УДК 524.8

Светлой памяти
Токтасына Савданбековича КОЖАНОВА
посвящается

Л. М. ЧЕЧИН

АНТИГРАВИТАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ КОСМИЧЕСКОЙ СРЕДЫ В НЬЮТОНОВСКОЙ КОСМОЛОГИИ

(Представлена академиком НАН РК Т. Б. Омаровым)

Показано, что вакуум порождает антигравитационную неустойчивость космической среды и поэтому может выступать в роли фактора, инициирующего образование галактик.

1. Новейшие достижения современной космологии – открытие вакуума [1], темной материи и темной энергии [2], ископаемых и невидимых галактик [3] – существенно меняют саму постановку задачи об образовании наблюдаемых структур Вселенной. Если традиционным подходом в проблеме происхождения галактик является исследование гравитационной неустойчивости барионного вещества (см., например, [4]), то факт существенного преобладания во Вселенной небарионной материи (вакуума и темного вещества) над барионной материей (их процентное соотношение составляет 95 и 5% соответственно) приводит к необходимости исследования антигравитационной (например, вакуумной) неустойчивости космической среды.

Более конкретно это означает, что не может ли сам вакуум выступать в качестве того фактора, который приводит к формированию крупномасштабных структур во Вселенной. Однако до сих пор вопрос о роли вакуума в формировании наблюдаемых крупномасштабных структур сводился, например, к исследованию влияния вакуума на динамику групп галактик [5], изучению динамики возмущений в стандартной космологической модели под воздействием вакуума [6], анализу роста флуктуаций вещест-ва в присутствии темной материи (а также вакуума) [7] и т.д.

В отличие от подобных работ здесь вакуум рассматривается как основная причина развития возмущений в космологическом субстрате. Для определенности постановки задачи будем пренебрегать даже гравитационным самодействием среды и рассматривать лишь влияние вакуума на нее ее динамику. Причем для простоты рассмотрения и выявления сущности процесса исследование антигравитационной неустойчивости космической среды проводится в рамках ньютоновской космологии.

2. Запишем уравнения гидродинамики барионной материи (космической среды) на фоне вакуума в ньютоновском приближении. (Ссылка на одну из первых работ, посвященной этой проблеме, дана в монографии [8].) Для этого учтем, что на произвольно выделенный в среде элементарный объем помимо силы, действующей со стороны барионной материи, со стороны вакуума действует дополнительная удельная сила F_v. Итак, в согласии с [4] имеем

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + div(\rho_m \vec{v}) = 0, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\,grad)\vec{v} + \frac{1}{\rho_m} gradP_m - \vec{F}_v = 0\,. \qquad (2)$$

Соотношение между этими силами может быть различным – оно определяется характерными масштабами распределения барионной материи. Действительно, при анализе динамики Местной группы галактик в работе [7] показано, что на расстояниях до одного мегапарсека ($r_0 \le 1{,}0$ Мпс) в ней доминирует сила притяжения; на расстояниях от одного до нескольких мегапарсек ($1{,}0$ Мпс $\le r_0 \le 10{,}0$ Мпс) сила притяжения приблизительно равна силе отталкивания; на расстояниях же от десяти мегапарсек и более ($r_0 \ge 10{,}0$ Мпс) в указанной группе галактик преобладает сила гравитационного отталкивания, обусловленная вакуумом. В дальнейшем нас будет интересовать случай, когда вакуум является основным возмущающим фактором структурной эволюции Вселенной. Поэтому в соответствии с постановкой задачи динамические процессы исследуются в минимально допустимых пространственных масштабах, а именно, на расстояниях $r_0 \sim 1{,}0$ Мпс.

