УДК 621.01:531

О. КАНЛЫБАЕВ

МНОГОЧЛЕН ОТ НЕСКОЛЬКИХ НЕИЗВЕСТНЫХ В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПЕРЕДАТОЧНОГО МЕХАНИЗМА V КЛАССА

Предложено решение задачи синтеза геометрических параметров пространственного механизма V класса.

Рассмотрим решение задачи синтеза пространственного механизма V класса общего вида в соответствии с рисунком по шести положениям входных звеньев 1, 7 и выходного звена 4

$$\varphi_{1i} = \varphi_{1i}(t), \quad \varphi_{7i} = \varphi_{7i}(t) \text{ и } \psi_{4i} = \psi_{4i}(t), \quad i = \overline{1,6}. \tag{1}$$

Для решения задачи синтеза применим метод интерполирования. В данном случае число узлов интерполирования равно шести, поэтому будем рассматривать задачу синтеза по шести геометрическим параметрам. Для решения задачи синтеза кинематической цепи *ABFKMR* механизма использовано выражение взвешенной разности [1]

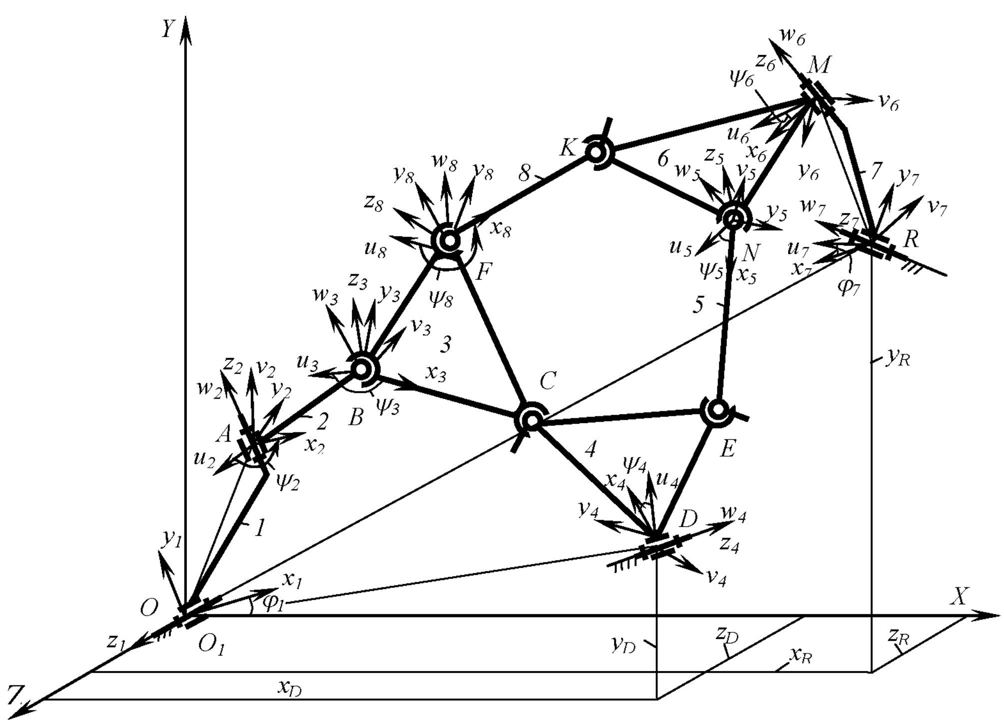
$$\Delta q = l_8^2 - l_{8\phi}^2, \tag{2}$$

где $l_{8\phi}$ – расстояние между точками F и K звена 8 механизма:

$$l_{8\phi}^2 = (X_F - X_K)^2 + (Y_F - Y_K)^2 + (Z_F - Z_K)^2,$$

X_F, Y_F, Z_F, X_K, Y_K, Z_K – соответствующие координаты точек F и K в неподвижной системе координат $OXYZ$ [2]. Для вычисления шести геометрических параметров рассматриваемой кинематической цепи *ABFKMR* механизма, как показано в [2], из набора 17 геометрических параметров определим число вариантов шести параметров [3] с учетом того, что длина l_8 звена 8 входит во все варианты

$$C_{16}^5 = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 4368 \text{ вариантов.}$$



Решение задачи синтеза шести геометрических параметров рассмотрим на примере одного из полученных вариантов: a_{21}, x_{3F}, y_{3F}, z_{3F}, x_{6K}, l_8.

