N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 2, Number 312 (2017), 99 – 103

UDC 629.195+531.1

M.D. Shinibaev[1], S.S. Dairbekov[2], S.A. Zholdasov[2], D.A. Aliaskarov[2], G.E. Myrzakasova[2], A.G. Sadybek[2]

[1] National Center of Space Researches and Technologies», Almaty, Kazakhstan;
[2] University of Syr-Daria, Zhetysai, Kazakhstan

PERTURBATIONS SATELLITES FROM THE LIGHT PRESSURE IN THE DELAUNAY ELEMENTS

Annotation. Canonical Delaunay osculating elements have been introduced to ensure that the right sides of the differential equations of perturbed motion, determine the osculating elements there was no terms proportional to the time [1, p. 693].

This article shows that this property is preserved in the case of non- gravitational perturbations of nature. In the [2, p. 63] it is noted that the first group of Delaunay elements is "slow" and the second – "fast". But this is true only for the gravitational perturbations. It will be shown that in the case of non-gravitational perturbations of all the elements expert Delaunay "ℓ" may be "slow". This is very important because the slow variables can be considered constant in the first approximation.

Following Delaunay take further:[1]

$$H = \alpha_2,\ G = \alpha_3,\ \ h = \beta_2,\ g = \beta_3,\ \cos i = \frac{\alpha_3}{\alpha_2}. \qquad (1)$$

In this article, the beginning of a new shadow less theory that allows preliminary assessment of the strength of the perturbation satellite pressure of light in osculating elements matter when eccentricity exceeds the limit of the Laplace for eccentricity

$$e > e_{ё} = 0{,}662743\ldots.$$

This is true to this day in space flight dynamics.

Key words: Earth satellite, Delaunay elements, the light pressure, Perturbations from the light pressure, distant satellites, orbital motion, shadow less theory

УДК 629.195+531.1

М.Д. Шинибаев[1], С.С. Даирбеков[2], С.А. Жолдасов[2], Д.А. Алиаскаров[2], Г.Е. Мырзакасова[2], А.Ж. Садыбек[2]

[1]Национальный центр космических исследований и технологий, г. Алматы, Казахстан;
[2]Университет Сыр-Дария, г. Джетысай, Казахстан;

ВОЗМУЩЕНИЯ СПУТНИКА ЗЕМЛИ ОТ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ В ЭЛЕМЕНТАХ ДЕЛОНЕ

Аннотация. Канонические оскулирующие элементы Делоне были введены для того, чтобы в правых частях дифференциальных уравнений возмущенного движения, определяющих оскулирующие элементы, не было членов, пропорциональных времени [1, с. 693].

В данной статье показано, что это свойство элементов сохраняется и в случае возмущений негравитационной природы. В [2, с. 63] отмечено, что первая группа элементов Делоне L, G, H относятся к разряду

«медленных», а вторая ℓ, g, h относятся к разряду «быстрых» переменных. Но это справедливо только для гравитационных возмущений. Ниже будет показано, что в случае негравитационных возмущений все элементы Делоне, кроме «ℓ», могут оказаться «медленными». Это очень важно, так как в первом приближении медленные переменные можно считать постоянными.

Следуя Делоне, имеем:*

$$H=\alpha_2,\ G=\alpha_3,\ \ h=\beta_2,\ g=\beta_3,\ \cos i=\frac{\alpha_3}{\alpha_2}. \tag{1}$$

В данной статье положено начало новой бестеневой теории, которая позволяет предварительно оценить возмущения спутника от сил светового давления в оскулирующих элементах Делоне в случае, когда эксцентриситет орбиты превышает предел Лапласа по эксцентриситету

$$e > e_{\ddot{e}} = 0{,}662743\ldots .$$

Это актуально по сей день в динамике космического полета.

Ключевые слова: спутник Земли, элементы Делоне, световое давление, возмущения от светового давления, далекий спутник, движение орбитальное, бестеневая теория.

1. Введение

Пусть ИСЗ, относящийся к разряду далеких ИСЗ, совершает возмущенное движение в поле тяготения Земли и сил светового давления Солнца. Тогда силовая функция для спутника любой формы в пределах бестеневой теории можно представить так:

$$U=\frac{\mu}{r}+\frac{1}{2}\nu r^2-\frac{3}{2}\nu z^2, \tag{2}$$

где r – модуль радиуса-вектора ИСЗ; z – аппликата ИСЗ; коэффициент ν подбирается так, чтобы движения узла и перицентра орбиты ИСЗ совпадали с наблюдениями (рис. 1).