Для исследования уравнений (1), (2) заметим, что сам вакуум описывается уравнением состояния $p_v + \rho_v = 0$. Поэтому он создает антигравитацию, а его эффективная гравитирующая энергия ρ_G является отрицательной [1], т.е.

$$\rho_G = \rho_v + 3p_v = -2\rho_v . \qquad (3)$$

Выделим теперь в пространственно бесконечной среде (барионной материи), движущейся на фоне вакуума, шар радиусом r_0. Тогда на любую частицу среды внутри шара, расположенную на расстоянии r от его центра ($r < r_0$), будет действовать гравитационная сила

$$F_v = -\frac{4\pi G\rho_G}{r^2}\int_0^r \xi^2 d\xi = \frac{8\pi G\rho_v}{r^2}\int_0^r \xi^2 d\xi . \qquad (4)$$

Она легко вычисляется из классической теории притяжения с учетом эффективной энергии вакуума (3). Производя в (4) элементарное интегрирование, получаем выражение гравитационной силы вакуума $F_v = \frac{8\pi G\rho_v}{3} r$. Подставляя ее в (1), (2), находим уравнения гидродинамики барионной материи на фоне вакуума

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + div(\rho_m \vec v) = 0, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \vec v}{\partial t} + (\vec v grad)\vec v + \frac{1}{\rho_m} gradP_m - \frac{8\pi G\rho_v}{3}\vec r = 0. \qquad (6)$$

Решение уравнений (5), (6) будем искать методом теории возмущений, считая, как и в теории Джинса, невозмущенным такое состояние барионной материи, когда она описывается условиями $\rho_{m_0} = const$, $P_{m_0} = const$ и $\vec v_0 = 0$. Возмущенное же решение удобно представить в виде плоских волн, наложенных на основное решение. Поэтому запишем его следующим образом

$$\rho_m(\vec r, t) = \rho_{m_0} + \delta\rho_m = \rho_{m_0}\left[1 + \delta(t)\cdot \sin(\vec k \vec r)\right], \qquad (7)$$

$$\vec v(\vec r, t) = 0 + \vec w(t)\cdot \cos(\vec k \vec r). \qquad (8)$$

Что касается давления барионной материи, то в силу общего вида ее уравнения состояния $P_m = P_m(\rho_m)$, оно также может быть разложено в ряд

$$P_m = P_{m_0} + \left(\frac{\partial P_m}{\partial \rho_m}\right)_0 \delta\rho_m + \cdots = P_{m_0} + b^2\delta\rho_m + \cdots, \qquad (9)$$

где b – скорость звука в барионной материи. Наконец, в соответствии с постановкой задачи целесообразно принять еще следующее ограничение: $\frac{\rho_v}{\rho_m} << 1$, а также положить, что все добавки имеют одинаковый порядок, т.е. $\delta(t) \sim \frac{w(t)}{v(r,t)} \sim \frac{\rho_v}{\rho_m}$. При всех этих условиях получим систему уравнений для нахождения добавок первого порядка к невозмущенному состоянию барионной материи

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d\delta(t)}{dt} - \vec k \vec w(t) = 0 \\ &\cos(\vec k \vec r)\frac{d\vec w(t)}{dt} + \vec k b^2 \cos(\vec k \vec r)\delta(t) - \frac{8\pi G\rho_v}{3}\vec r = 0 \end{aligned}\right\} . \qquad (10)$$

Система уравнений (10) эквивалентна линейному неоднородному дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2\delta(t)}{dt^2} + \mathrm{A}^2\delta(t) = \Phi , \qquad (11)$$

в котором коэффициенты равны следующим выражениям:

$$\mathrm{A}^2 = k^2 b^2 , \ \Phi = \frac{8\pi G\rho_v}{3}\cdot\frac{(\vec k \vec r)}{\cos(\vec k \vec r)} . \qquad (12)$$

Для интегрирования этого уравнения необходимо учесть расширение барионного вещества, порождаемое антигравитационным фоном вакуума. Другими словами, необходимо еще задать конкретный функционал $f\left(\dot{\vec r}(t), \vec r(t), t\right) = 0$, опираясь на закон расширения Хаббла. Тогда уравнения (5), (6) вместе с таким функционалом будут представлять собой замкнутую систему уравнений для трех переменных – $\delta(t), \vec w(t)$ и $\vec r(t)$.

