BULLETIN OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
ISSN 1991-3494
Volume 4, Number 368 (2017), 90 – 95

K. A. Ozhikenov[1], P. M. Rakhmetova[1], A. K. Ozhiken[2]

[1]Kazakh National Research Technical University named after K. Satpayev, Almaty, Kazakhstan,
[2]Kazakh National University named after Al-Farabi, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: p.rakhmetova@gmail.com

INVESTIGATION OF THE DYNAMICS OF THE FLIGHT OF THE UNMANNED AERIAL VEHICLE

Abstract. At the moment, the development of unmanned aerial vehicles (UAV) is a promising industry, since UAVs are acquiring more and more functionality to solve various problems. In this connection, in this article, the problem of developing a mathematical model for the control of the movement of an aircraft-type UAV is considered. Simulation model of the automatic control system of unmanned aerial vehicle (UAV) is developed, which allows to track the movement of the flight the autopilot in the state space. The calculations are based on the optimal method for integral quadratic criterion of non-stationary linear control system.
Keywords: UAV, mathematical model, dynamics, control, optimal method control.

УДК 004.896

К. А. Ожикенов[1], П. М. Рахметова[1], А. К. Ожикен[2]

[1]Казахский национальный исследовательский технический университет им. К. И. Сатпаева, Алматы, Казахстан,
[2]Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Аннотация. На данный момент разработка беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) является перспективной отраслью, так как БПЛА приобретают все больше функциональных возможностей для решения различных задач. В связи с этим в данной статье рассмотрена проблема разработки математической модели управления движением БПЛА самолетного типа. Разработана математическая модель системы управления беспилотного летательного аппарата (БПЛА), которая позволяет отследить движением полета автопилота в пространстве состояний. Расчеты выполнены на основе оптимального метода по интегральному квадратичному критерию нестационарной линейной системы управления.
Ключевые слова: БПЛА, математическая модель, динамика, управление, оптимальные методы управления.

Введение. БПЛА с каждым годом занимают все большее место как в военной, так и гражданской сфере. Такое развитие данного класса авиатехники обусловлено рядом специфических достоинств, реализация которых позволяет получить существенное преимущество над пилотируемой авиацией для широкого спектра задач, таких как ведение наблюдения и разведка, мониторинг экологического состояния местности, аэрофотосъемка, контроль строительства и т.д. [1]. В связи с этим многие страны начинают развивать отрасль производства отечественных БПЛА различного класса и назначения.

В данной статье рассматривается один из этапов разработки БПЛА самолетного типа – математическое моделирование управляемого движения БПЛА в полете по произвольной траектории.

Математическая модель динамики БПЛА. Для описания динамики БПЛА используется несколько систем координат:

1) траекторная система координат;

2) связанная система координат;

3) земная система координат;

4) скоростная система координат. Проекции этих систем координат используется для выявления уравнения динамики БПЛА.

Уравнения движения центра масс БПЛА обычно выводятся на основании теоремы об изменении количества движения [2, 3]. Руководствуясь этим принципом, получены уравнения движения центра масс в проекциях на траекторную систему координат в виде:

$$
\begin{aligned}
& m\frac{dV}{dt} = -G\sin\Theta\cos\psi + P\cos\alpha\cos\beta - X; \\
& mV\frac{d\Theta}{dt}\cos\psi = -G\cos\Theta\cos\psi + P(\sin\beta\cos\gamma_a + \cos\alpha\sin\alpha\cos\gamma_a) + Y\cos\gamma_a - Z\sin\gamma; \\
& mV\frac{d\psi}{dt} = P(\sin\beta\cos\gamma_a - \cos\beta\sin\alpha\cos\sin\gamma_a) - Y\sin\gamma_a + Z\cos\gamma_a
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где V - скорость БПЛА, P - сила тяги двигателя, G - сила тяжести, X - сила лобового сопротивления, Y – подъемная сила, Z – боковая сила, α - угол атаки (угол между осью CX связанной системы координат и проекций скорости на плоскость CXY), β - угол скольжения между вектором скорости и его проекцией на вертикальную плоскость симметрии БПЛА, γ_a - угол крена в скоростной системе координат, Θ - угол наклона траектории, Ψ - угол поворота траектории БПЛА.

