

A. Ж. НАЙМАНОВА

**О РАСЧЕТЕ ПОТОКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ В ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЕ**

(Представлена академиком НАН РК Ш. А. Ершиным)

На примере излучения в облачной атмосфере разработана методика расчета потоков излучения в неоднородных средах. Показана зависимость распределения потоков излучения от угла падения солнечных лучей на поверхность атмосферы.

Вопросам численного моделирования переноса излучения в атмосфере для однородной среды посвящено значительное число работ. При этом наибольшее развитие получили методы Монте-Карло применительно к задачам лучистой энергии во внеоблачной атмосфере [1, 2]. Моделирование переноса излучения с неоднородной структурой представляет на данный момент трудную задачу, поскольку в этом случае наряду с многократным рассеянием и поглощением на каплях необходимо рассматривать поглощение в полосах атмосферных газов. Поглощение определяется с помощью функции пропускания  $P_{D\rho}$ , которая не является экспоненциальной даже при малых конечных полосах длины волны, тогда понятие коэффициента поглощения теряет смысл, соответственно не представляется возможным использование уравнения переноса излучения. В связи с этим в работе [3] применяется алгоритм расчета интегральных потоков солнечного излучения в облачном слое отдельно в диапазонах видимого и инфракрасного излучения.

В настоящей работе на примере излучения в облачной атмосфере разработана методика расчета потоков излучения в неоднородных средах. Основная идея методики состоит в том, что падающий поток излучения на верхней границе разбивается на дискретное количество полос, чис-

ло которых выбирается в зависимости от условий конкретной задачи и исследуется движение каждой отдельной порции энергии. После завершения этой процедуры для одной полосы осуществляется переход к следующей и рассматривается движение данной порции энергии.

**Постановка задачи**

Рассматривается перенос энергии световыми квантами (фотонами) в неоднородной по внутренней структуре атмосфере бесконечной протяженности по  $u$  и ограниченной по плоскости  $xoy$  (схема течения приведена на рис. 1 неоднородность по  $u$  не учитывается).

Предполагается, что на верхнюю границу атмосферы падает поток солнечного света с длиной волны  $l$ ; на нижней границе происходит отражение по закону Ламберта с альбедо  $0 \leq P_a(\lambda) \leq 1$ . На верхней границе рассматривается вылет фотона из области; на левой и правой границе плоскости  $xoy$  также моделируется вылет.

В безоблачной части атмосферы перенос излучения определяется заданием оптических параметров (коэффициентов рассеяния и поглощения, индикаторов рассеяния). Внутри облаков учитывается рассеяние облачными и аэрозольными частицами, поглощение атмосферными газами

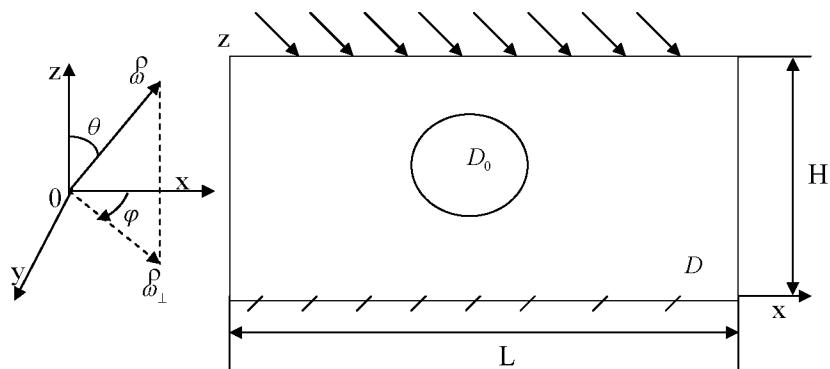


Рис. 1. Схема течения:  
 $D$  – рассматриваемая область;  
 $D_0$  – область, ограничивающая облако;  $H$  – вертикальный;  
 $L$  – горизонтальный размеры  $D \times D_0$ ;  
 $\vec{w}$  – единичный вектор направления движения;  $\vec{w}_{\perp}$  – проекция вектора  $\vec{w}$  на плоскость  $XOY$

(водяным паром и каплями воды).