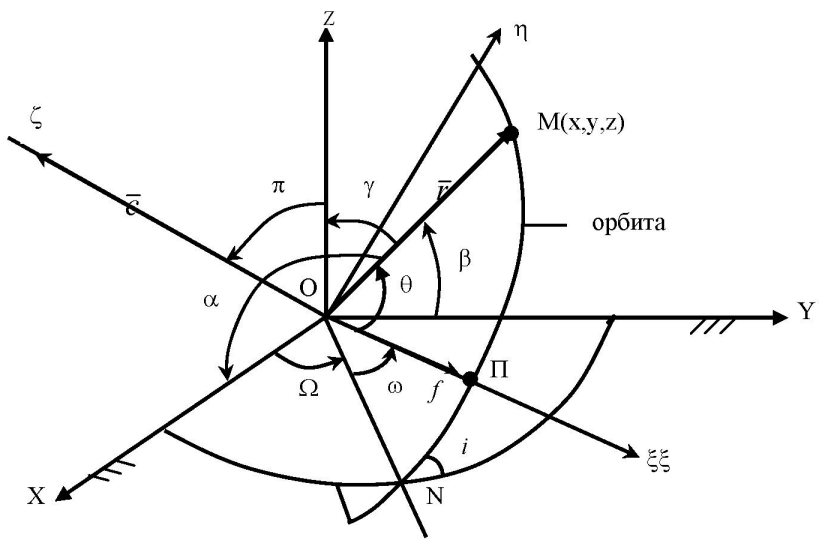

Рисунок 1 - К постановке задачи

На рис. 1 обозначено через M – ИСЗ, N – узел орбиты, П – перицентр, XYZ – геоцентрическая система координат, $O\xi\eta\zeta$ – орбитальная система координат, Ω – долгота восходящего узла, θ – истинная аномалия, $u=\omega+\theta$ – аргумент широты, ω – угловое расстояние перицентра от узла, i –

* Субботин М.Д. Введение в теоретическую астрономию.- М.: Наука, 1968.- 800 с. (см. с. 655).

наклон орбиты, $\bar{c}$ – постоянная интеграла площадей, $\bar{c} \perp O\xi\eta$, $O\xi$ – ось направления на перицентр, $\bar{r}$ составляет с координатами X, Y, Z соответственно, углы α_0, β_0, γ_0. Эти углы определяются по формулам:

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha_0 &= \cos u \cos\Omega - \sin u \sin\Omega \cos i, \\ \cos\beta_0 &= \cos u \sin\Omega + \sin u \cos\Omega \cos i, \\ \cos\gamma_0 &= \sin u \sin i. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

2. Переход к оскулирующим элементам Делоне

Делоне предложил элементы [1, с. 693]

$$\left.\begin{aligned} &L = \sqrt{\mu a}, \quad G = \sqrt{\mu a(1-e^2)}, \quad H = \sqrt{\mu a(1-e^2)}\cos i, \\ &\ell = n(t-\tau), \quad g = \pi - \Omega, \quad h = \Omega, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где τ – время прохождения через перицентр, μ – произведение постоянной тяготения на сумму масс центрального тела и ИСЗ, a – большая полуось эллиптической орбиты, n – среднее движение, π – долгота перицентра, L, G, H – медленные переменные, ℓ, g, h – быстрые переменные (предположительно).

Переменным Делоне соответствуют следующие канонические уравнения:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dL}{dt} = \frac{\partial R'}{\partial \ell}, \quad \frac{dG}{dt} = \frac{\partial R'}{\partial g}, \quad \frac{dH}{dt} = \frac{\partial R'}{\partial h}, \\ &\frac{d\ell}{dt} = -\frac{\partial R'}{\partial L}, \quad \frac{dg}{dt} = -\frac{\partial R'}{\partial G}, \quad \frac{dh}{dt} = -\frac{\partial R'}{\partial H}, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

где функция Гамильтона имеет вид

$$R' = \frac{\mu^2}{2L^2} + R, \tag{6}$$

здесь R – возмущающая функция.