Уравнение движения БПЛА относительно центра масс, получим на основании теоремы об изменении кинетического момента [3]:

$$
\begin{aligned}
& J_x\frac{d\omega_x}{dt} = M_x - (J_z - J_y)\omega_y\omega_z; \\
& J_y\frac{d\omega_y}{dt} = M_y - (J_x - J_z)\omega_x\omega_z; \\
& J_z\frac{d\omega_z}{dt} = M_z - (J_y - J_x)\omega_x\omega_y
\end{aligned}
\tag{2}
$$

где M_x, M_y, M_z - проекции моментов сил, действующих на БПЛА, J_x, J_y, J_z - осевые моменты инерции БПЛА, ω_x, ω_y, ω_z - угловые скорости БПЛА в проекциях на оси связанной системы координат.

Кинематические уравнения БПЛА имеют вид [4]:

$$
\begin{aligned}
& \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos\vartheta}(\omega_y\cos\gamma - \omega_z\sin\gamma); \\
& \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_y\sin\gamma + \omega_z\cos\gamma; \\
& \frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - tg\vartheta(\omega_y\cos\gamma - \omega_z\sin\gamma)
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где ψ - угол рыскания, ϑ - угол тангажа, γ - угол крена.

Поскольку уравнения движения центра масс (1) записаны в траекторных осях, уравнения движения относительно центра масс (2) и (3) – в связанных осях, а аэродинамические силы и моменты в правых частях уравнений (1) и (2) зависят от углов атаки α и скольжения β между скоростными и связанными осями, то возникает необходимость в добавлении к записанным уравнениям геометрических соотношений между углами Ψ, Θ, γ_a и углами ψ, ϑ, γ, α, β, которые имеют вид:

$$\begin{aligned}
&\sin\Theta = \cos\alpha\cos\beta\sin\vartheta - \sin\alpha\cos\beta\cos\vartheta\cos\gamma - \sin\beta\cos\vartheta\sin\gamma - \sin\psi\cos\Theta = \\
&= -\cos\alpha\cos\beta\cos\vartheta\sin\psi - \sin\alpha\cos\beta(\cos\gamma\sin\vartheta\sin\psi + \sin\gamma\cos\psi) + \\
&+ \sin\beta(\cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\sin\vartheta\sin\psi) - \sin\gamma_a\cos\Theta = \\
&= \cos\alpha\sin\beta\sin\vartheta + \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma\cos\vartheta - \cos\beta\sin\gamma\cos\vartheta
\end{aligned} \tag{4}$$

В заключение дополним уравнения (1) – (4) уравнениями, задающими проекции линейной скорости БПЛА в земных осях координат:

$$\begin{aligned}
&\frac{dx}{dt} = V\cos\Psi\cos\Theta \\
&\frac{dy}{dt} = V\sin\Theta \\
&\frac{dz}{dt} = -V\cos\Theta\sin\Psi
\end{aligned} \tag{5}$$

Математическая модель управления движением БПЛА. Система уравнений движения БПЛА (1) – (5) является сложной нелинейной системой дифференциальных уравнений. При проектировании системы управления имеется необходимость аналитического представления динамических и кинематических характеристик БПЛА, поэтому используют различные методы упрощения уравнений движения, что делает доступным аналитические методы исследования динамики полета. Одним из таких упрощений является линеаризация этих уравнений относительно малых отклонений параметров движения.

Параметры возмущенного движения обычно определяют методами численного интегрирования, как известные функции времени: $V^*(t)$, $\Theta^*(t)$ и т.д. Параметры возмущенного движения отличаются от параметров невозмущенного движения на некоторую малую величину: $V = V^* + \Delta V$; $\Theta = \Theta^* + \Delta\Theta$; $\Psi = \Psi^* + \Delta\Psi$; $\gamma_a = \gamma_a^* + \Delta\gamma_a$ и.т.д.