Обобщенный полином выражения взвешенной разности (2) имеет вид [4].

$$\Delta q = p_1 f_1(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_2 f_2(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_3 f_3(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_4 f_4(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) +$$
$$+ p_5 f_5(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_6 f_6(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_1 p_2 f_7(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_1 p_3 f_8(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) +$$
$$+ p_1 p_5 f_9(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_2 p_5 f_{10}(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_3 p_5 f_{11}(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) +$$
$$+ p_4 p_5 f_{12}(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) - F(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6). \quad (3)$$

При решении задачи синтеза по методу интерполирования для шести заданных положений механизма отклонения взвешенной разности Δq должны равняться нулю. С учетом этого из выражения (3) имеем

$$p_1 f_1(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_2 f_2(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_3 f_3(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_4 f_4(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) +$$
$$+ p_5 f_5(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_6 f_6(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_1 p_2 f_7(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_1 p_3 f_8(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) +$$
$$+ p_1 p_5 f_9(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_2 p_5 f_{10}(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) + p_3 p_5 f_{11}(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) +$$
$$+ p_4 p_5 f_{12}(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) - F(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6), \quad i = \overline{1,6}. \quad (4)$$

Для решения системы уравнений (4) из шестого уравнения системы выразим p_6. С учетом того, что $f_6(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) = 1$, получим

$$p_6 = F(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}) - p_1 f_1(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}) - p_2 f_2(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}) - p_3 f_3(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}) -$$
$$- p_4 f_4(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}) - p_5 f_5(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}) - p_1 p_2 f_7(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}) - p_1 p_3 f_8(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}) -$$
$$- p_1 p_5 f_9(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}) - p_2 p_5 f_{10}(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}) - p_3 p_5 f_{11}(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}) -$$
$$- p_4 p_5 f_{12}(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{6,6}). \quad (5)$$

Вычтем шестое уравнение системы (4) из первых пяти уравнений системы. Тогда с учетом того, что $f_6(\varphi_1,\psi_4,\varphi_7,\psi_6) = 1$, получим

$$b_{1i}p_1 + b_{2i}p_2 + b_{3i}p_3 + b_{4i}p_4 + b_{5i}p_5 + b_{6i}p_1p_2 + b_{7i}p_1p_3 + b_{8i}p_1p_5 +$$
$$b_{9i}p_2p_5 + b_{10i}p_3p_5 + b_{11i}p_4p_5 = B_i, \quad i = \overline{1,5}, \quad (6)$$

где

$$b_{ji} = f_{ji}(\varphi_{1i},\psi_{4i},\varphi_{7i},\psi_{6i}) - f_{j,6}(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{66}), \quad i = \overline{1,5}, \quad j = \overline{1,5},$$
$$b_{j+1,i} = f_{j+1,i}(\varphi_{1i},\psi_{4i},\varphi_{7i},\psi_{6i}) - f_{j+1,6}(\varphi_{16},\psi_{46},\varphi_{76},\psi_{66}), \quad j = \overline{6,11},$$
$$B_i = F(\varphi_{1i},\psi_{4i},\varphi_{7i},\psi_{6i}) - F(\varphi_{1,6},\psi_{4,6},\varphi_{76},\psi_{6,6}).$$

Систему (6) при i=1, 2, 3 и i=j представим в матрично-векторной форме [5] и запишем в виде алгебраического уравнения относительно неизвестного p_5:

$$T_{j4}(p_1)p_5^4 + T_{j3}(p_1^2)p_5^3 + T_{j2}(p_1^3)p_5^2 + T_{j1}(p_1^3)p_5 + T_{j0}(p_1^3) = 0, \quad (7)$$

где

$$T_{j0}(p_1^3) = (\gamma_{j9}p_1^3 + \gamma_{j4}p_1^2 + \gamma_{j1}p_1 + \gamma_{j0}); \quad T_{j1}(p_1^3) = (\gamma_{j11}p_1^3 + \gamma_{j6}p_1^2 + \gamma_{j3}p_1 + \gamma_{j2});$$
$$T_{j2}(p_1^3) = (\gamma_{j13}p_1^3 + \gamma_{j8}p_1^2 + \gamma_{j7}p_1 + \gamma_{j5}); \quad T_{j3}(p_1^2) = (\gamma_{j14}p_1^2 + \gamma_{j12}p_1 + \gamma_{j10}); \quad T_{j4}(p_1) = (\gamma_{j16}p_1 + \gamma_{j15}).$$