Направление распространения света характеризуется полярным углом  $q$  и азимутальным углом  $j$  в полярной системе координат. Угол  $j$  отсчитывается от оси  $ox$  по часовой стрелке (см. рис. 1).

Лучистый приток тепла в случае коротковолновой радиации определяется по формуле

$$c_p \rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_s = -\operatorname{div} F = -\frac{\partial (F^\uparrow - F^\downarrow)}{\partial z}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} F^\uparrow(\lambda, z) &= \int_0^{2\pi} \int J(\lambda, z, \vec{r}) \cos \theta d\omega; \\ F^\downarrow(\lambda, z) &= \int_{-1}^0 \int J(\lambda, z, \vec{r}) |\cos \theta| d\omega; \end{aligned} \quad (2)$$

$d\omega = \sin \theta d\theta d\varphi$  – телесный угол в направлении  $\vec{r}$ ;  $q$  – угол между направлением луча и осью  $oz$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ;  $F$  – эффективный поток лучистой энергии в данной точке;  $F^\uparrow$ ,  $F^\downarrow$  – потоки излучения, направленные снизу вверх (из нижней полусферы) и сверху вниз (из верхней полусферы).

Распространение радиации в атмосфере описывается с помощью уравнения переноса лучистой энергии для стационарного поля неполяризованного излучения в случае плоскопараллельной неоднородной по высоте  $z$  атмосферы [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\cos \theta}{\rho} \frac{\partial J(\lambda, z, \vec{r})}{\partial z} &= -(k_\lambda + \sigma_\lambda) J(\lambda) + \\ &+ \frac{\sigma_\lambda}{4\pi} \int J(\lambda, z, \vec{r}') \gamma_\lambda(z, \vec{r}', \vec{r}) d\omega'. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $s_l$ ,  $k_l$  – коэффициенты рассеяния и поглощения длины волны  $l$ ,  $g_l$  – индикаторика рассеяния, которая характеризует долю радиации, рассеянной в направлении  $\vec{r}'$  по отношению ко всей рассеянной радиации;  $d\omega'$  – телесный угол в направлении  $\vec{r}'$ ;  $J(\lambda, z, \vec{r})$  – интенсивность света, поступающего на плоскость  $z = h$  в направлении  $\vec{r}$  с координатами  $t$  и  $j$ .

### Методика определения потоков излучения

Предварительно рассматриваемая область разбивается на ячейки с шагами по продольной

$h_x$  и по поперечной  $h_z$  координатам. Верхняя граница атмосферы, на которую падает поток солнечного света, разбивается на полосы конечной ширины  $\Delta x_i = i h_x$ ,  $i = 1, n_x$  – число шагов по  $x$ . Каждая полоса содержит  $iN$ -порций света (фотонов). Полосы, содержащие порции света, падающие вблизи облака и на облако, выбираются более узкими, чем с пучками света, падающего на внеоблачную атмосферу.

Следует отметить, что характеристики рассеяния реальных облаков выражаются гладкими функциями длины волны. Поэтому для достаточно больших спектральных интервалов  $D\lambda$  с малой погрешностью в соответствии с [2] можно принять

$$F^{\uparrow\downarrow}(\lambda, z) = \operatorname{const} = \frac{1}{\Delta\lambda} F^{\uparrow\downarrow}(\Delta\lambda, z) \quad \text{при } \lambda \in \Delta\lambda. \quad (4)$$

Правая часть уравнения (1) представляет в конечно-разностной форме следующим образом:  $E_k(\Delta\lambda, \Delta x_i, z)/h_z = (F^\downarrow(\Delta\lambda, \Delta x_i, h_k) + F^\uparrow(\Delta\lambda, \Delta x_i, h_{k-1}) - F^\downarrow(\Delta\lambda, \Delta x_i, h_{k-1}) - F^\uparrow(\Delta\lambda, \Delta x_i, h_k))/h_z$  – количество поглощенной радиации длины волны  $D\lambda$  в слое  $h_k \leq z \leq h_{k-1}$  ( $k = 1, N_k$ ,  $h_0 = 0$ ,  $h_{N_k} = H$ ) полосой  $\Delta x_i$  на пути фотона;  $h_0$  – нижняя граница;  $H$  – верхняя граница.