С учетом некоторых допущений и разложения в ряд Тейлора линеаризованные уравнения движения центра масс БПЛА записывается в виде:

$$\begin{aligned}
&m\frac{d\Delta V}{dt} = -X\Delta V - P\sin\alpha\cos\beta\Delta\alpha - P\cos\alpha\sin\beta\Delta\beta - G\cos\Theta\cos\Psi\Delta\Theta + G\cos\Theta\cos\Psi\Delta\Psi \\
&mV\frac{d\Delta\Theta}{dt} = (Y\cos\gamma_a - Z\sin\gamma_a)\Delta V + (-Y\sin\gamma_a + T\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma_a)\Delta\alpha + (-Z\sin\gamma_a - \\
&- T\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma_a + T\cos\beta\sin\gamma_a)\Delta\beta + G\sin\Theta\Delta\Theta + (-Y\sin\gamma_a - Z\cos\gamma_a - \\
&- T\sin\alpha\cos\beta\sin\gamma_a + T\sin\beta\cos\gamma_a)\Delta\gamma_a + Y\Delta\delta_B \\
&mV\cos\Theta\frac{d\Delta\Psi}{dt} = (Z\cos\gamma_a - Y\sin\gamma_a)\Delta V + G\cos\Theta\sin\Psi\Delta\Theta + G\sin\Theta\cos\Psi\Delta\Psi + \\
&+ (Z\cos\gamma_a + T\cos\beta\cos\gamma_a + T\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma_a)\Delta\beta + (-Y\sin\gamma_a - T\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma_a)\Delta\alpha + \\
&+ (-Z\sin\gamma_a - Y\cos\gamma_a - T\sin\beta\sin\gamma_a - T\sin\alpha\cos\beta\cos\gamma_a)\Delta\gamma_a + Z^{\delta_H}\Delta\delta_H
\end{aligned} \tag{6}$$

Анализ динамических свойств БПЛА как объекта управления осуществляется в динамике полета на основе именно этих уравнений. Для дальнейшего расчета управляемого движения БПЛА используем оптимальный метод на основе квадратичного критерия качества [5]:

$$J = x^T(t_f)Fx(t_f) + \int_{t_0}^{t_f}[\chi^T(t)Q(t)\chi(t) + u^T(t)R(t)u(t)]dt, \tag{7}$$

где F - положительно полуопределенная матрица; $Q(t)$, $R(t)$ - положительно определенные матрицы.

В соответствие с данным методом, модель объекта управления (БПЛА) должна быть приведена к виду [5]:

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + h(t)\,, \tag{8}$$

где A - матрица объекта управления, B - матрица управления, h - матрица возмущений, x - вектор состояния, u - вектор управления.

При этом оптимальный линейный регулятор, который минимизирует квадратичный функционал качества (9) имеет вид [5]:

$$u = -(R^{-1}B^{T}Kx + \frac{1}{2}R^{-1}B^{T}p), \tag{9}$$

где матрицы K и p определяются из уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{K} &= -KA - A^{T}K + KBR^{-1}B^{T}K - Q \\ \dot{p} &= KBR^{-1}B^{T}p - A^{T}p - 2Kh \end{aligned} \tag{10}$$

Вектор состояния в нашем случае имеет вид:

$$x = [\Delta V, \Delta\Theta, \Delta\Psi, \Delta w_x, \Delta w_y, \Delta w_z, \Delta\gamma, \Delta\psi, \Delta\vartheta, \Delta L, \Delta H, \Delta Z, \Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\gamma_a]^{T}\,. \tag{11}$$

Вектор управления имеет вид:

$$u = [u_1 \quad u_2 \quad u_3]^{T}\,. \tag{12}$$

Используя линеаризованные уравнения динамики (6), определяются компоненты матриц *A[15x15]*, *B[15x3]*. Далее, задавая компоненты матриц Q и R, производится решение уравнений (12) для поиска оптимального линейного регулятора в виде (11).