Переменные Делоне связаны с кеплеровскими элементами следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} &a = \frac{L^2}{\mu}, \quad e = \frac{\sqrt{L^2 - G^2}}{L} = \sqrt{1 - \left(\frac{G}{L}\right)^2}, \quad \cos i = \frac{H}{G}, \quad \Omega = h, \quad \pi = g + h, \\ &\tau = t - \frac{\ell}{n}, \quad p = \frac{G^2}{\mu}, \quad \omega = g, \quad p = a(1-e^2). \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Возмущающая функция из (2)

$$R = \frac{1}{2} v r^2 - \frac{3}{2} v z^2. \tag{8}$$

Перейдем в (6) к переменным Делоне

$$R' = \frac{v}{2}\left[\frac{\dfrac{G^2}{\mu}}{1 + \sqrt{1 - \left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta}\right]^2 \cdot \left[1 - 3\sin^2(\theta + g)\left(1 - \frac{H^2}{G^2}\right)\right] + \frac{\mu^2}{2L^2}. \tag{9}$$

С учетом (9) перепишем (5)

$$\frac{dL}{dt}=0,\ \ L-\text{const}, \tag{10}$$

$$\frac{dG}{dt}=-\frac{3v}{2}\left[\frac{\dfrac{G^2}{\mu}}{1+\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta}\right]^2\cdot\left(1-\frac{H^2}{G^2}\right)\sin 2(\theta+g), \tag{11}$$

$$\frac{dH}{dt}=\frac{3v}{2}\left[\frac{\dfrac{G^2}{\mu}}{1+\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta}\right]^2\cdot\left(1-\frac{H^2}{G^2}\right)\sin 2(\theta+\pi-h), \tag{12}$$

$$\frac{d\ell}{dt}=\frac{\mu^2}{L^3}-v\left[1-3\sin^2(\theta+g)\cdot\left(1-\frac{H^2}{G^2}\right)\right]\cdot\frac{G^4}{\mu^2}\cdot\frac{\left(G^2/L^3\right)\cos\theta}{\left[1+\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta\right]^3\sqrt{1-\left(\dfrac{G^2}{L^2}\right)}\cos\theta}, \tag{13}$$

$$\frac{dg}{dt}=-\left\{\frac{\dfrac{G^3}{\mu^2}\cdot\left[2\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}+\left(2-\dfrac{G^2}{L^2}\right)\cos\theta\right]\cdot\left[1-3\sin^2(\theta+g)\cdot\left(1-\dfrac{H^2}{G^2}\right)\right]}{\left[1+\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta\right]^3\sqrt{1-\left(\dfrac{G^2}{L^2}\right)}\cos\theta}+\frac{dh}{dt}\right\}\cdot\frac{v}{2}, \tag{14}$$

$$\frac{dh}{dt}=-3v\left[\frac{\dfrac{G^2}{\mu}}{1+\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta}\right]^2\cdot\frac{H^2}{G^2}\sin^2(\theta+g). \tag{15}$$

В уравнениях (10)-(15) перейдем в левых частях от t к θ [3, с. 199], используя формулу

$$\frac{dA}{d\theta}=\frac{dA}{dt}\cdot\frac{1}{n}\left(\frac{r}{a}\right)^2\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}, \tag{16}$$

где A – любой элемент из L,G,H,ℓ,g,h.

В правых частях этих же уравнений перейдем к кеплеровским переменным, используя (7). Учитывая, что $v=O(10^{-8}-10^{-10})$, из (10)-(13) делаем заключение о том, что ℓ – быстрая переменная, а остальные L,G,H,g,h – медленные переменные.

Исходя из этого, следуя Делоне, примем:

$$\alpha_2=G,\ \ \alpha_3=H,\ \ \beta_2=g,\ \ \beta_3=h, \tag{17}$$

так как в первом приближении медленные переменные можно считать постоянными величинами. Поэтому интегрирование дифференциальных уравнений (11)-(15) от нуля до верхних переменных пределов дает следующие решения:

$$G=-\frac{3\nu}{2}G_0\{[G_{00}+eG_{01}+e^2G_{02}]+(e_2G_{12}]\theta+(G_{20}+e^2G_{22})\cos 2(\theta+\beta_2)+$$
$$+e^2G_{32}\cos(4\theta+2\beta_2)+(eG_{41}+e^2G_{42})\cos(\theta+2\beta_2)+eG_{51}\cos(3\theta+2\beta_2)\},\qquad(18)$$

