УДК 621.01:531

О. КАНЛЫБАЕВ

РЕШЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА ОТНОСИТЕЛЬНО НЕСКОЛЬКИХ НЕИЗВЕСТНЫХ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЕХАНИЗМА IV КЛАССА

Рассмотрим задачу синтеза пространственного механизма IV класса в соответствии с рисунком по шести заданным положениям входного звена 1 и выходного звена 4:

$$\varphi_{1i} = \varphi_{1i}(t), \qquad i = \overline{1,6},$$
$$\psi_{4i} = \psi_{4i}(t), \qquad i = \overline{1,6}. \qquad (1)$$

Для решения задачи синтеза используем метод интерполирования. В данном случае число узлов интерполирования равно шести, поэтому будем рассматривать задачу синтеза кинематической цепи *AFED* по шести геометрическим параметрам. Для решения задачи синтеза использовано выражение взвешенной разности [1]:

$$\Delta q = l_5^2 - l_{5\phi}^2, \qquad (2)$$

где l_{5f} – расстояние между E и F звена 5 механизма:

$$l_{5\phi}^2 = \left(X_F - X_E\right)^2 + \left(Y_F - Y_E\right)^2 + \left(Z_F - Z_E\right)^2;$$

X_F, Y_F, Z_F, X_E, Y_E, Z_E – соответствующие координаты точек F и E в неподвижной системе координат $OXYZ$ [2].

Данный механизм имеет всего 23 неизвестных геометрических параметра. Следовательно, часть параметров необходимо задавать. Для вычисления 6 геометрических параметров из набора указанных 13 параметров кинематической цепи *AFED* определим число вариантов из 6 параметров [3] с учетом того, что длина l_{FE} входит во все варианты:

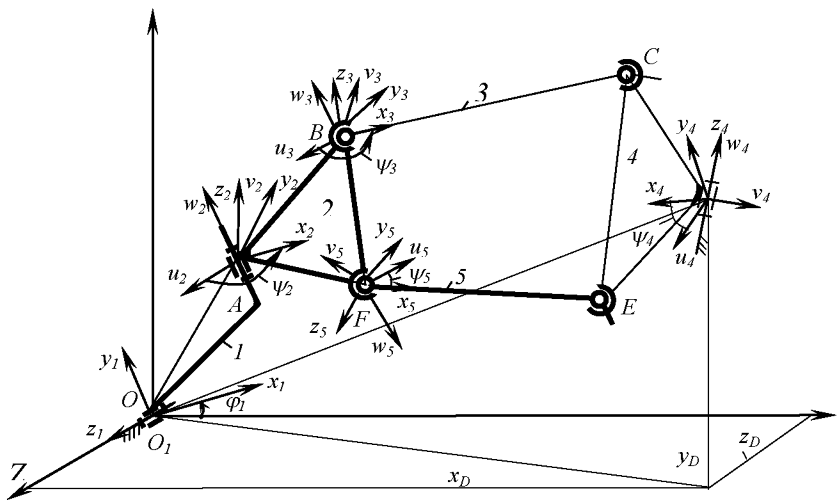
$$C_{12}^5 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 792 \text{ варианта.}$$

Решение задачи синтеза 6 геометрических параметров рассмотрим на примере одного из полученных вариантов: x_{2F}, c_{21}, y_{4E}, z_{4E}, l_5.

Выражение взвешенной разности (2) с учетом координат точек E и K [2] запишем в виде обобщенного полинома

$$\Delta q = p_1 f_1(\varphi_1,\psi_2,\psi_4) + p_2 f_2(\varphi_1,\psi_2,\psi_4) +$$
$$+ p_3 f_3(\varphi_1,\psi_2,\psi_4) + p_4 f_4(\varphi_1,\psi_2,\psi_4) +$$
$$+ p_5 f_5(\varphi_1,\psi_2,\psi_4) + p_6 f_6(\varphi_1,\psi_2,\psi_4) +$$
$$+ p_1 p_3 f_7(\varphi_1,\psi_2,\psi_4) + p_1 p_4 f_8(\varphi_1,\psi_2,\psi_4) +$$
$$+ p_1 p_5 f_9(\varphi_1,\psi_2,\psi_4) + p_2 p_3 f_{10}(\varphi_1,\psi_2,\psi_4) +$$
$$+ p_2 p_4 f_{11}(\varphi_1,\psi_2,\psi_4) - F(\varphi_1,\psi_2,\psi_4). \qquad (3)$$

При решении задачи синтеза по методу интерполирования для 6 заданных положений механизма отклонения взвешенной разности Dq должны рав-



няться нулю. С учетом выражения (3) имеем

$$p_1 f_1(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_2 f_2(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) +$$
$$+p_3 f_3(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_4 f_4(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) +$$
$$+p_5 f_5(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_6 f_6(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) +$$
$$+p_1 p_3 f_7(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_1 p_4 f_8(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) +$$
$$+p_1 p_5 f_9(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) + p_2 p_3 f_{10}(\varphi_{1i},\psi_{4i}) +$$
$$+p_2 p_4 f_{11}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) - F(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) = 0,$$
$$i = \overline{1,6}. \tag{4}$$