2.1. Для произвольной космологической модели легко видеть, что расстояние между любой парой точек барионной материи описывается функционалом $\dot{\vec r} - H\vec r = 0$. Поэтому оно эволюционирует следующим образом:

$$\vec r(t) = \vec r_0 \exp Ht , \qquad (13)$$

где $\vec r_0$ – заданный начальный масштаб распределения барионной материи. Поэтому коэффициенты (12) принимают вид

$$\mathrm{A} = kb , \ \Phi = \Phi(t) = \frac{8\pi G\rho_v}{3}\cdot\frac{(\vec k \vec r_0)\exp Ht}{\cos(\vec k \vec r_0 \cdot \exp Ht)} . \qquad (14)$$

Физически наиболее интересным является непериодическое решение уравнения (11), поскольку именно оно дает возможность оценить эволюцию возмущений плотности барионной материи за космологически значимое время.

Общий вид этого решения записывается следующим образом:

$$\delta(t)=\frac{8\pi G\rho_v}{3}\cdot\frac{(\vec{k}\vec{r}_0)}{kb}\int_0^t\frac{\exp H\tau}{\cos(\vec{k}\vec{r}_0\cdot\exp H\tau)}\sin kb(t-\tau)d\tau, \tag{15}$$

но его точное интегрирование представляется весьма проблематичным. Поэтому заметим, что так как при любом значении времени $\cos(\vec{k}\vec{r}_0\cdot\exp H\tau)\le 1$, то возмущение плотности барионной материи будет не меньше величины

$$\delta_{\min}(t)=\frac{8\pi G\rho_v}{3}\cdot\frac{\vec{k}\vec{r}_0}{kb}\cdot\int_0^t\exp H\tau\cdot\sin kb(t-\tau)d\tau. \tag{16}$$

Интегрирование (16) дает

$$\delta_{\min}(t)=\frac{8\pi G\rho_v}{3}\cdot\frac{\vec{k}\vec{r}_0}{(H^2+k^2b^2)}\times$$

$$\times\left(\exp Ht-\frac{H}{kb}\sin kbt-\cos kbt\right). \tag{17}$$

Следовательно, после каждого полного периода колебаний T возмущение плотности барионной материи увеличивается в

$$\delta_{\min}(T)=\frac{8\pi G\rho_v}{3}\cdot\vec{k}\vec{r}_0\cdot\frac{\exp HT}{H^2+k^2b^2} \tag{18}$$

число раз. Что касается возмущения скорости барионного вещества, то за тот же период колебаний она станет равной

$$\vec{w}(T)=\frac{8\pi G\rho_v}{3}\cdot\frac{H}{H^2+k^2b^2}\cdot\exp HT\cdot\vec{r}_0. \tag{19}$$

2.2. Представляет также интерес исследование уравнения (11) в конкретно заданной космологической модели. Рассматривая в рамках ньютоновской космологии расширение однородной и изотропной модели для случая $\rho_m<\rho_c$, где ρ_c – критическая плотность Вселенной, можно показать [4], что соответствующий функционал имеет вид $\frac{dr}{dt}-\sqrt{\frac{8\pi G}{3}r_0^2(\rho_c-\rho_m)}=0$. Так что искомая зависимость записывается следующим образом:

$$r(t)=r_0\sqrt{\frac{8\pi G}{3}(\rho_c-\rho_m)}\cdot t. \tag{20}$$

Здесь r_0 – упоминавшееся выше заданное значение размеров шарового распределения барионной материи. Вводя выражение (20) в значения коэффициентов (12), получаем для рассматриваемой космологической модели

$$\mathrm{A}^2=k^2b^2, \tag{21}$$

$$\Phi(t)=\left(\frac{8\pi G}{3}\right)^{3/2}\cdot\frac{\vec{k}\vec{r}_0\cdot\rho_v\sqrt{(\rho_c-\rho_m)}\cdot t}{\cos\left(\vec{k}\vec{r}_0\sqrt{\frac{8\pi G}{3}(\rho_c-\rho_m)}\cdot t\right)}.$$

Решение уравнения (11) с учетом только непериодических слагаемых имеет вид

$$\delta(t)=\left(\frac{8\pi G}{3}\right)^{3/2}\cdot\frac{\vec{k}\vec{r}_0}{kb}\cdot\rho_v\sqrt{(\rho_c-\rho_m)}\times$$

$$\times\int_0^t\frac{\tau\cdot\sin kb(t-\tau)d\tau}{\cos\left(\vec{k}\vec{r}_0\sqrt{\frac{8\pi G}{3}(\rho_c-\rho_m)}\cdot\tau\right)}. \tag{22}$$

