

*Н. И. МАРТЫНОВ*

## **О БУХТООБРАЗНЫХ ВАРИАЦИЯХ УГЛА ЗАКРУЧИВАНИЯ СЕЙСМИЧЕСКОГО МАЯТНИКА**

*(Представлена академиком НАН РК Ш. М. Айталиевым)*

Экспериментаторы, работавшие с крутильным маятником, отмечали “непонятную связь” его поведения с сейсмической обстановкой. Эта связь проявляется в том, что маятник откликается на землетрясения в виде существенных вариаций периода и амплитуды крутильных колебаний. Установлено, что отклики как на сильные, так и на слабые землетрясения могут быть соизмеримы, и эти вариации могут опережать само событие от нескольких суток до нескольких часов. Наиболее глубокое качественное исследование этого явления дано в работах И. И. Калининкова [1–3].

В 1987–1993 гг. по инициативе Президента РК Н. А. Назарбаева на юго-востоке Казахстана была создана сеть станций наблюдений за сейсмической ситуацией на базе сейсмического крутильного маятника.

В современной сейсмологии известно более трехсот прогнозных индикаторов землетрясений, но ни для одного из них не оценена степень надежности информации, которую они несут. В НПК “Прогноз” на базе экспериментального материала впервые был выделен надежный индикатор землетрясений: бухтообразные вариации угла закручивания сейсмического маятника.

Установлено, что они наблюдаются перед землетрясениями в 68 случаях из 100 [4].

Покажем, что такие вариации являются следствием срыва амплитуд стационарных нутационных колебаний.

**О срыве амплитуд нутационных колебаний.** Известно, что идеальным прибором для спектрального анализа случайных событий служит колебательная система со слабым затуханием, замечательным свойством которой является возможность достижения очень высокой чувствительности и большой спектральной разрешающей способности [1]. Кроме того, наиболее интересные нелинейные эффекты наблюдаются, когда порядок сил трения совпадает с порядком действия внешних сил. Тогда, как правило, наблюдаются нелинейные стационарные колебания.

Чтобы, не загромождая изложение, понять суть явления, рассмотрим вынужденные колебания сейсмического маятника, близкие к линейно-поляризованным. Такие колебания существуют при определенных ограничениях на внешние возмущения и начальные условия [4].

Уравнение вынужденных нутационных колебаний с учетом замечания о порядке сил трения имеет вид [4]:

$$\ddot{q}_1 + q_1 = \frac{\mu^2}{4} \left( q_1^3 - q_1 \dot{q}_1^2 - 8f_* \dot{q}_1 \right) + \mu^2 B_1 \sin(\nu_1 t), \quad (1)$$

где  $\mu$  – малый параметр, представляющий собой отношения частот линейных крутильных и нутационных колебаний;  $f_*$  – коэффициент трения. Последний член в правой части уравнения (1) – элемент вынуждающей силы, разложенной в ряд Фурье, и обусловленной поступательным ускорением точки подвеса маятника.

Выполняя замену переменных

$$q_1 = A \cos \psi, \quad \dot{q}_1 = -A \sin \psi, \quad \psi = \nu_1 t + \vartheta, \quad (2)$$

уравнение (1) заменяем эквивалентной системой уравнений первого порядка, записанной в стандартной форме:

$$\begin{aligned} \dot{A} = & -\frac{\mu^2}{16} \left[ A^3 \sin 4(\nu_1 t + \vartheta) + 16f_* A - \right. \\ & \left. - 16f_* A \cos 2(\nu_1 t + \vartheta) \right] + \frac{\mu^2 B_1}{2} \times \\ & \times \left[ \cos(\vartheta + 2\nu_1 t) - \cos \vartheta \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} = & (1 - \nu_1) - \frac{\mu^2}{16} \times \\ & \times \left[ A^2 (1 + 2 \cos 2(\nu_1 t + \vartheta) + \cos 4(\nu_1 t + \vartheta)) + \right. \\ & \left. + 16f_* \sin 2(\nu_1 t + \vartheta) \right] + \\ & + \frac{\mu^2 B_1}{2A} \left[ \sin \vartheta - \sin(\vartheta + 2\nu_1 t) \right]. \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь для исследования поведения системы вблизи резонансной зоны введена расстройка фазы  $J$  [5].

