BULLETIN OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
ISSN 1991-3494
Volume 1, Number 365 (2017), 249 – 254

N. M. Makhmetova, V. G. Solonenko, S. T. Bekzhanova

Kazakh Academy of Transport and Communications named by M. Tynyshpaev, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: makhmetova_n1958@.mail.ru

THE CALCULATION OF FREE OSCILLATIONS OF AN ANISOTROPIC THREE-DIMENSIONAL ARRAY OF UNDERGROUND STRUCTURES

Abstract. The work is a theoretical study aimed at studying the amplitude-frequency characteristics of the system, the ground lining. it was found that fluctuations in the deformation occurs, not only the soil mass, but it is in an underground structure In the course of a numerical experiment to study the free oscillations of an anisotropic three-dimensional array with the station tunnel.

We investigate on the basis of the variational formulation of the finite element method of amplitude-frequency characteristics of the system "lining-soil". A generalized problem of eigenvalues is solved iteratively in the subspace based on the scheme of the Jacobi algorithm.

Keywords: free oscillation, stress-strain state, lining, stress, displacement, algorithm.

УДК 625.855.3

Н. М. Махметова, В. Г. Солоненко, С. Е. Бекжанова

Казахская академия транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева, Алматы, Казахстан

РАСЧЕТ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ АНИЗОТРОПНОГО МАССИВА С ТРЕХМЕРНЫМ ПОДЗЕМНЫМ СООРУЖЕНИЕМ

Аннотация. Работа представляет собой теоретическое исследование, направленное на изучение амплитудно-частотных характеристик системы «обделка-грунт». В ходе проведения численного эксперимента по изучению свободных колебаний анизотропного массива с трехмерным станционным тоннелем было установлено, что в процессе колебания происходит деформирование не только грунтового массива, но и находящегося в нем подземного сооружения.

Исследуется на основе вариационной формулировки метода конечных элементов амплитудно-частотные характеристики системы «обделка- грунт». Обобщенная проблема о собственных значениях решается итерационным методом в подпространстве, основанным на схеме алгоритма Якоби.

Ключевые слова: свободное колебание, напряженно-деформированное состояние, обделка, напряжение, перемещение, алгоритм.

Создание надежных методов расчета устойчивости транспортных подземных сооружений конечных размеров в сложных грунтовых условиях под действием статических и динамических нагрузок является весьма сложной задачей. В условиях Казахстана с развитой горнодобывающей промышленностью, с увеличением глубины горных работ и ухудшением условий разработки месторождений полезных ископаемых, требования к обеспечению устойчивости выработок резко повышаются. Кроме того, со строительством Алматинского метрополитена в зоне возможных 9-10-балльных землетрясений нужны надежные рекомендации для обеспечения сейсмостойкости.

Все это вызывает необходимость проведения фундаментальных исследований с привлечением современного аппарата математики и механики деформируемого твердого тела, разработки нетрадиционных аналитических и численных методов решения поставленных задач и создания на их основе программных средств для анализа динамической устойчивости различных проектируемых и строящихся транспортных подземных сооружений различных назначений [1, 2].

Изучения свободных колебаний транспортных сооружений важны для выяснения влияния физико-механических свойств и геометрических параметров конструктивных элементов и окружающего массива сложного строения на резонансные их амплитудно-частотные характеристики. С другой стороны, при изучении динамической реакции пространственной системы «подземное сооружение-массив горных пород» низшие частоты необходимы для формирования и решения основных разрешающих матричных уравнений движения [3-5].

В работе исследуются свободные колебания грунтового массива с трехмерным транспортным подземным сооружением на основе численного метода – метода конечных элементов (МКЭ) - в сочетании с итерационным методом в подпространстве.

