов мюона по долям энергии и угловым переменным наблюдаемых конечных частиц. Результаты могут быть использованы при анализе высокоточных экспериментальных данных по радиационным распадам т-лептона и мюона с целью получения обобщенных параметров Мишеля.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Belle Collaboration, A. Abdesselam et al., "Study of Michel parameters in leptonic τ decays at Belle", [arXiv:1409.4969].
- [2] W. Fettscher, H. J. Gerber and K. F. Johnson, "Muon Decay: Complete Determination of the Interaction and Comparison with the Standard Model", Phys. Lett. B 173 (1986) 102.
- [3] Particle Data Group Collaboration, K. A. Olive et al., "Review of Particle Physics", Chin. Phys. C 38 (2014) 090001.
- [4] W. Fettscher, H.J. Gerber, "Muon decay parameters", in K.A. Olive et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C, Vol.38, 090001 (2014).
- [5] A.B. Arbuzov, E.S. Scherbakova, "One loop corrections to radiative muon decay," Phys. Lett. B, Vol.597, 285 (2004) [hep-ph/0404094].
- [6] A.B. Arbuzov, "First order radiative corrections to polarized muon decay spectrum," Phys. Lett. B, Vol.524, 99 (2002) [hep-ph/0110047].
- [7] M. Fael, L. Mercolli and M. Passera, "Radiative μ and τ leptonic decays at NLO, JHEP" 1507 (2015) 153 [arXiv:1506.03416].

Э.М. Ақжігітова¹, В.О. Құрманғалиева¹, А.Б. Арбузов²

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ Улттық Университеті, Алматы, Қазақстан; ²БЯЗИ, Дубна, Ресей

МЮОННЫҢ РАДИАЦИЯЛЫҚ ҮДҮРІАУЫН МОДЕЛЬДЕН ТӨҮЕЛСІЗ ТҮРДЕ СИПАТТАУ

Аннотация. Бұл жұмыстың негізгі мақсаты, радиациондық мюонның үдүріауын $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_\mu \gamma$ теоретикалық турде зерттеу. Бұл процесс көптеген заманауи эксперименттерде зерттелуде, себебі үдүріау есебінен фотонның шығуы әлсіз әсерлесу жайлы қосымша мәліметтер алуга және «жанға физиканың» көріністерін іздеуге көмектеседі.

Тірек сөздер: мюонның үдүріауы, әлсіз электрлік әсерлесу, стандарттық модель және т.б.