N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 5, Number 315 (2017), 163 – 171

Sh.R.Myrzakul, T.R.Myrzakul, F.B.Belisarova, Kh. Abdullayev, K.R. Myrzakulov

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, 050040, Kazakhstan
shynaray1981@gmail.com,tmyrzakul@gmail.com,farida.belisarova@kaznu.kz, hamid_darin@mail.ru

NOETHER SYMMETRY APPROACH IN f-ESSENCE COSMOLOGY WITH SCALAR-FERMION INTERACTION

Abstract. The paper is devoted to the investigation of the field of f-essence, which is weakly connected with the gravitational field. After constructing the cosmological model, the Noether symmetry approach was used, which makes it possible to simplify the system of differential equations that determine the dynamics of the considerate model and to determine the integrability of this physical system. The Noether symmetry approach also allows one to verify self-consistency of the our physical model.

Keywords: Noether symmetry, f-essence cosmology, dark energy, f-essence, fermionic field, scalar-fermion interactions

УДК 524.8

Ш.Р. Мырзақұл, Т.Р. Мырзақұл, Ф.Б. Белисарова, Х.Абдуллаев, К.Р. Мырзакулов

Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
г. Алматы, 050040, Казахстан

ПОДХОД НЕТЕР СИММЕТРИИ В КОСМОЛОГИИ F-ЭССЕНЦИЙ СО СКАЛЯРНО- ФЕРМИОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Аннотация. Работа посвящена исследованию поля f-эссенций, которое слабо связанно с гравитационным полем. После построения космологической модели, был применен метод Нетер симметрий, который позволяет упростить систему дифференциальных уравнений, определяющих динамику рассматриваемой модели, и определить интегрируемость этой самой физической системы. Метод Нетер симметрий также позволяет проверить само согласованность изучаемой физической модели.

Ключевые слова: Нетер симметрии, космология f-эссенций, темная энергия, фермионное поле, скалярно-фермионные взаимодействия.

Введение

В современной теоретической космологии нашел широкое применение так называемый подход Нетер симметрий. Знаменитая теорема немецкого математика Эммы Нетер, опубликованная в 1918 году [1], позволяет проводить анализ изучаемой физической системы на основе имеющихся данных о симметрии, которой эта система обладает. Теорема сопоставляетколичество непрерывных симметрии рассматриваемой системы, количеству законов сохранение, то есть количеству сохраняющихся величин, которых называют сохраняющимися или Нетер зарядами. Этими законами сохранения могут быть: закон сохранения энергии, закон сохранения импульса, закон сохранения момента импульса и др. Математическим преимуществом использования этого метода в физических проблемах, и в частности в теоретической космологии, состоит, в том, что этот метод позволяет упростить систему дифференциальных уравнений, определяющих динамику расматриваемой физической системы, а также определить интегрируемость этой самой физической системы.Метод Нетер симметрий также позволяет проверить само согласованность изучаемой физической модели.

-с.'

Как мы уже отмечали выше, метод Нетр симметрий широко применяется в современной космологий, с результатами самых последних из них, можно ознакомиться в работах [2-9]. В связи со спецификой изучаемой в данной работе, нас больше интересует применение метода Нетер симметрий именно в работах связанных с построением физических моделей, объясняющих природу так называемой темной энергий.

Многочисленные наблюдательные данные, проведенные за последние десятилетия такие как: суперновая типа Ia [10], анизотропия космического микроволнового фона[11], барионные акустические колебания[12], слабое линзирование[13] И крупномасштабная структура[14], подтверждают тот факт, что наша Вселенная находиться в стадии ускоренного расширения [15]. Объяснение природы этого ускоренного расширения, является одной из центральных проблем современной космологии, которой занимаются наиболее активная часть физического сообщества. За последние годы появились множество теории и моделей пытающиеся обяснить причину этого расширенния. Но все эти модифицированные гравитационные теории можно разделить на два класса: модифицированные теории гравитаций объясняющие ускоренное расширение за счет так называемой темной энергии и модифицированные теории гравитаций которые объясняют ускоренное расширение нашей Вселенной без темной энергии. Все модифицированные теории гравитаций, которые построенны вокруг тайнственной темной энергии, которая как считают является причиной расширенния нашей Вселенной (антигравитацией), с теоретической точки зрения можно разделить на разные подклассы в зависимости от значения космологической константы (согласно современным представлениям о темной энергии на параметр уравнения состояния наложенно ограничение, где-то в порядке значения $w=-1$космологической константы): фантомная материя - $w<-1$, космологическая константа - $w=-1$, квинтэссенция - $w\in(-1,-1/3)$, пыль- $w=\ 0$, излучение - $w=\ 1/3$, твердая Вселенная - $w\in(1/3,\ 1)$, жесткая материя - $w=\ 1$, экпиротическое вещество - $w>\ 1$и др.