Анализ результатов моделирования САУ БПЛА в среде Matlab/Simulink. На основании математической модели была разработана имитационная модель пространственного движения БПЛА с учетом работы САУ. Имитационная модель представлена на рисунке 1.

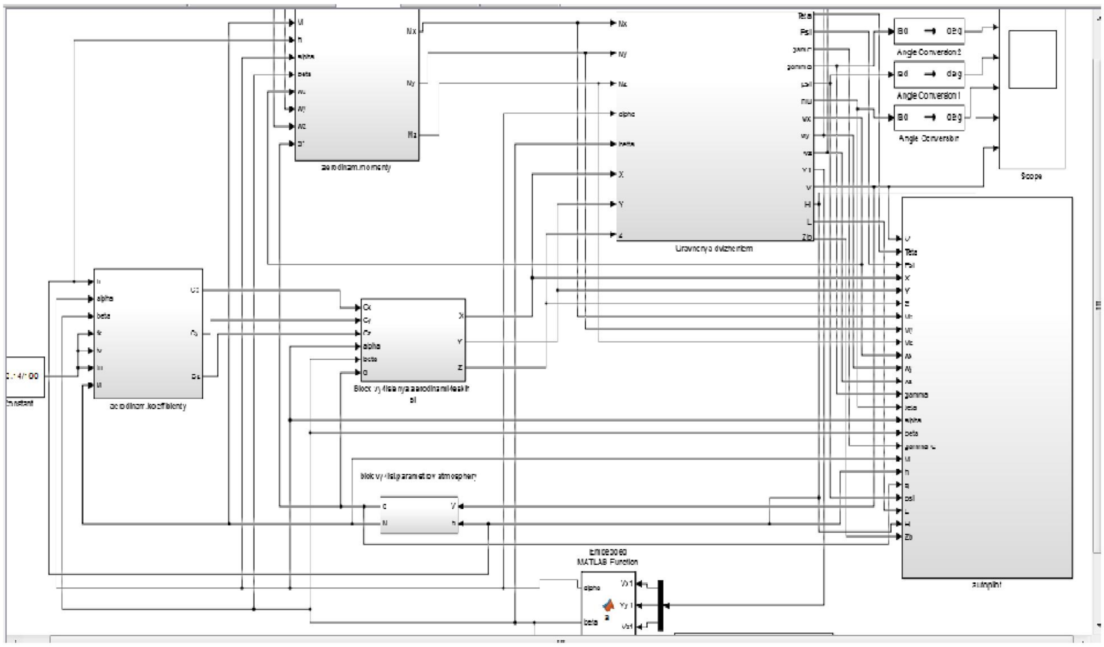

Рисунок 1 – Модель пространственного движения в среде Matlab/Simulink

Модель включает модули:

- уравнения движения центра масс;
- уравнения вращательного движения (кинематические и динамические уравнения Эйлера);
- модуль вычисления аэродинамических сил и моментов;
- «автопилот».

Модуль автопилота включает в себя следующие вычислительные блоки:

− вычисления коэффициентов линеаризации и элементов матрицы системы и матрицы управления;

− вычисления коэффициентов передачи обратной связи системы управления.

На рисунке 2 представлены графики скорости *V*, углы наклона траектории Θ и угла поворота траектории Ψ без учета автопилота.