Радиационные потоки восходящего и нисходящего  $F^{\uparrow\downarrow}(\Delta\lambda, z)$  излучений во внеоблачной атмосфере рассчитываются по формуле (2).

В соответствии с [2] радиационные потоки облачных слоев определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} F_{obla}^\uparrow(\Delta\lambda, \Delta x_i, h_k) &= \\ &= \int_0^{2\pi} \int J(\Delta\lambda, \Delta x_i, h_k, \mu, \varphi) P_{\Delta\lambda}^{(1)} P_{\Delta\lambda}^{(2)} \mu d\varphi d\mu, \\ F_{obla}^\downarrow(\Delta\lambda, \Delta x_i, h_k) &= \int_{-1}^0 \int J(\Delta\lambda, \Delta x_i, h_k, \mu, \varphi) \times \\ &\times P_{\Delta\lambda}^{(1)} P_{\Delta\lambda}^{(2)} |\mu| d\varphi d\mu, \mu = \cos \theta, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $P_{\Delta\lambda}^{(1)}$ ,  $P_{\Delta\lambda}^{(2)}$  – функции пропускания водяного

пара и капель воды соответственно.

Следовательно, суммарные потоки  $F^{\uparrow\downarrow}$  в облачной атмосфере определяются суммой потоков:

$$F^{\uparrow\downarrow}(\Delta\lambda, \Delta x_i, h_k) = R F_{\text{внеобл}}^{\uparrow\downarrow} + R F_{\text{обл}}^{\uparrow\downarrow},$$

где  $R = \begin{cases} 1, & \vec{p} \in D_0, \\ 0, & \vec{p} \in D / D_0. \end{cases}$

Потоки частиц  $J$  и плотность столкновений  $f$  связаны соотношением  $f = (\sigma + k)J$ , тогда уравнение (3) после преобразования можно записать в виде интегрального уравнения относительно плотности столкновений [1, 2]:

$$f(\vec{x}) = \int_X k(\vec{x}', \vec{x}) f(\vec{x}') d\vec{x}', \quad (6)$$

где  $X = R \times \Omega$  – фазовое пространство координат и направлений,  $\vec{x} = (\vec{r}, \vec{\omega}) \in X$ . Ядро  $k(\vec{x}', \vec{x})$ , являющееся «физическими» переходной плотностью для марковской цепи столкновений с элементами вещества определяется по выражению

$$k(\vec{x}', \vec{x}) = q(\vec{p}) \frac{\gamma(\vec{p}, (\vec{p}', \vec{\omega}))}{2\pi} \frac{\sigma(\vec{p}) e^{-\tau(\vec{p}, \vec{p}')}}{|\vec{p} - \vec{p}'|^2} \delta\left(\vec{p} - \frac{\vec{p} - \vec{p}'}{|\vec{p} - \vec{p}'|}\right). \quad (7)$$

$$\text{Здесь } q(\vec{p}) = \frac{\sigma(\vec{p})}{\sigma(\vec{p}) + k(\vec{p})}; \quad \tau(\vec{p}', \vec{p}) = \int_0^\lambda (\sigma(\vec{p} + \vec{\omega}s) + k(\vec{p} + \vec{\omega}s)) ds; \quad \lambda = |\vec{p} - \vec{p}'|;$$

$$\vec{\omega} = \frac{(\vec{p} - \vec{p}')}{|\vec{p} - \vec{p}'|}; \quad q(\vec{p}) – \text{вероятность выживания}$$

кванта света;  $\tau(\vec{p}', \vec{p})$  – оптическая длина пути между точками  $\vec{r}'$  и  $\vec{r}$ ;  $\lambda$  – длина свободного пробега частицы;  $\vec{\omega}$  – единичный вектор направления пробега частицы;  $\gamma(\vec{p}, (\vec{p}', \vec{\omega}))$  – плотность распределения вероятностей косинуса угла рассеяния в точке  $\vec{r}$  (индикаторика рассеяния);  $d$  – функция по направлению, указывающая на то, что в отсутствие взаимодействия частица движется прямолинейно.