В этой статье будем рассматривать, одну из этих модифицированных теорий, для однородного и изотропного пространства-времени Фридмана-Робертсона-Уоккера, космологическую модель f-эссенций, которая является частным случаем k-эссенций ифермионным аналогом g-эссенции. Рассматривая f-эссенцию, как гравитационный источник ускоренного расширения, покажем, что фермионное поле, изначально имеющее анизотропное пространство, становится изотропным, образуя сингулярности свободных космологических решений, хорошо описывающих ускоренное расширение Вселенной. Для этих целей, обобщим Лагранжиан, для случая с очень слабой связи f-эссенции с гравитационным полем. Используя этот Лагранжиан, получим систему уравнений поля, а также используем теорему Нетер, для определения явных форм функции связи и функции Лагранжиан f-эссенции.

Не минимально связанная с R гравитациеймодель f-эссенции

Запишем действие для поляf-эссенций, которое не минимально связанно с гравитацией в рамках R гравитации в виде

$$S=\int d^4xe\left[h(u)R+2K(Y,u)\right], \tag{1}$$

где R скаляр Риччи, $u=\bar{\psi}\psi$ обозначают поле f-эссенции ψ и его сопряжениеи $\bar{\psi}=\psi^{\dagger}\gamma^0$, крестик представляет комплексное сопряжение, $h(u)$обобщенная функция, представляющая не минимальную связь гравитации с полем f-эссенций, Kявляется плотностьюЛагранжиана поля f-эссенции, где канонический кинетический член имеет вид

$$Y=\frac{1}{2}i\left[\bar{\psi}\Gamma^{\mu}D_{\mu}\psi-\left(D_{\mu}\bar{\psi}\right)\Gamma^{\mu}\psi\right], \tag{2}$$

$\Gamma^{\mu}=e_a^{\mu}\gamma^a$ обобщенные матрицы Дирака-Паули, удовлетворяющие алгебре Клиффорда, где фигурные скобки обозначают анти-коммутационное соотношение, ковариантные e_a^{μ} имеют вид

$$D_{\mu}\psi = \partial_{\mu}\psi - \Omega_{\mu}\psi \quad (3)$$

и

$$D_{\mu}\bar{\psi} = \partial_{\mu}\bar{\psi} + \bar{\psi}\Omega_{\mu} \quad (4)$$

Выше, f- эссенция связи Ω_{μ} определяется

$$\Omega_{\mu} = -\frac{1}{4} g_{\rho\sigma}\left[\Gamma^{\rho}_{\mu\delta} - e^{\rho}_{b}\partial_{\mu}e^{b}_{\delta}\right]\Gamma^{\sigma}\Gamma^{\delta} \quad (5)$$

С $\Gamma^{\rho}_{\mu\delta}$ обозначается символы Кристоффеля.

Рассмотрим простейшую, однородную и изотропную космологическую модель, в которой плоская метрика ФРУ имеет вид

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left[dx^2 + dy^2 + dz^2\right], \quad (6)$$

где $a(t)$ является масштабным фактором Вселенной. Для этой метрики, выберем $\left(e^{\mu}_{a}\right) = diag(1, 1/a, 1/a, 1/a)$ и $\left(e^{\mu}_{a}\right) = diag(1, a, a, a)$.