Объект исследование – нижнее полупространство с подземным сооружением неглубокого заложения. Породный массив состоит из неоднородных слоев с различными физико-механическими свойствами. Упругое состояние каждого слоя описывается уравнениями обобщенного закона Гука:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \tag{1}$$

где $\{\sigma\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \ldots\ldots, \tau_{xz}\}^T, \{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \ldots\ldots \lambda_{xz}\}^T$, $[D] = [d_{ij}], (i, j = 1,2,\ldots,6)$ - матрица упругости массива; модули упругости d_{ij} представляются через упругие постоянные транстропного массива $E_k, \nu_k, G_2, \quad (k = 1,2)$, углов наклона плоскости изотропии φ и наклона продольной оси горизонтального трехмерного транспортного сооружения от линии простирания плоскости изотропии ψ [6, 7].

Граничные условия: боковые грани и основание расчетной области с сооружением недеформируются – u=v=w=0; внутрений породный контур и обделка свободны от внешних нагрузок - $X_n=Y_n=Z_n=0$. Пространственная расчетная область разбита на 1606 призматические элементы с 2875 узлами.

Система дифференциальных уравнений колебаний для массива с транспортным подземным сооружением можно представить в виде:

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [C]\{\dot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{R(t)\}, \tag{2}$$

где $\{R(t)\}$ - вектор внешних узловых сил, $\{\ddot{U}(t)\}, \{\dot{U}(t)\}, \{U(t)\}$ - векторы узловых ускорений, скоростей и перемещений, $[M],[C],[K]$ - соответственно, матрицы масс, затухания и жесткости системы.

Матричное уравнение свободных колебаний системы «обделка-грунт» получается из (2), когда эффект демпфирования и воздействие внешних сил отсутствуют т.е. [C]=0, {R}=0

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = 0\,. \tag{3}$$

Матрица жесткости элемента вычисляется с помощью интеграла [8-9]:

$$[k] = \int_V [B]^T [D][B] dV = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} [B]^T [D][B] \det[J] d\xi\, d\eta\, d\zeta\,. \tag{4}$$

Выражение интеграла (4) после применения квадратур Гаусса-Лежандра приводится к виду

$$[k] = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{p} H_i H_j H_k [B]_{ijk}^T [D] [B]_{ijk} \det[J]. \tag{5}$$

Матрица жесткости системы [K] образуется путем суммирования матриц жесткости всех элементов

$$[K] = \sum_{i=1}^{K} [k_i]\,. \tag{6}$$

Матрица масс системы $[M]$ формируется из матриц масс элементов аналогично матрице жесткости системы. Матрица масс призматического элемента имеет вид [8, 9]:

$$[m]=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}H_i\,H_j\,H_k\,\rho\left[P_{ijk}\right]^T\left[P_{ijk}\right]\det[J], \tag{7}$$

где $\left[P_{ijk}\right]$ - матрица, интерполирующая перемещения. Матрица масс системы получается путем суммирования матриц масс всех элементов

$$[M]=\sum_{i=1}^{K}[m_i]. \tag{8}$$

Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка (3) можно записать в виде:

$$\{U\}=\{\varphi\}\sin(\omega\,(t-\alpha_0)). \tag{9}$$

Подставляя (9) в (3), получим общую проблему собственных значений

$$[K]\,\{\varphi\}=\omega^2[M]\,\{\varphi\}. \tag{10}$$

Введем обозначение $\lambda=\omega^2$, тогда (10) примет вид:

$$[K]\{\varphi\}=\lambda[M]\{\varphi\}. \tag{11}$$

Для решения обобщенной проблемы собственных значений использован итеративный метод в подпространстве, основанный на алгоритме метода Якоби и свойствах последовательности Штурма [10].

При итерационных методах необходимо на каждом шаге анализировать сходимость полученных приближений. Пусть на (k-1) и (k)- шаге итерации вычислены приближенные собственные значения $\lambda_i^{(k)}$ и $\lambda_i^{(k+1)}$, тогда сходимость достигается при

$$\frac{\lambda_i^{(k+1)}-\lambda_i^{(k)}}{\lambda_i^{(k+1)}}\le\varepsilon,\quad (i=1,2,....,n). \tag{12}$$

Эффективность выбранного метода объясняется, во-первых, возможностью выбора начального подпространства, достаточно близкого к искомым наименьшим собственным значениям; во-вторых, удобства алгоритма перехода от данного подпространства к другому, обеспечивающему «наилучшего» приближения собственных значений векторов. Кроме того, использование сдвигов и других ускоряющих процедур также способствует увеличению эффективности метода [10].