Для учета изменения оптических параметров спектр излучения ( $0,4 \leq \lambda \leq 3,6$  мкм) разбива-

ется на 15 интервалов  $\Delta\lambda_i$ ,  $i = \overline{1, 15}$  [4].

Для рассматриваемых интервалов предполагается, что индикаторика молекулярного рассеяния не зависит от высоты и длины волны и определяется формулой [1]:

$$\gamma_m(\mu_0) = \frac{3}{8}(1 + \mu_0^2), \quad -1 \leq \mu_0 \leq 1. \quad (8)$$

Индикаторики аэрозольного рассеяния вводятся следующим образом:

$$\gamma_{a,\Delta\lambda_i} = \begin{cases} \gamma_{a,\Delta\lambda_1}, & \text{при } i = \overline{1, 11}, \\ \gamma_{a,\Delta\lambda_2}, & \text{при } i = \overline{12, 15}, \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{Здесь } \gamma = \gamma_m(\mu_0) + \gamma_{a,\Delta\lambda_i}, \quad \sigma = \sigma_{as,\Delta\lambda_i} + \sigma_{ms,\Delta\lambda_i}, \quad k = k_{ac,\Delta\lambda_i} + k_{mc,\Delta\lambda_i}.$$

Во внеоблачной атмосфере рассматривается модель атмосферы, в которой коэффициенты аэрозольного  $k_{ac,\Delta\lambda_i}$  и молекулярного  $k_{mc,\Delta\lambda_i}$  поглощения, аэрозольного  $\sigma_{as,\Delta\lambda_i}$  и молекулярного  $\sigma_{ms,\Delta\lambda_i}$  рассеяния аппроксимируются кусочно-постоянными по  $z$  функциями.

Внутри облака коэффициент рассеяния принимается равным среднему значению

$$\sigma_{cp} = \frac{1}{\Delta\lambda} \sum_{i=1}^{15} \sigma_{\Delta\lambda_i} \Delta\lambda_i,$$

где  $\Delta\lambda$  ( $0,4 \div 3,6$  мкм),  $\sigma_{cp} = \sigma_{as} + \sigma_{ms}$ .

В облаке наряду с многократным рассеянием и поглощением на каплях рассматривается поглощение в полосах водяного пара. Поскольку в этом случае поглощение не описывается законом Бугера, в соответствии с [3] предполагается, что поглощение водяным паром и каплями воды в полосах водяного пара описывается функцией пропускания, имеющей смысл вероятности выживания фотона на пути длиной  $s$ , пройденном фотоном с момента входления в облако вдоль заданной траектории, с помощью подхода, предложенного в работах [2, 3].

Функции пропускания водяного пара  $P_{\Delta\lambda_i}^{(1)}$  и капель воды  $P_{\Delta\lambda_i}^{(2)}$  представляются следующими формулами [3]:

$$P_{\Delta\lambda_i}^{(1)} = \exp(-\beta_{\Delta\lambda_i} m),$$

$$P_{\Delta\lambda_i}^{(2)} = \exp(-\alpha_{\Delta\lambda_i} \rho_\omega s),$$

(10)

где  $\rho_\omega$  – водность облака;  $\beta_{\Delta\lambda_i}$ ,  $\alpha_{\Delta\lambda_i}$  – эмпирические коэффициенты поглощения водяного пара и капель воды в интервале  $\Delta\lambda_i$ ;  $s$  – геометрическая длина пути фотона в облаке;  $\rho_v$  – влажность облака;  $m$  – масса поглощающего веще-

ства.  
в неоднородном по  
поглощению случае

$$\rho_v = \rho_v(x, z), \quad m = \sum_{k=1}^n s_k \rho_v(x_k, z_k), \quad (11)$$

где  $n$  – число ячеек, которые проходит фотон вдоль траектории.