Матрица Дирака в искривленном пространстве-времени Γ^{μ}

$$\Gamma^0 = \gamma^0,\ \Gamma^j = a^{-1}\gamma^j,\ \Gamma^5 = -i\sqrt{-g}\,\Gamma^0\Gamma^1\Gamma^2\Gamma^3 = \gamma^5, \Gamma_0 = \gamma^0, \Gamma_j = a\gamma^j\ (i = 1,2,3). \quad (7)$$

Отсюда получаем

$$\Omega_0 = 0, \Omega_j = \frac{1}{2}\dot{a}\gamma^j\gamma^0 \quad (8)$$

и

$$Y = \frac{1}{2}i\left(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi\right). \quad (9)$$

Отметим также, что гамма-матрицы, основаны на матрицах Дирака, имеют вид

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где $I = diag(1,1)$ и σ^k матрицы Паули, имеющие следующий вид

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Скаляр Риччи в метрике ФРУ

$$R = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) = 6\left(\dot{H} + 2H^2\right), \quad (12)$$

беря плоское пространство-время ФРУ и параметр Хаббла $H = \dot{a}/a$, перепишем вышеупомянутое действие

$$S = \int d^4x\left[-6\dot{h}\dot{a}a^2 - 6h\dot{a}^2a + 2a^3K\right], \quad (13)$$

После интегрирования по частям, точечный Лагранжиан принимает следующий вид:

$$L = 6\dot{h}\dot{a}a^2 + 6h\dot{a}^2 a + 2a^3 K, \tag{14}$$

Считаем, что поле зависит только от времени, так как метрика однородна и изотропна, т.е. $\psi = \psi(t)$.

Уравнения Эйлера-Лагранжа

$$\frac{\partial L}{\partial a} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{a}} = -12\ddot{a}ah - 6\dot{a}^2 h - 12\dot{a}a\dot{h} - 6a^2\ddot{h} + 6a^2 K = 0, \tag{15}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial L}{\partial \psi} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} = -6h_u\bar{\psi}\left(\ddot{a}a^2 + \dot{a}^2 a\right) + 2a^3 K_u\bar{\psi} - \\ -2ia^3 K_Y\dot{\bar{\psi}}\gamma^0 - 3ia^2\dot{a}K_Y\bar{\psi}\gamma^0 - ia^3\dot{K}_Y\bar{\psi}\gamma^0 = 0\end{gathered}, \tag{16}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial L}{\partial \bar{\psi}} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\bar{\psi}}} = -6h_u\psi\left(\ddot{a}a^2 + \dot{a}^2 a\right) + 2a^3 K_u\psi + \\ +2ia^3 K_Y\gamma^0\dot{\psi} + 3ia^2\dot{a}K_Y\gamma^0\psi + ia^3\dot{K}_Y\gamma^0\psi = 0\end{gathered}, \tag{17}$$

С энергетическим условием

$$E = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}}\dot{a} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}\dot{\psi} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\bar{\psi}}}\dot{\bar{\psi}} - L = 0, \tag{18}$$

или

$$-6\dot{a}^2 ah - 6\dot{a}a^2 h_u\dot{u} + 2a^3\left(YK_Y - K\right) = 0, \tag{19}$$

получаем уравнение Фридмана

$$3H^2 = \rho, \tag{20}$$

Тогда плотность энергии и давления поля f-эссенции принимают вид

$$\rho = \frac{YK_Y - K - 3H\dot{h}}{h} \tag{21}$$

$$p = \frac{-K + \ddot{h} + 2H\dot{h}}{h} \tag{22}$$

Из уравнений (16) и (17) следует, уравнения Дирака дляполя и его сопряжения

$$\dot{\psi} + \frac{3}{2}H\psi + \frac{1}{2}\frac{\dot{K}_Y}{K_Y}\psi - i\left[\frac{K_u}{K_Y} - 3\left(\dot{H} + 2H^2\right)\frac{h_u}{K_Y}\right]\gamma^0\psi = 0, \tag{23}$$

$$\dot{\bar{\psi}}+\frac{3}{2}H\bar{\psi}+\frac{1}{2}\frac{\dot{K}_Y}{K_Y}\bar{\psi}+i\left[\frac{K_u}{K_Y}-3\left(\dot{H}+2H^2\right)\frac{h_u}{K_Y}\right]\bar{\psi}\gamma^0=0. \quad (24)$$

Делая некоторые алгебраические операций, получим решения для уравнений (23) и (24)

$$u=u_0/(a^3K_Y), \quad (25)$$

где u_0 является постоянной.