При исследовании напряженно-деформированного состояния системы «обделка-грунт» на сейсмическое воздействие первым и необходимым этапом расчёта является определение частот и форм собственных колебаний системы. Расчёт амплитудно-частотных характеристик системы «обделка-грунт» выполнен итерационным методом в подпространстве, приведенным выше.

Получено 100 первых частот и форм собственных колебаний в частотном диапазоне до 22,2 Гц. В таблице приведены значения низших частот свободных колебаний системы «обделка-грунт». Как видно, спектр собственных частот системы «обделка-грунт» является достаточно плотным.

Значения частот свободных колебаний системы «обделка-грунт»

Номера частот	1	2	3	4	5	6	7	8
ω_i (Гц)	1,78	3,09	3,61	3,84	4,31	4,65	5,87	6,13

На рисунках 1-3 показаны пространственные формы(моды) собственных колебаний системы «обделка-грунт».

Моды 1 и 2 представляют собой горизонтальные колебания слоя грунта, причем первая мода является кососимметричной, а вторая мода – симметричной. В модах 3-5 более выраженными являются вертикальные колебания. Третья мода является кососимметричной, а 4-5 моды – симметричными. Более высокие формы, показанные на рисунках 1-8, представляют собой достаточно сложные колебательные движения грунта и, по-видимому, не вносят существенного вклада при определении сейсмических перемещений, но могут оказывать заметное влияние при нахождении ускорений системы и сейсмических напряжений в конструкции обделки тоннелей.

Выводы. Проведенные многовариантные численные эксперименты по изучению свободных колебаний системы «обделка-грунт» позволили установить, что наблюдается сложная картина деформирования анизотропного массива и находящегося в нем трехмерного подземного сооружения в процессе колебаний, содержащая в себя элементы растяжения, сжатия, изгиба и кручения (см. рисунки 1-3).