Для вычисления геометрической длины пути фотона в облаке рассматривается пересечение

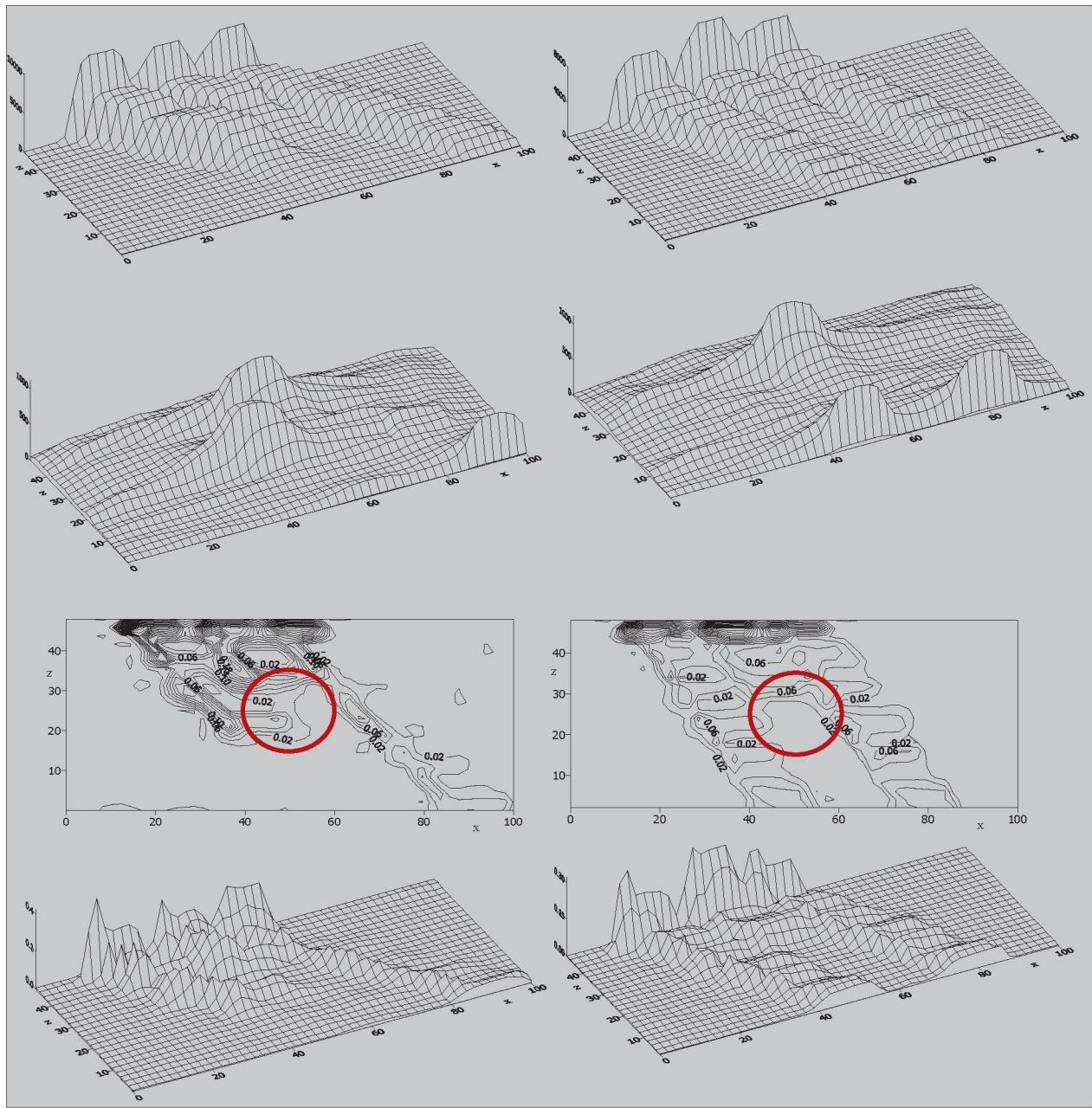


Рис. 2. Распределения потоков нисходящего  $F^\downarrow$  (а) и восходящего  $F^\uparrow$  (б) излучения и количества поглощенной радиации  $E_k$  (в, г) при  $\theta = 41^\circ$  (слева) и  $\theta = 31^\circ$  (справа)