Подход Нетер симметрии

Применим теперь подход Нетер симметрий для нашей модели. Математическим преимуществом использования этого метода в физических проблемах, и в частности в теоретической космологии, состоит, в том, что этот метод позволяет упростить систему дифференциальных уравнений, определяющих динамику расматриваемой физической системы, а также определить интегрируемость этой самой физической системы. Метод Нетер симметрий также позволяет проверить само согласованность изучаемой физической модели.

Подход Нетер симметрий говорит нам, что производная Лагранжиана относительно заданного векторного поля X равна нулю, т.е.

$$XL=0 \quad (26)$$

Лагранжиан с точки зрения компонентов поля $\psi=\left(\psi_0+\psi_1+\psi_2+\psi_3\right)^T$ и его комплексное сопряжения $\bar{\psi}=\left(\psi_0^\dagger,\psi_1^\dagger,-\psi_2^\dagger,-\psi_3^\dagger\right)$ будет как,

$$L=6h_u\dot{a}a^2\sum_{i=0}^{3}\left(\psi_i^\dagger\dot{\psi}_i+\dot{\psi}_i^\dagger\psi_i\right)+6h\dot{a}^2a+2a^3K, \quad (27)$$

где X, как было определено выше равен

$$X=\alpha\frac{\partial}{\partial a}+\dot{\alpha}\frac{\partial}{\dot{a}}+\sum_{k=0}^{3}\left(\eta_k\frac{\partial}{\partial\psi_k}+\dot{\eta}_k\frac{\partial}{\partial\dot{\psi}_k}+m_k\frac{\partial}{\partial\psi_k^\dagger}+\dot{m}_k\frac{\partial}{\partial\dot{\psi}_k^\dagger}\right), \quad (28)$$

где

$$\dot{\alpha}=\frac{\partial\alpha}{\partial a}\dot{a}+\sum_{k=0}^{3}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_k}\dot{\psi}_k+\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_k^\dagger}\dot{\psi}_k^\dagger\right), \quad (29)$$

$$\dot{\eta}_k=\frac{\partial\eta_k}{\partial a}\dot{a}+\sum_{j=0}^{3}\left(\frac{\partial\eta_k}{\partial\psi_j}\dot{\psi}_j+\frac{\partial\eta_k}{\partial\psi_j^\dagger}\dot{\psi}_j^\dagger\right), \quad (30)$$

$$\dot{m}_k=\frac{\partial m_k}{\partial a}\dot{a}+\sum_{j=0}^{3}\left(\frac{\partial m_k}{\partial\psi_j}\dot{\psi}_j+\frac{\partial m_k}{\partial\psi_j^\dagger}\dot{\psi}_j^\dagger\right), \quad (31)$$

здесь α, η_i и m_i неизвестные функции переменных a,ψ_i и $\psi_i^\dagger$.

Условие (26) при применении к Лагранжиану(27) приводит к уравнению, которое зависит явно от $\dot{a}^2,\dot{a}\psi_i^\dagger,\dot{a}\psi_i,\psi_i^\dagger\psi_i,\dot{a},\dot{\psi}_i^\dagger,\dot{\psi}_i$, и приравняв коэффициенты перед ними к нулю, получаем следующую систему связанных дифференциальных уравнений:

$$\dot{a}^2: \qquad h\left(\alpha+2a\frac{\partial\alpha}{\partial a}\right)ah_u\sum_{k=0}^{3}\delta_k\left(\psi_k m_k+\psi_k^{\dagger}\eta_k+a\psi_k\frac{\partial m_k}{\partial a}+a\psi_k^{\dagger}\frac{\partial\eta_k}{\partial a}\right)=0 \tag{32}$$

$$\dot{a}\dot{\psi}_k^{\dagger}: \qquad \begin{aligned} & h_u\delta_k\psi_k\left(2\alpha+a\frac{\partial\alpha}{\partial a}\right)+ah_{uu}\delta_k\psi_k\sum_{j=0}^{3}\delta_j\left(m_j\psi_j+\eta_j\psi_j^{\dagger}\right)+ \\ & ah_u\delta_k\eta_k++2h\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_k^{\dagger}}++ah_u\sum_{j=0}^{3}\delta_j\left(\frac{\partial m_j}{\partial\psi_k^{\dagger}}\psi_j+\frac{\partial\eta_j}{\partial\psi_k^{\dagger}}\psi_j^{\dagger}\right)=0 \end{aligned} \tag{33}$$