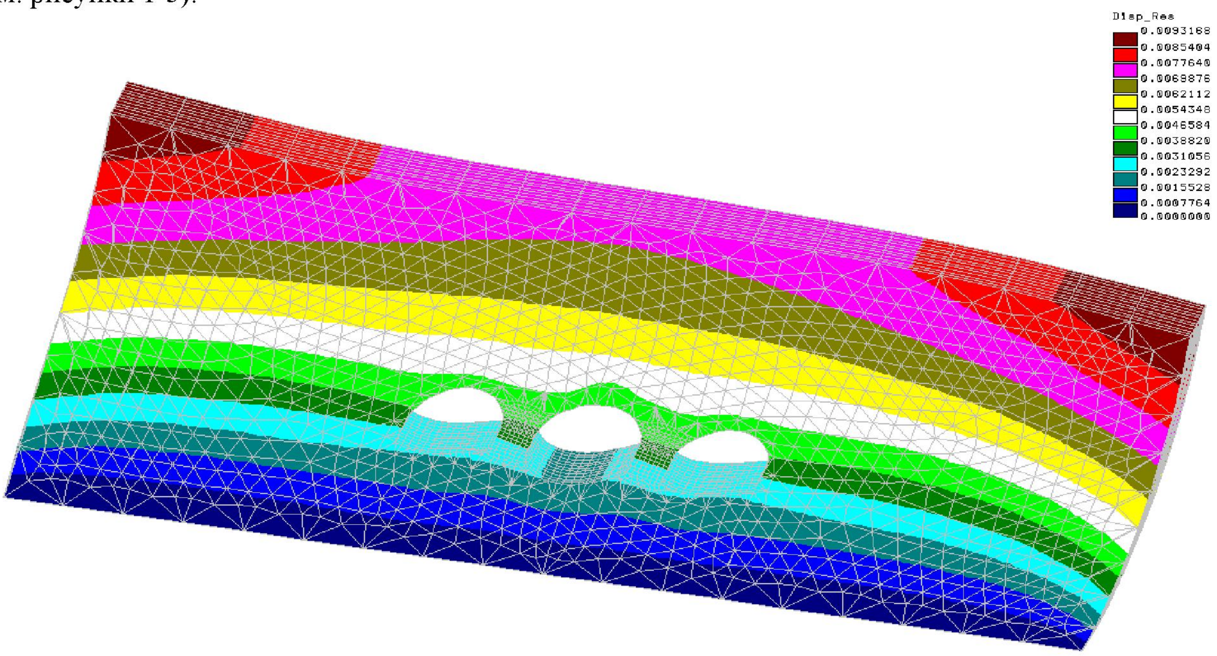

Рисунок 1 – Первая форма собственных колебаний системы «обделка-грунт»

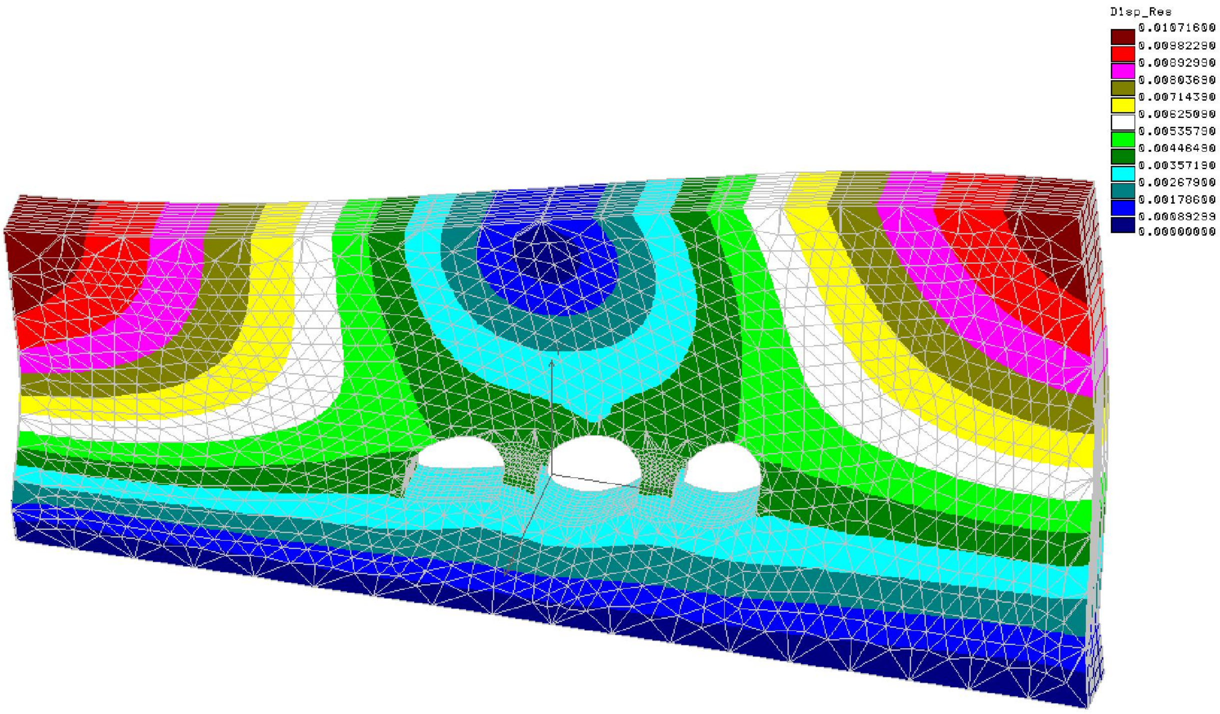

Рисунок 2 – Третья форма собственных колебаний системы «обделка-грунт»