Исключим из системы уравнений (4) неизвестное p_6. Получим

$$b_{1i}p_1 + b_{2i}p_2 + b_{3i}p_3 + b_{4i}p_4 + b_{5i}p_5 + b_{6i}p_1p_3 +$$
$$+b_{7i}p_1p_4 + b_{8i}p_1p_5 + b_{9i}p_2p_3 + b_{10i}p_2p_4 = B_i,$$
$$i = \overline{1,5}, \tag{5}$$

где

$$b_{ji} = f_{ji}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) - f_{j,6}(\varphi_{1,6},\psi_{2,6},\psi_{4,6}),$$
$$i = \overline{1,5}, \quad j = \overline{1,5},$$
$$b_{j+1,i} = f_{j+1,i}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) - f_{j+1,6}(\varphi_{1,6},\psi_{2,6},\psi_{4,6}),$$
$$j = \overline{6,10},$$
$$B_i = F(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) - F(\varphi_{1,6},\psi_{26},\psi_{46}).$$

Систему (5) из четырех уравнений при i=1, 2, 3 и i=j представим в матрично-векторной форме [4] и запишем в виде алгебраического уравнения от неизвестного p_1:

$$T_{j3}(p_1)p_2^3 + T_{j2}(p_1^2)p_2^2 + T_{j1}(p_1^3)p_2 + T_{j0}(p_1^4) = 0,$$
$$j = 4, 5, \tag{6}$$

где

$$T_{j0}(p_1^4) = \gamma_{j0} + \gamma_{j1}p_1 + \gamma_{j4}p_1^2 + \gamma_{j8}p_1^3 + \gamma_{j13}p_1^4 ;$$
$$T_{j1}(p_1^3) = \gamma_{j2} + \gamma_{j3}p_1 + \gamma_{j6}p_1^2 + \gamma_{j10}p_1^3 ;$$
$$T_{j2}(p_1^2) = \gamma_{j5} + \gamma_{j7}p_1 + \gamma_{j11}p_1^2 ;$$
$$T_{j3}(p_1) = \gamma_{j9} + \gamma_{j12}p_1 .$$

Коэффициенты $\{\gamma_{j,m}\}$, $(j = 4,5;\ m = \overline{1,13})$ системы алгебраических уравнений (6) не содержат неизвестных p_3, p_4, p_5. Исключив неизвестное p_2 из системы алгебраических уравнений (6), получим алгебраическое уравнение относительно неизвестного p_1 в виде

$$\begin{bmatrix} T_{40}(p_1^3) & T_{41}(p_1^3) & T_{42}(p_1^2) & T_{43}(p_1) & 0 & 0 \\ 0 & T_{40}(p_1^3) & T_{41}(p_1^3) & T_{42}(p_1^2) & T_{43}(p_1) & 0 \\ 0 & 0 & T_{40}(p_1^3) & T_{41}(p_1^3) & T_{42}(p_1^2) & T_{43}(p_1) \\ T_{50}(p_1^3) & T_{51}(p_1^3) & T_{52}(p_1^2) & T_{53}(p_1) & 0 & 0 \\ 0 & T_{50}(p_1^3) & T_{51}(p_1^3) & T_{52}(p_1^2) & T_{53}(p_1) & 0 \\ 0 & 0 & T_{50}(p_1^3) & T_{51}(p_1^3) & T_{52}(p_1^2) & T_{53}(p_1) \end{bmatrix} =$$
$$= 0. \tag{7}$$

Левая часть уравнения (7) представляет собой алгебраическое уравнение 16 степени относительно неизвестного p_1.

$$\sum_{s=0}^{16} \tau_s \cdot p_1^s = 0, \tag{8}$$

где t_0, t_1, …, t_{16} выражаются через $\{\gamma_{j,m}\}$, $(j = 4,5;\ m = \overline{1,13})$.

Решив уравнение (8), найдем вещественные решения относительно неизвестного p_1. Число вещественных решений уравнения (8) определяется по теореме Штурма [4]. Для положительных вещественных значений неизвестного параметра p_1 вычислим значения остальных параметров p_2, p_3, p_4, p_5. Определим неизвестные геометрические параметры рассматриваемой кинематической цепи *AFED* механизма по формулам

$$x_{2F} = p_1,\ c_{21} = p_2,\ x_{2E} = p_3,\ y_{4E} = p_4,\ z_{4E} = p_5,$$
$$l_5 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 + p_5^2 - p_6}\ .$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А.* Синтез плоских механизмов. М.: Госиздат, 1959. 1084 с.

2. *Канлыбаев О.* Уравнение кинематики пространственного рычажного механизма IV класса // Вестн. МОН РК, НАН РК. 2003. № 1. С. 45-52.

3. *БронштейнИ.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. М.: Наука, 1986. 544 с.

4. *Курош А.Г.* Курс высшей алгебры. М., 2003. 431 с.

Резюме

IV класты кеңістікті механизмнің жетекші буын мен шығыс буынның берілген алты жағдайына байланысты, осы механизмнің геометриялық параметрлерінің синтездеу есептерінің бірнеше белгісізі бар көп мүшесі түріндегі шешуі қарастырылған.

Summary

Solving of task of synthesis of geometrical parameters of a spatial mechanism of IV class upon six set positions of input and output links, represented in the form of a multinomial from several unknowns is considered.

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы

Поступила 9.12.05г.