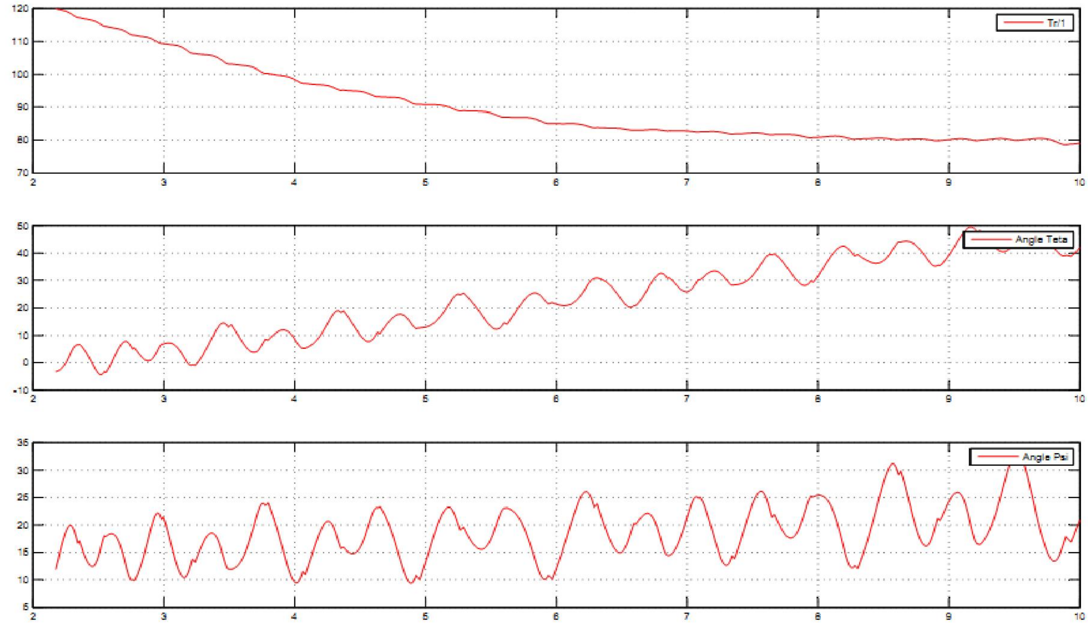

Рисунок 2 – Графики изменения V , Θ , Ψ в среде Matlab/Simulink

На рисунке 3 представлены графики изменения системы автоматического управления БПЛА с автопилотом (по скорости, по углу наклона траектории и по углу поворота траектории).