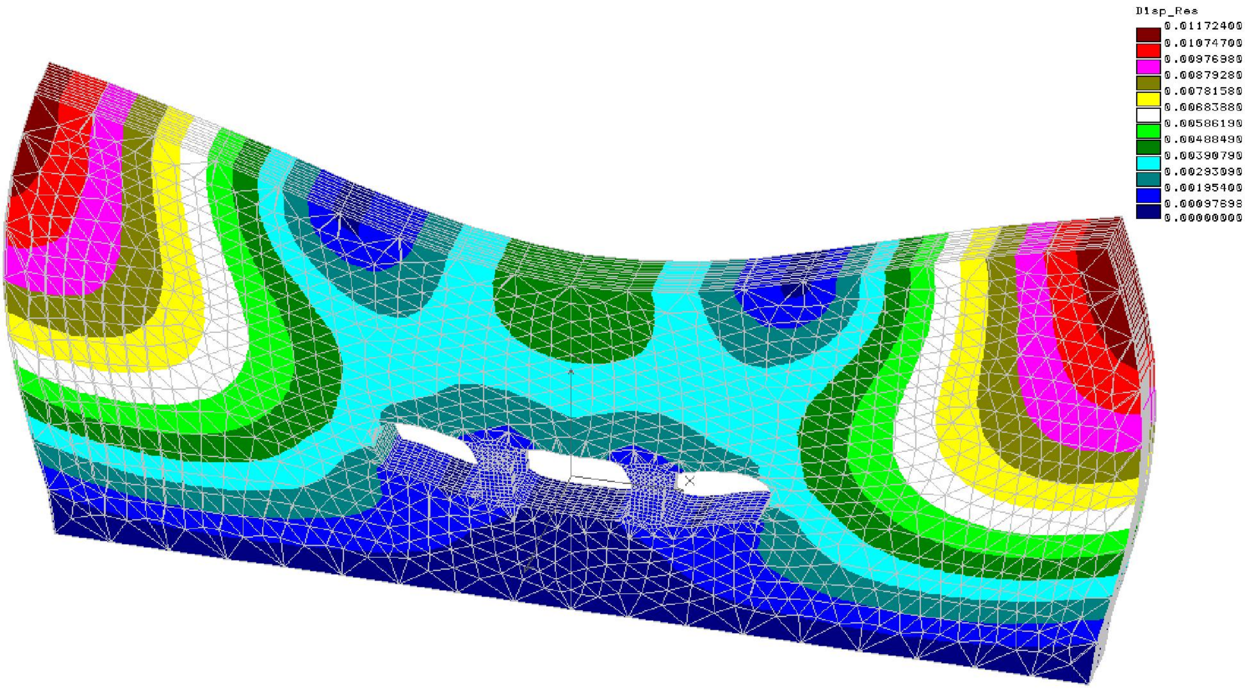

Рисунок 3 – Пятая форма собственных колебаний системы «обделка-грунт»

Анализ полученных результатов расчета показывает, что на значения собственных частот и формы колебания влияют многие факторы, в том числе строение грунтового массива, распределение плотностей в разнородных грунтах, способы строительства подземного сооружения, геометрические его параметры.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Саламахин П.М. Инженерные сооружения в транспортном строительстве. – М.: Академия, 2007. – 264 с.

[2] Гибшман М.Е., Попов В.И. Проектирование транспортных сооружений. – М.: Транспорт, 1988. – 198 с.

[3] Маковский Л.В., Поляков Д.В. Моделирование статической работы круговых тоннельных обделок с податливыми стыками во взаимодействии с грунтовым массивом // Транспортное строительство. – 2015. – № 11. – С. 25-27.

[4] Журавлев Г.М., Наумов И.А. Влияние деформационной повреждаемости на формирование механических свойств материалов строительных конструкций // Транспортное строительство. – 2015. – № 2. – С. 23-25.

[5] Исаев О.Н., Шарафутдинов Р.Ф. Экспериментальные исследования перебора грунта при микротоннелировании // Транспортное строительство. – 2015. – № 7. – С. 7-10.

[6] Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Масанов Ж.К. Устойчивость горизонтальных выработок в наклонно-слоистом массиве. – Алма-Ата: Наука, 1971. – 160 с.

[7] Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Масанов Ж.К. Сейсмонапряженное состояние подземных сооружений в анизотропном слоистом массиве. – Алма-Ата: Наука, 1980. – 212 с.