$$\dot{a}\dot{\psi}_k: \qquad \begin{aligned} & h_u\delta_k\psi_k^{\dagger}\left(2\alpha+a\frac{\partial\alpha}{\partial a}\right)+ah_{uu}\delta_k\psi_k^{\dagger}\sum_{j=0}^{3}\delta_j\left(m_j\psi_j+\eta_j\psi_j^{\dagger}\right)+ \\ & ah_u\delta_k m_k++2h\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_k}+ah_u\sum_{j=0}^{3}\delta_j\left(\frac{\partial m_j}{\partial\psi_k}\psi_j+\frac{\partial\eta_j}{\partial\psi_k}\psi_j^{\dagger}\right)=0 \end{aligned} \tag{34}$$

$$\dot{\psi}_i^{\dagger}\dot{\psi}_j^{\dagger}: \qquad h_u\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j^{\dagger}}\delta_i\psi_i+\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_i^{\dagger}}\delta_j\psi_j\right)=0 \tag{35}$$

$$\dot{\psi}_j\dot{\psi}_i: \qquad h_u\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j}\delta_i\psi_i+\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_i}\delta_j\psi_j\right)=0 \tag{36}$$

$$\dot{\psi}_j^{\dagger}\dot{\psi}_i: \qquad h_u\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j}\delta_i\psi_i+\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_i^{\dagger}}\delta_j\psi_j^{\dagger}\right)=0 \tag{37}$$

$$\dot{a}: \qquad \sum_{j=0}^{3}\left(\frac{\partial m_j}{\partial a}\psi_j-\frac{\partial\eta_j}{\partial a}\psi_j^{\dagger}\right)=0 \tag{38}$$

$$\dot{\psi}_k^{\dagger}: \qquad 3\alpha\psi_k+a\eta_k+a\sum_{j=0}^{3}\left(\frac{\partial m_j}{\partial\psi_k^{\dagger}}\psi_j-\frac{\partial\eta_j}{\partial\psi_k^{\dagger}}\psi_j^{\dagger}\right)=0 \tag{39}$$

$$\dot{\psi}_k: \qquad 3\alpha\psi_k^{\dagger}+am_k-a\sum_{j=0}^{3}\left(\frac{\partial m_j}{\partial\psi_k}\psi_j-\frac{\partial\eta_j}{\partial\psi_k}\psi_j^{\dagger}\right)=0 \tag{40}$$

равенство остальных, который используется для определения функции Лагранжа f-эссенций, имеет следующий вид

$$\frac{3\alpha}{aK_u}\left(K-YK_Y\right)=-\sum_{i=0}^{3}\left(\delta_i\eta_i\psi_i^{\dagger}+\delta_i m_i\psi_i\right). \tag{41}$$

Здесь введен символ, который равен

$$\delta_i=\begin{cases}+1 & \text{для} \quad i=1,2,\\ -1 & \text{для} \quad i=3,4.\end{cases}$$

Первый вывод из уравнений (35) - (37), это то что имеются два возможных варианта $h'=0$ или $h'\neq 0$. Рассмотрим отдельно два случая.

Из уравнения (41),запишем

$$\sum_{j=0}^{3}\delta_j\left(m_j\psi_j+\eta_j\psi_j^\dagger\right)=-3\frac{\alpha}{a}\frac{K-YK_Y}{K_u} \tag{43}$$

после дифференцирования которого по a, получим следующий вид

$$\sum_{j=0}^{3}\delta_j\left(\frac{\partial m_j}{\partial a}\psi_j+\frac{\partial\eta_j}{\partial a}\psi_j^\dagger\right)=3\left(\frac{\alpha}{a^2}-\frac{1}{a}\frac{\partial\alpha}{\partial a}\right)\frac{K-YK_Y}{K_u} \tag{44}$$

Вставим уравнения (43) и (44) в (32), и принимая во внимание то, что h и K только функции от u , получим

$$\frac{a}{\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial a}=\frac{K_u h}{3\left(K-YK_Y\right)h_u-2K_u h}=q \tag{45}$$

где K постоянная.