Исключив неизвестное p_5 из системы алгебраических уравнений (7), получим алгебраическое уравнение относительно неизвестного p_1 в виде определителя,

$$\begin{bmatrix} T_{4,0}\left(p_1^3\right) & T_{4,1}\left(p_1^3\right) & T_{4,2}\left(p_1^3\right) & T_{4,3}\left(p_1^2\right) & T_{4,4}\left(p_1\right) & 0 & 0 & 0 \\ T_{5,0}\left(p_1^3\right) & T_{5,1}\left(p_1^3\right) & T_{5,2}\left(p_1^3\right) & T_{5,3}\left(p_1^2\right) & T_{5,4}\left(p_1\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{4,0}\left(p_1^3\right) & T_{4,1}\left(p_1^3\right) & T_{4,2}\left(p_1^3\right) & T_{4,3}\left(p_1^2\right) & T_{4,4}\left(p_1\right) & 0 & 0 \\ 0 & T_{5,0}\left(p_1^3\right) & T_{5,1}\left(p_1^3\right) & T_{5,2}\left(p_1^3\right) & T_{5,3}\left(p_1^2\right) & T_{5,4}\left(p_1\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{4,0}\left(p_1^3\right) & T_{4,1}\left(p_1^3\right) & T_{4,2}\left(p_1^3\right) & T_{4,3}\left(p_1^2\right) & T_{4,4}\left(p_1\right) & 0 \\ 0 & 0 & T_{5,0}\left(p_1^3\right) & T_{5,1}\left(p_1^3\right) & T_{5,2}\left(p_1^3\right) & T_{5,3}\left(p_1^2\right) & T_{5,4}\left(p_1\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{4,0}\left(p_1^3\right) & T_{4,1}\left(p_1^3\right) & T_{4,2}\left(p_1^3\right) & T_{4,3}\left(p_1^2\right) & T_{4,4}\left(p_1\right) \\ 0 & 0 & 0 & T_{5,0}\left(p_1^3\right) & T_{5,1}\left(p_1^3\right) & T_{5,2}\left(p_1^3\right) & T_{5,3}\left(p_1^2\right) & T_{5,4}\left(p_1\right) \end{bmatrix} = 0. \tag{8}$$

Определитель (8) представляет собой алгебраическое уравнение 20 степени относительно неизвестного p_1 [5].

$$\sum_{s=0}^{20} \tau_s \cdot p_1^s = 0, \tag{9}$$

где t_0, t_1, …, t_{20} выражаются через постоянные $\{\gamma_{j,m}\}$, $(j = 4, 5;\ m = \overline{1,16})$.

Решив уравнение (9), найдем вещественные решения относительно неизвестного p_1. Число вещест-венных решений уравнения (9) определяется по теореме Штурма [5]. Для положительных вещественных значений неизвестного параметра p_1 вычислим значения остальных параметров – p_2, p_3, p_4, p_5. Выберем варианты для указанных параметров, в которых все параметры имеют положительные значения. Определим неизвестные геометрические параметры рассматриваемой кинематической цепи *ABFKMR* механизма по формулам

$$a_{21} = p_1, x_{3F} = p_2, z_{3F} = p_3, y_{3F} = p_4, x_{6K} = p_5, l_8 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 + p_5^2 - p_6}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А.* Синтез плоских механизмов. М.: Госиздат, 1959. 1084 с.

2. *Саткалиева М.О.* Уравнения преобразования кинематических цепей пространственного рычажного механизма V класса // Вестник МОН НАН РК. 2004. № 5. С. 178-181.

3. *БронштейнИ.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. М.: Наука, 1986. 544 с.

4. *Канлыбаев О.*Синтез пространственного передаточного рычажного механизма V класса с двумя входными звеньями по заданным шести положениям // Материалы международной научной конференции. КазНТУ им. К. Сатпаева. Алматы, 2005. Т. II. С. 236-238.

5. *Курош А.Г.* Курс высшей алгебры. М., 2003. 431 с.

Резюме

V класты кеңістікті беріліс механизмнің геометриялық параметрлерінің синтез есебіне жуықтау функциясындағы интерполяция тәсілі мен жалпылама полином түріндегі өлшенген айырма формуласын пайдаланған әдіске бірнеше белгісіздерден тұратын көп мүшені үйлестіру шешімі ұсынылған.

Summary

Solving of task of synthesis of geometrical parameters of a spatial mechanism of V class with the use of interpolation in the theory of approximation of functions and weighted difference represented as a generalised polynomial is proposed.

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы

Поступила 20.12.05г.