Решение системы уравнений (3) ищем в виде

$$\begin{aligned} A = & \bar{A} + \mu^2 u(\bar{A}, \bar{\vartheta}, t) + \dots, \\ \vartheta = & \bar{\vartheta} + \mu^2 v(\bar{A}, \bar{\vartheta}, t) + \dots, \quad (4) \end{aligned}$$

где усредненные величины  $\bar{A}$ ,  $\bar{\vartheta}$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{A}}{dt} = & \mu^2 S(\bar{A}, \bar{\vartheta}) + \dots, \\ \frac{d\bar{\vartheta}}{dt} = & (1 - \nu_1) + \mu^2 G(\bar{A}, \bar{\vartheta}) + \dots \quad (5) \end{aligned}$$

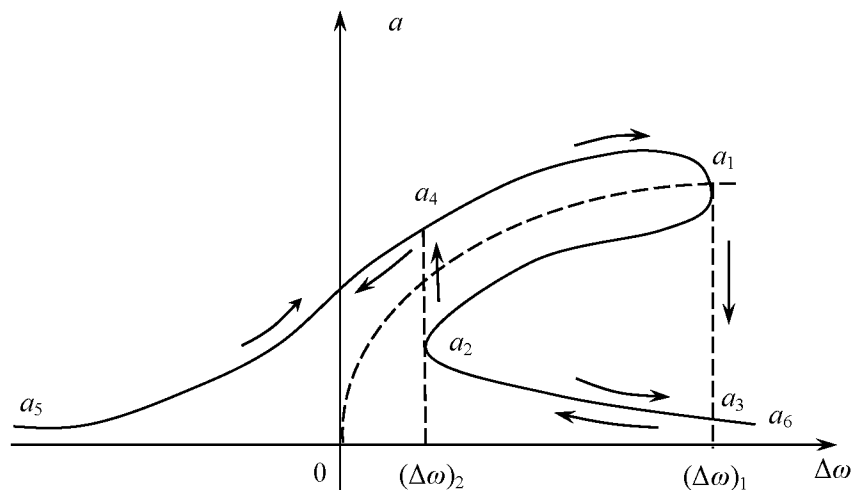
Проведя процедуру усреднения [5, 6], можно определить  $S$ ,  $G$  получить систему дифференциальных уравнений в частных производных для определения  $u$ ,  $v$ , которая интегрируется методом характеристик в замкнутом виде [4]. Приведем лишь систему уравнений для усредненных величин  $\bar{A}$ ,  $\bar{\vartheta}$ , которая понадобится нам в дальнейшем:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{A}}{dt} = & -\mu^2 \left( f_* \bar{A} + \frac{B_1}{2} \cos \bar{\vartheta} \right), \\ \frac{d\bar{\vartheta}}{dt} = & (1 - \nu_1) + \mu^2 \left( \frac{B_1}{2\bar{A}} \sin \bar{\vartheta} - \frac{\bar{A}^2}{16} \right). \quad (6) \end{aligned}$$

Таким образом, решение задачи свелось к решению усредненной системы уравнений (6). Для получения стационарных (равновесных) решений приравняем правые части системы уравнений (6) к нулю. Исключая из полученных уравнений расстройку фазы  $\bar{\vartheta}$ , получаем

$$\begin{aligned} a^2 \left\{ \left[ a^2 - \Delta\omega \right]^2 + f_*^2 \right\} = & B^2, \\ \text{где } a = & \frac{\bar{A}}{4}, \quad B = \frac{B_1}{8}, \quad \Delta\omega = \frac{1 - \nu_1}{\mu^2}, \quad (7) \end{aligned}$$

где  $D\omega$  – нормированная расстройка частот. Разрешая уравнение (7) относительно  $D\omega$ , опре-



Зависимость амплитуды стационарных колебаний от расстройки частоты. Пунктиром обозначена скелетная кривая  $\Delta\omega = a^2$

деляем функцию

$$\Delta\omega = a^2 \pm \sqrt{\left(\frac{B}{a}\right)^2 - f_*^2}. \quad (8)$$

С помощью этой функции нетрудно построить амплитудную характеристику стационарных колебаний в зависимости от расстройки частоты (см. рисунок). Дифференцируя соотношение (8) по  $Dw$ , получаем

$$\frac{da^2}{d\Delta\omega} = \left[ \frac{2a^2(a^2 - \Delta\omega)}{3a^4 + f_*^2 - 4a^2\Delta\omega + (\Delta\omega)^2} \right]. \quad (9)$$

Если  $a^2 > f_*^2$ , то производная  $\frac{da^2}{d\Delta\omega}$  обращается в бесконечность при двух значениях:

$$\Delta\omega_{1,2} = 2a^2 \pm \sqrt{a^4 - f_*^2}. \quad (10)$$

При этом условии, как показывает анализ выражения (8), зависимость амплитуды вынужденных колебаний в некоторой области частот оказывается неоднозначной, и становится возможным срыв амплитуд (см. рисунок).