Для $h'\neq 0$,из уравнений (35) - (37) следует также, что $\alpha=\alpha\left(a\right)$, следовательно можно определить α из уравнения (45), что дает нам

$$\alpha=\alpha_1 a^q \tag{46}$$

здесь α_1 постоянная.

Из равенства (41) следует также, что функция Лагранжа f-эссенции связаннас h как

$$\frac{K_u}{K-YK_Y}=\frac{3q}{1+2q}\frac{h_u}{h} \tag{47}$$

Кроме того, из уравнений (39), (40) и (41), находим решения для генераторов η_j и m_j как

$$\eta_j=-\left(\frac{3}{2}\alpha_1 a^{q-1}+\sigma\eta_0\right)\psi_j \tag{48}$$

$$m_j=-\left(\frac{3}{2}\alpha_1 a^{q-1}-\sigma\delta\eta_0\right)\psi_j^\dagger \tag{49}$$

Подставляя эти значения в уравнение (41) и используя значения альфа (46), получим следующее уравнение

$$K=YK_Y+uK_u \tag{50}$$

Решая это уравнения, получим

$$K=K_1\left(Y+u\right) \tag{49}$$

где K_1 является интегрируемой константой. Тогда из уравнений (47), находим связь h с u

$$h=h_1 u^{\frac{1+2q}{3q}} \tag{50}$$

Космологические решения

На основе полученных в предыдущем разделе решений, появилась возможность проанализировать динамику Вселенной. Для этого, нужно определенныев предыдущем разделе решения (51) и (52), поместить в уравнения поля (23), (24). Получим тогда,

$$\dot{u}+3\frac{\dot{a}}{a}u=0 \tag{53}$$

$$\dot{H}+2H^2=\frac{1}{3}\left(1-\frac{Y}{u}\right)\frac{K_1}{h_1}u^{\frac{3q}{1+2q}}=l \tag{54}$$

так что

$$u=\frac{u_0}{a^3} \tag{55}$$

$$a(t)=\sqrt{\frac{1}{m}\left(C_1e^{-mt}-C_2e^{mt}\right)},\ l=\frac{m^2}{2} \tag{56}$$

$$H=-\frac{C_1me^{-mt}+C_2me^{mt}}{2\left(C_1e^{-mt}-C_2e^{mt}\right)} \tag{57}$$

где u_0, C_1 и C_2 постоянные интегрирования.

Плотности энергий и давления для нашей модели

$$\rho=\frac{3}{4}\frac{C_1me^{-mt}+C_2me^{mt}}{\left(C_1e^{-mt}-C_2e^{mt}\right)^2}, \tag{58}$$

$$p=-\frac{2n+1}{(1-n)^2(t-C_2)^2}. \tag{59}$$

Определим параметр уравнения состояния нашей модели как

$$\omega=\frac{p}{\rho}=-\frac{1}{3}(1+2n). \tag{60}$$

Как было показано ранее, для нашей модели,постоянная n не может принимать значение 1. В нашей модели,рассматривая значение $n>1$, имеем $\omega=<-1$, эта фаза будет фантомной фазой, и если $n=0$, то $\omega=-\frac{1}{3}$ будет фазой квинтэссенций.

Параметр замедления для фермионного поля определяется как

$$q=-\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2}=-n \tag{61}$$

Из этого примера, можно увидеть, что при $n>0$, Вселенной будет ускорятся и при $n<0$ замедлятся.

При $n=-\frac{1}{2}$, видим что

$$\rho_{tot}=\frac{4}{3(t-C_2)^2},\ p=0. \tag{62}$$

Это стандартная материя поля без давления.Можно прийти к выводу, чтофермионное поле ведет себя и как фантомная и как квинтэссенционная фазы ускоренно расширяющейся Вселенной.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Noether E. (1918) Invariant Variations problem, Gott.Nachr. 235-257 (in German) and Transp. Theory Statist. Phys. 1:186-207. (in English) DOI: 10.1080/00411457108231446

[2] Capozziello S., De Laurentis M., Odintsov SD. (2014) Noether Symmetry Approach in Gauss-Bonnet Cosmology. Modern Physics Letters A, Vol. 29-30. DOI: 10.1142/S0217732314501648.