где

$$G_{00}=\frac{1}{2}\cos 2\beta_2,\ G_{01}=-\frac{8}{3}\cos 2\beta_2,\ G_{02}=\frac{15}{3}\cos 2\beta_2,\ G_{12}=\frac{5}{2}\sin 2\beta_2,\ G_{20}=-\frac{1}{2},$$
$$G_{22}=-\frac{1}{4},\ G_{32}=-\frac{5}{8},\ G_{41}=2,\ G_{42}=-1,\ G_{51}=\frac{2}{3},\ H=\frac{\alpha_3}{\alpha_2}G;\qquad(19)$$

$$\ell=\{[m_{00}+em_{01}+e^2m_{02}]+(m_0\theta)+[m_{11}e\sin\theta+m_{12}e^2\sin 2\theta]\}-$$
$$-\frac{\nu}{e}\{(m_{20}+e^2m_{22})\theta+m_{30}\sin 2(\theta+\beta_2)+m_{41}e\sin\theta+m_{52}e^2\sin 2\theta+m_{61}e\sin(\theta+\beta_2)+$$
$$+m_{71}e\sin(3\theta+\beta_2)+m_{82}e^2\sin(4\theta+2\beta_2)+m_{91}e\sin(\theta+2\beta_2)+m_{101}e\sin(3\theta+2\beta_2)+$$
$$+m_{112}e^2\sin(2\theta+\beta_2)+m_{122}e^2\sin(4\theta+\beta_2)\},\qquad(20)$$

где

$$m_{00}=-\frac{3}{4}m_1\sin 2\beta_2,\ m_{01}=m_1(6\sin\beta_2+2\sin 2\beta_2),\ m_{02}=-\frac{45}{16}m_1\sin\beta_2,$$
$$m_{11}=-2m_0,\ m_{12}=\frac{3}{4}m_0,\ m_{20}=-\frac{1}{2}m_1,\ m_{22}=m_1\cdot\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}\cos 2\beta_2-1+\frac{3}{2}\cos\beta_2\right),$$
$$m_{30}=\frac{3}{4}m_1,\ m_{41}=\frac{5}{2}m_1,\ m_{52}=-\frac{3}{2}m_1,\ m_{61}=-\frac{9}{4}m_1,\ m_{71}=-\frac{3}{4}m_1,$$
$$m_{82}=\frac{9}{16}m_1,\ m_{91}=-\frac{3}{2}m_1,\ m_{101}=-\frac{1}{2}m_1,\ m_{112}=\frac{9}{4}m_1,\ m_{122}=\frac{9}{4}m_1.$$

$$h=-\nu h_0\{(h_{00}+h_{02}e^2)\theta+h_{11}e\sin\theta+h_{22}e^2\sin 2\theta+h_{32}e^2\sin 2(\theta+\beta_2)+h_{41}e\sin(\theta+\beta_2)+$$
$$+h_{51}e\sin(3\theta+\beta_2)+h_{62}e_2\sin(4\theta+\beta_2)-(H_{01}e+H_{02}e^2)\},\qquad(21)$$

где

$$h_{00}=1,\ h_{02}=\left(2+\frac{5}{2}\cos\beta_2\right),\ h_{11}=-4,\ h_{22}=\frac{5}{2},\ h_{32}=2,\ h_{41}=2,\ h_{51}=\frac{2}{3},$$
$$h_{62}=\frac{5}{8},\ H_{01}=(h_{41}+h_{51})\sin\beta_2,\ H_{02}=h_{32}\sin 2\beta_2+h_{62}\sin\beta_2.$$

$$\pi=-\frac{\nu}{e}\pi_0\{(\pi_{00}+e\pi_{01}+e^2\pi_{02})+(\pi_{10}+e^2\pi_{12})\sin\theta+(\pi_{21}e+\pi_{22}e^2)\sin 2\theta+$$
$$+\pi_{31}e\sin 2(\theta+\beta_2)+(e\pi_{41}+e^2\pi_{42})\sin(4\theta+2\beta_2)+(\pi_{50}+e^2\pi_{52})\sin(\theta+2\beta_2)\},\qquad(22)$$