Используя методику определения устойчивости стационарных колебаний, приведенную в работе [5], можно показать, что амплитуды на ветви кривой, лежащей левее скелетной кривой, будут устойчивыми, если  $a$  возрастает вместе с  $Dw$ ; на ветви же, лежащей правее скелетной кривой, наоборот: устойчивыми будут те участки, на которых  $a$  убывает вместе с возрастанием  $Dw$ . Следовательно, на участках  $a_5a_4a_1$ ,  $a_2a_3a_6$  амплитуда стационарных колебаний устойчива, а на участке  $a_2a_1$  неустойчива. При увеличении  $Dw$  из области отрицательных значений до точки  $a_1$  происходит устойчивое плавное из-

менение амплитуды. В точке  $a_1$  производная (9) обращается в бесконечность, и амплитуда изменяется скачком от величины  $a_1$  до величины  $a_3$ . Далее, по мере увеличения  $Dw$  происходит плавное уменьшение амплитуды на участке  $a_3a_6$ .

При уменьшении  $Dw$  из области положительных значений на участке  $a_6a_2$  происходит устойчивое плавное увеличение амплитуды. В точке  $a_2$  производная (9) обращается в бесконечность и амплитуда изменяется скачком от величины  $a_2$  до  $a_4$ . При дальнейшем уменьшении  $Dw$  происходит устойчивое плавное уменьшение амплитуды на участке  $a_4a_5$ . Явление скачкообразного изменения амплитуды и представляет собой срыв амплитуды. Заметим, что явление срыва может наблюдаться только в том случае, если область частот  $(Dw)_1 - (Dw)_2$ , в которой зависимость амплитуды от частоты неоднозначна, отлична от нуля. Из (10) следует, что ширина зоны неоднозначности амплитуд тем больше, чем меньше коэффициент трения.

Аналитическое решение для стационарных колебаний и его графическая интерпретация (см. рисунок) позволяют объяснить наблюдаемое на практике бухтообразное изменение угла закручивания маятника в период подготовки землетрясения. Все стадии процесса подготовки землетрясения [7], соответствующие современным представлениям физики очага землетрясений, четко отражены различными ветвями кривой на рисунке. Так, левая ветвь кривой  $a_5a_4a_1$  отражает процесс подготовки землетрясений на его первом, втором и начальном этапах третьей стадии. Этап формирования микротрещин сопровождается высокочастотным излучением, которое по-

глощается окружающей средой. При переходе процесса во вторую и третью стадии (т.е. образование ансамбля микротрещин, роста их концентраций и т.д.) область будущего очага излучает энергию на низких частотах. При этом расстройка частот  $D\omega$  растёт, что в конечном счёте приводит к срыву амплитуд, регистрируемому прибором и интерпретируемому, как предвестник землетрясения. По мере развития и окончания третьей стадии (стадия закрытия пор - сейсмическое затишье) расстройка частоты  $D\omega$  уменьшается, что соответствует правой ветви кривой  $a_6 a_3 a_2 a_4$  на рисунке, т.е. амплитуда стационарных нутационных колебаний стабилизируется на прежнем уровне. Так как угол закручивания маятника пропорционален  $\bar{A}$  [4], то все изложенное справедливо и выполняется для угла закручивания маятника.

Этот результат является исключительно важным для прогноза землетрясений. Общий случай вынужденных стационарных колебаний сейсмического маятника рассмотрен в работе [4]. Показано, что примерно в двух случаях из трех в области резонанса происходит срыв амплитуд нутационных, крутильных и прецессионных колебаний. Причём точки срыва амплитуд этих колебаний совпадают, что приводит к бухтообраз-

ным вариациям угла закручивания маятника во времени. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Калинин И.И. Консервативные системы для геофизических исследований. М.: 1983. 129 с.
2. Зенков В.С., Калинин И.И., Нюнин М.И., Нюнина Н.А., Синякова В.Ф. Эквивалентная шумовая температура в лаборатории и землетрясения // Докл. АН СССР. 1978. Т. 239, № 1. С. 74-76.
3. Зенков В.С., Калинин И.И., Нюнин М.И. Оперативный прогноз сильных землетрясений // Докл. АН СССР. 1980. Т. 254, № 2. С. 325-327.
4. Мартынов Н.И. Введение в теорию колебаний сейсмического маятника. Алматы, 2005. 161 с.
5. Митропольский Ю.А. Метод усреднения в нелинейной механике. Киев, 1971. 440 с.
6. Гребенников Е.А., Митропольский Ю.А. Метод усреднения в исследованиях резонансных систем. М., 1992. 221 с.
7. Мячкин В.И. Процессы подготовки землетрясений. М., 1978. 232 с.

#### Резюме

Сейсмикалық маятниктің нутациялық тербелісінің ауытқу аралығының бұзылуы оның бұрылу бұрышының бухта тәріздес өзгерісін тудызады.

#### Summary

Frustration of amplitude of pendular oscillations of seismic pendulum is the reason of bay variation of angle of twist.

ИММаш им. У. А. Джолдасбекова  
МОН РК

Поступила 4.02.06г.