[3] Jahangeer A., Shamir MF, Naz T., Iftikhar N. (2015) The Scale of Cosmic the Classification Factor is Via Noether Gauge Symmetries. International, the Journal of Theoretical the Physics, V.54-7: 2343-2353. DOI: 10.1007/s10773-014-2456-3

[4] Roshan M. (2015) Exact cosmological solutions for MOG, The European Physical Journal C, 75:405. DOI: 10.1140/epjc/s10052-015-3637-9.

[5] Jun L., Kun M., Liu Zh. (2015) Near horizon symmetry and entropy of black holes in f(R) gravity and conformal gravity, General Relativity and Gravitation 47(10):116. DOI: 10.1007/s10714-015-1957-6.

[6] Guendelman E, Nissimov E, Pacheva S. (2016) Metric-Independent spacetime Volume-Forms and Dark Energy/Dark Matter Unification. Springer Proceedings in Mathematics and Statistics, vol.191, ed. V. Dobrev, Springer. arXiv:1512.01395v1.

[7] 7 Wei H,Li H-Y, Zou X.-B. (2016) Exact Cosmological Solutions of f(R) Theories via Hojman Symmetry.Nucl. Phys. B903:132-149. DOI: 10.1016/j.nuclphysb. 2015.12.006.

[8] Belinchón JA, Harko T, Mak MK(2016). Exact Scalar-Tensor Cosmological Solutions via Noether Symmetry,Astrophys. Space Sci., 361:52. DOI: 10.1007/s10509-015-2642-7.

[9] Dutta S, Chakraborty S. (2016)A study of phantom scalar field cosmology using Lie and Noether symmetries. Int. J. Mod. Phys. D. DOI:10.1142/S0218271816500516.

[10] Perlmutter S, et al. (1996) Measurements of the Cosmological Parameters Omega and Lambda from the First 7 Supernovae at z >= 0.35, Astrophys.J.483-565. DOI: 10.1086/304265.

[11] Eisentein DJ, et al. (2005). Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies, Astrophys. J. 633560: 574. DOI: 10.1086/466512.

[12] Jain B, Taylor A. (2003), Cross-Correlation Tomography: Measuring Dark Energy Evolution with Weak Lensing, Phys. Rev. Lett, 91: 141302. DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.141302.

[13] Tegmark M, et al. (2004) Cosmological parameters from SDSS and WMAP,Phys. Rev. D, 69-103501. DOI: 10.1103/PhysRevD.69.103501.

[14] Bennett CL, et al. (2003) First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Preliminary Maps and Basic Results, Astrophys. J. Suppl. 148-1. DOI: 10.1086/377226.14.

[15] Smolin L. (2006) The Trouble With Physics, Houghton Mifflin Harcourt, USA. ISBN: 978-0-618-55105-7.

Ш.Р. Мырзақұл, Т.Р. Мырзақұл, Ф.Б. Белисарова, Х. Абдуллаев, К.Р. Мырзакулов

Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті, Алматы, 050040, Қазақстан

СКАЛЯРЛЫ-ФЕРМИОНДЫ ӘСЕРЛЕСУЛЕРІ БАР F-ЭССЕНЦИЯ КОСМОЛОГИЯСЫНДА НЕТЕР СИММЕТРИЯ ӘДІСІН ПАЙДАЛАНУ

Аннотация. Бұл жұмыс, гравитациялық өріспен әлсіз байланысқан f-эссенцияның өрісін зерттеуге арналған. Бұл жұмыста космологиялық модель құрылғаннан кейін, моделдің динамикасын анықтайтын дифференциалдық теңдеулер жүйесін жеңілдету үшін және осы қарастырылып жатқан физикалық жүйенің интеграланданубын тексеру үшін Нетер симметрия әдісі қолданылды. Нетер симметрия әдісі, сонымен қатар, физикалық моделдің өзіне сәйкестігін тексеруге мүмкіндік береді.

Тірек сөздер: Нетер симметриясы, f-эссенция космологиясы, күңгірт энергия, фермиондық өріс, скалярлы-фермионды әсерлесу