поверхности облака прямыми вида  $R = r_0 + \delta t$  (совпадающими по направлению с траекторией фотонов). Методика определения геометрической длины пути фотона в облаке  $s$  и массы поглощающего вещества  $m$  подробно изложена в [5]. В качестве формы облака принята поверхность второго порядка (с заданными девятью точками).

Таким образом, для определения количества поглощенной солнечной радиации  $E_k(\Delta\lambda, \Delta x_i, z)$  применяется метод Монте-Карло по алгоритму, описанному в [1], в соответствии с переходной плотностью (7) отдельно для безоблачной атмосферы и облака.

### Анализ результатов

Рассмотрена следующая задача.

Атмосфера высотой  $H = 50$  км разбивается на  $N_k = 50$  слоев, коэффициенты поглощения и рассения  $\sigma_{as}, \sigma_{ms}, k_{ac}, k_{mc}, \gamma_a$  взяты из работы [4]. Альбедо  $P_a = 0,8$ .

В результате тестирования предлагаемой методики для однородной атмосферы при  $q = 55^\circ$  получено количественное согласование с данными [2].

Далее приведены результаты численного эксперимента по исследованию влияния угла падения солнечных лучей на распределение потоков излучения.

На рис. 2, а–7 показаны изолинии и поверхности распределения потоков нисходящего  $F^\downarrow$  и восходящего  $F^\uparrow$  излучения при различных углах падения солнечных лучей. Как следует из численных расчетов, поглощение потока нисходящего излучения облачным слоем существенно зависит от угла  $q$ . Из рис. 2 следует, что чем

больше угол падения, тем большее количество потока поглощается, и в обоих случаях максимальное поглощение солнечной радиации наблюдается у верхней границы облака. При этом оставшаяся часть  $F^\downarrow$  достигает до поверхности земли, после чего отражается и переходит в поток восходящего излучения  $F^\uparrow$ , картина которого также зависит от угла падения (см. рис. 2, б).

Разность между нисходящим и восходящим потоками или количество поглощенной радиации в зависимости от угла  $q$  приведено на рис. 2, в, г. Видно, что при большем угле падения (см. рис. 2, в, г, слева) количество поглощенной солнечной радиации уменьшается по сравнению с меньшим углом (см. рис. 2, в, г, справа).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике / Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А., Дарбинян Р.А., Елевов Б.С. Новосибирск: Наука, 1976. 280 с.
2. Каргин Б.А. Статистическое моделирование поля солнечной радиации в атмосфере. Новосибирск, 1984, 207 с.
3. Краснокутская Л.Д., Фейгельсон Е.М. Расчет потоков ИК солнечного излучения в облачной атмосфере // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 1973. Т. 9, №10. С. 1003-1013.
4. Кондратьев К.Я. Радиационные характеристики атмосферы и земной поверхности. Л.: Гидрометеоиздат, 1969. 564 с.
5. Алиева Б.К., Закенов С.Т. Об одной схеме моделирования траекторий фотонов при наличии изолированных облаков // Мат-лы международ. научн. конф., посвящ. 70-летию С. И. Исатаева. Алматы, 2002. С. 85-86.

### Резюме

Бұлттық атмосфераның сәулелену мысалында біртекесінде ортада сәулелену ағындарын есептөү әдістемесі өндөлген. Сәулелену ағыны таралуының атмосфера бетіне күн сәулесінің бұрышы арқылы түсінің тәуелділігі көрсетілген.

### Summary

The methods of radiation's computation in the heterogeneous medium have been elaborated as an example of the radiation in the cloudy atmosphere. The dependence of the radiation's distribution on the angle of incidence of sun rays in the atmosphere's surface are shown.

Институт математики  
МОН РК, г. Алматы

Поступила 2.10.06г.