[8] Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.

[9] Сегерленд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.

[10] Бате К., Вильсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Мир, 1982. – 442 с.

REFERENCES

[1] Salamahin P.M. Inzhenernye sooruzhenija v transportnom stroitelstve. M.: Akademija, 2007. 264 p.

[2] Gibshman M.E., Popov V.I. Proektirovanie transportnyh sooruzheniy. M.: Transport, 1988. 198 p.

[3] Makovckiy L.V., Poljakov D.V. Modelirovanie staticheskoi raboty krugovyh tonnelnyh obdelok s podatlivymi stykami vo vzaimodeistvii s gruntovym massivom // Transportnoe stroitelstvo. 2015. N 11. P. 25-27.

[4] Zhuravlev G.M., Naumov I.A. Vlijanie deformacionnoi povrezhdaemosti na formirovanie mehanicheckih svoistv materialov stroitelnyh konstrukciy // Transportnoe stroitelstvo. 2015. N 2. P. 23-25.

[5] Isaev O.N., Sharafutdinov R.F. Jksperimentalnye issledovaniya perebora grunta pri mikrotonnelirovanii // Transportnoe stroitelstvo. 2015. N 7. P. 7-10.

[6] Erzhanov Zh.S., Ajtaliev Sh.M., Masanov Zh.K. Ustojchivost' gorizontal'nyh vyrabotok v naklonno-sloistom massive. Alma-Ata: Nauka, 1971. 160 p.

[7] Erzhanov Zh.S., Ajtaliev Sh.M., Masanov Zh.K. Sejsmonaprjazhennoe sostojanie podzemnyh sooruzhenij v anizotropnom sloistom massive. Alma-Ata: Nauka, 1980. 212 p.

[8] Zenkevich O. Metod konechnyh jelementov v tehnike. M.: Mir, 1975. 541 p.
[9] Segerlend L. Primenenie metoda konechnyh jelementov. M.: Mir, 1979. 392 p.
[10] Bate K., Vil'son E. Chislennye metody analiza i metod konechnyh jelementov. M.: Mir, 1982. 442 p.

Н. М. Махметова, В. Г. Солоненко, С. Е. Бекжанова

М. Тынышбаев атындағы Қазақ көлік және коммуникациялар академиясы, Алматы қаласы

СТАНЦИЯНЫҢ ТИПТІК БӨЛІГІНДЕГІ ҚАТПАРЛАМАСЫНЫҢ КЕРНЕУЛІ-ДЕФОРМАЦИЯЛЫҚ КҮЙІНІҢ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬДЫ ЕСЕПТЕУІ

Аннотация. Жұмыс «бекітпе-топырақ» жүйесінің амплитудалық-жиілік смпаттамасын зерттеуге бағыт-талған теориялық ізденіс. Үш өлшемді станция тоннелі бар анизотропты массивінің еркін тербелісін үйрену бойынша сандық экспериментті жүргізу барысында тербелу процесі кезінде топырақ массиві ғана дефор-мацияға ұшырамай, онда орналасқан жерасты ғимараттарының да деформацияланатыны анықталған.

«Бекітпе-топырақ» жүйесінің амплитудалық-жиілік сипаттамасы вариациалық түрдегі шекті элементтер әдісі негізінде зерттеледі. Якоби алгоритм сызбасына негізделген кеңістік бөлігіндегі итерация әдісімен меншікті мәндерінің жалпыланған мәселесі шешіліді.

Түйін сөздер: еркін тербеліс, кернеулі-деформациялық күй, бекітпе, кернеу, жылжу, алгоритм.

Сведения об авторах:

Махметова Нарзанкул Мусаевна – д.т.н., профессор, Казахская академия транспорта и коммуникаций, makhmetova_n1958@.mail.ru

Солоненко Владимир Гельевич – д.т.н., профессор, Казахская академия транспорта и коммуникаций, v.solontnko@mail.ru

Бекжанова Сауле Ертаевна – д.т.н., профессор, Казахская академия транспорта и коммуникаций