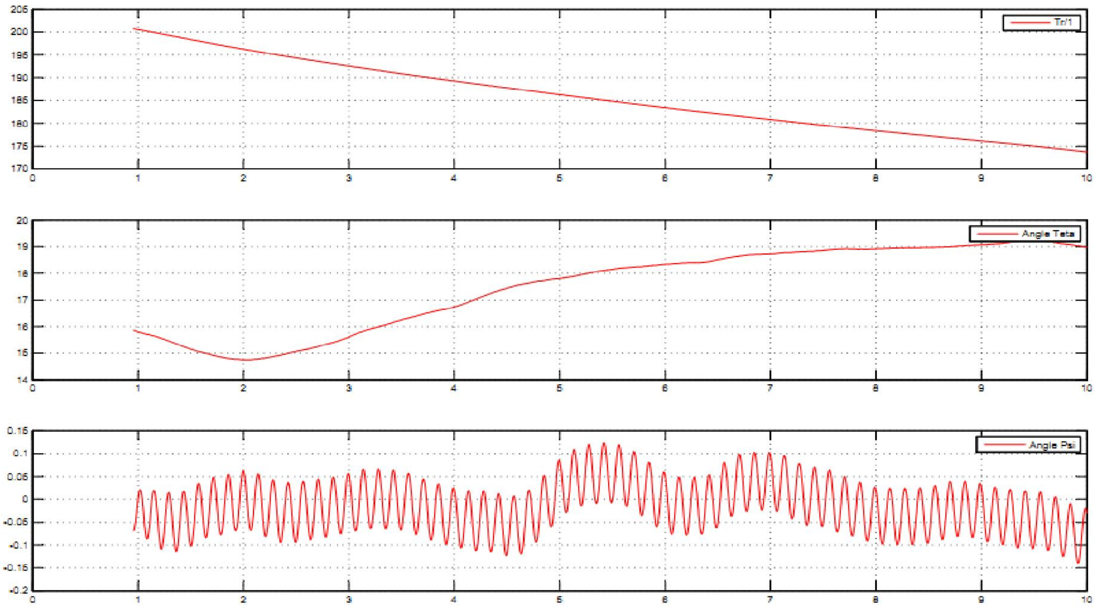

Рисунок 3

Заключение. В статье разработана математическая модель динамики БПЛА, а также математическая модель управляемого движения БПЛА с применением методов оптимальной теории управления. Разработана имитационная модель, которая позволяет отследить движение полета автопилота в пространстве состояний.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Афанасьев П.П. Беспилотные летательные аппараты. Основы устройства и функционирования / Под ред. И.С. Голубева и И.К. Туркина. – Изд. 2-е. – М.: Изд-во МАИ, 2009.
[2] Распопов В. Я. Микросистемная авионика: учебное пособие. –Тула: «Гриф и К», 2010. – 248 с.
[3] Лебедев А. А., Чернобровкин Л.С., Динамика полета беспилотных летательных аппаратов: Учеб. пособие для вузов. – Изд. 2-е, переработанное и доп. – М.: Машиностроение, 1973. – 616 с.
[4] Остославский И. В., Стражева И. В. Динамика полета (траектории летательных аппаратов). – Изд. 2-е. М.: Машиностроение, 1969. – 502 с.
[5] Robert K., Heffley and Wayne F. Jewell. Данные обработки самолетов. Национальный авиационный и космический центр. – Вашингтон, 1972. – 352 с.

REFERENCES

[1] Afanas'ev P.P. Bespilotnye letatel'nye apparaty. Osnovy ustrojstva i funkcionirovanija. Pod red. I.S. Golubeva i I.K. Turkina izd. 2-e. M.: Izd-vo MAI, 2009. (in Russ)
[2] Raspopov V. Ja. Mikrosistemnaja avionika: uchebnoe posobie. Tula: «Grif i K», 2010. 248 s. (in Russ)
[3] Lebedev A. A., Chernobrovkin L.S., Dinamika poleta bespilotnyh letatel'nyh apparatov. Ucheb. posobie dlja vuzov. Izd. 2-e, pererabotannoe i dop. M., «Mashinostroenie», 1973. 616 s. (in Russ)
[4] Ostoslavskij I. V., Strazheva I. V. Dinamika poleta (traektorii letatel'nyh apparatov). Izd. 2-e. «Mashinostroenie». Moskva, 1969 g. 502 s. (in Russ)
[5] Robert K., Heffley and Wayne F. Jewell. Dannye obrabotki samoletov. Nacional'nyj aviacionnyj i kosmicheskij centr. – Vashington, 1972. – 352 s. (in Eng)

Қ. Ә. Ожикенов[1], П. М. Рахметова[1], А. Қ. Ожикен[2]

[1]Қ. И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы, Қазақстан,
[2]Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

ҰШҚЫШСЫЗ ҰШУ АППАРАТЫНЫҢ ҰШУ ДИНАМИКАСЫН ЗЕРТТЕУ

Аннотация. Қазіргі кезде ұшқышсыз ұшу аппаратын (ҰҰА) жобалау болашағы зор сала болып табылады, өйткені, әртүрлі есептерді шешуге арналған функционалды мүмкіндіктерді қамтиды. Осыған орай, берілген мақалада ҰҰА ұшақты түрінің басқару қозғалысының математикалық моделін жобалау проблемасы қарастырылған. Кеңістікте автопилот ұшу қозғалысын қадағалауға мүмкіндік беретін ұшқышсыз ұшу аппаратының (ҰҰА) басқару жүйесінің математикалық моделі жобаланған. Есептеулер стационарлы емес сызықтық басқару жүйесінің ажырамас квадраттық критерий оңтайлы әдісі бойынша негізделген.

Түйін сөздер: ҰҰА, математикалық модель, динамика, басқару, оңтайлы басқару әдісі.