где

$$\pi_0=\left(\frac{\alpha_2^2-\alpha_3^2}{2\alpha_2^2}\right)\cdot\frac{a\sqrt{\mu a}}{2n},\ \pi_{00}=\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\sin 2\beta,\ \pi_{01}=\frac{9}{16}\sin 2\beta_2,\ \pi_{02}=\frac{1}{3}-\frac{1}{12}\sin 2\beta_2,$$
$$\pi_{10}=\gamma,\ \pi_{12}=2\gamma,\ \pi_{21}=-\frac{5}{4}\gamma,\ \pi_{22}=-5\gamma,\ \pi_{31}=-\frac{1}{4},\ \pi_{41}=-\frac{5}{16},\ \pi_{42}=-\frac{5}{4},$$
$$\pi_{50}=-\frac{1}{2},\ \pi_{52}=-1,$$

далее можно воспользоваться равенством

$$g = \pi - h. \tag{23}$$

3. Выводы

3.1 Главная ценность результатов заключается в том, что они пригодны при любом эксцентриситете $e > e_{ё} = 0{,}662743\ldots$, где $e_{ё}$ – предел Лапласа по эксцентриситету.

3.2 Орбита ИСЗ медленно поворачивается вокруг оси Oz по закону (21), перицентр орбиты медленно поворачивается против хода стрелки часов вокруг оси Oζ по закону (23). Из (20) следует, что ИСЗ совершает быстрое движение по орбите, которая совершает медленные перемещения в пространстве $OXYZ$, причем большая полуось орбиты остается постоянной.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы.-М.: Наука, 1968.- 799 с.

[2] Дубошин Г.Н. Небесная механика. Методы теории движения искусственных небесных тел.- М.: Наука, 1983.- 351 с.

[3] Чеботарев Г.А. Аналитические и численные методы небесной механики.- М.-Л.: Наука, 1965.- 367 с.

REFERENCES

[1] Dubochin G.N. Nebesnaya mehanika. Osnovnye zadachi I metody.- M.: Nauka, 1968.- 799 s. (in Russ).

[2] Dubochin G.N. Nebesnaya mehanika. Metodi teorii dvigenia iskusstvennih nebesnih tel.- M.: Nauka, 1983.- 351 s. (in Russ).

[3] Chebotarev G.A. Analiticheskie i chislennie metodiy nebesnoy mehaniki.- M.-L.: Nauka, 1965.- 367 s. (in Russ).

ӘОЖ: 629.195+531.1

М.Д. Шыныбаев[1], С.С.Даирбеков[2], С.А.Жолдасов[2], Д.Р. Алиасқаров[2], Г.Е. Мырзақасова[2], А.Ж. Сәдібек[2]

[1]Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы, Алматы қ., Қазақстан;
[2]Сыр-Дария университеті, Жетысай қ., Қазақстан

ЖЕРДІҢ ЖАСАНДЫ СЕРІГІНІҢ СӘУЛЕ ҚЫСЫМЫНАН АЛҒАН ҰЙЫТҚУЫН ДЕЛОНЕ ЭЛЕМЕНТТЕРІНДЕ ЕСЕПКЕ АЛУ

Аннотация. Делоненің элементтерін енгізгенде оскуляциялық элементтердің дифференциалдық теңдеулерінің оң жағында уақытқа пропорционал мүшелер пайда болмайды [1, б. 693]. Бұл қасиет гравитациялық емес ұйытқуларда да сақталады. [2, б. 63] Делоненің бірінші топтағы элементтері L, G, H «баяу», ал екінші топтағылары ℓ, g, h – «жылдам» өзгереді делінген. Бірақ бұл тек гравитациялық жағдайда ғана орынды екен.

Мақалада бұл дәлелденді және ℓ-ден басқа элементтердің бәрі «баяу» болуы анықталады.

Бұл өте құнды қасиет, өйткені оларды алғашқы шешімде тұрақты деп есептеуге болады.

Делоне бойынша:[1]

$$H = \alpha_2,\ G = \alpha_3,\ \ h = \beta_2,\ g = \beta_3,\ \cos i = \frac{\alpha_3}{\alpha_2}. \tag{1}$$

Мақалада көлеңкесіз жаңа теорияға бастама жасалды. Ол жеңіл жолмен Жер серігінің сәуледен алған ұйытқуын Делоне элементтерінде есептелінді және шешімдер Лаплас шегіне тәуелсіз болды

$$e > e_{ё} = 0{,}662743\ldots.$$

Бұл жағдай осы күнде де ғарыштық ұшу динамикасында актуалды.

Тірек сөздер: Жер серігі, Делоне элементтері, сәуле қысымы, сәуле қысымынан алынған ұйытқу, алыс орналасқан Жер серігі, орбиталық қозғалыс, көлеңкесіз теория.