Вычисление этого интеграла возможно лишь приближенно, поэтому имеем следующий результат:

$$\delta(t)\approx\left(\frac{8\pi G}{3}\right)^{3/2}\cdot\frac{\vec{k}\vec{r}_0}{kb}\cdot\rho_v\sqrt{(\rho_c-\rho_m)}\times$$

$$\times\left(\frac{t^2}{2}\sin kbt-kb\frac{t^3}{3}\cos kbt\right) \tag{23}$$

при условии, что

$$b=r_0\sqrt{\frac{8\pi G}{3}(\rho_c-\rho_m)}. \tag{24}$$

Из (23) видно, что возмущение плотности барионного вещества, вообще говоря, неограниченно возрастает со временем, обеспечивая фрагментацию космического субстрата. Однако это ведет к нарушению условия $\delta(t)<<1$, при котором было получено само выражение (23). Тем не менее решение (23) в пределах допустимых значений входящих в него величин правильно описывает эволюцию – рост – плотности барионного вещества. Поэтому антигра-витационная неустойчивость барионной космической материи дает эффект нарастания амплитуды ее (космической материи) колебаний и в конечном итоге должна приводить к процессу формирования галактик и их скоплений (см. раздел 3).

Что касается приближенного выражения для возмущения скорости движения барионного вещества, то оно имеет вид

$$\vec{w}(t) \approx \left(\frac{8\pi G}{3}\right)^{3/2} \cdot \rho_v \sqrt{(\rho_c - \rho_m)} \times$$

$$\times \left(t\frac{\sin kbt}{kb} - \frac{t^2}{2}\cos kbt\right) \cdot \vec{r}_0, \qquad (25)$$

свидетельствующий о ее непрерывном увеличении.

3. Рассмотрим некоторые космологические следствия полученных выводов в соотнесении их со стандартными результатами [4]. Ньютоновская теория образования галактик, как хорошо известно, применима в эпоху преобладания во Вселенной вещества над излучением. В этот период уравнение состояния барионного вещества (одноатомный идеальный газ) характеризуется условием $P_m << \rho_m$,

а скорость звука имеет значение $b^2 = \dfrac{5k_B T_R}{3m_H}$. Здесь

T_R – температура, при которой происходит рекомбинация водорода; m_H – масса атомарного водорода; k_B – постоянная Больцмана. Поэтому $b \approx 7{,}5\cdot 10^5$ см/с. Поскольку эпоха рекомбинации начинается с момента $t_R \sim 10^{13}$ с (и длится до настоящего времени), то максимально возможное численное значение волнового вектора будет равно $k = k_R = \dfrac{2\pi}{\lambda_R} = \dfrac{2\pi}{ct_R} \propto 2{,}1\cdot 10^{-23}$ см$^{-1}$. Отсюда

следует, что $kb \approx 1{,}5\cdot 10^{-17}$ с$^{-1}$ и, стало быть, $H >> kb$ при значении постоянной Хаббла $H \propto 10^{-13}$ с$^{-1}$

(При малых временах, как известно [4], $H = \dfrac{2}{3}t^{-1}$.)

Итак, вместо (18) и (19) приближенно имеем

$$\delta_{\min}(T) \approx \frac{8\pi G\rho_v}{3} \cdot \frac{k\vec{r}_0}{H^2} \cdot \exp HT,$$

$$\vec{w}(T) \approx \frac{8\pi G\rho_v}{3}\frac{\vec{r}_0}{H} \cdot \exp HT. \qquad (26)$$

Так как $\rho_v \approx 0{,}4\cdot 10^{-29}$ г/см^3, то для $r_0 \sim \lambda \sim ct_R$ и $T \to 0$ получаем такую численную оценку относительной начальной добавки к плотности вещества – $\delta_{\min}(0) \propto 10^{-9}$. Что касается численного значения начальной скорости, то она равна $w(0) \propto \cdot 10^1$ см/с и носит явно нерелятивистский характер. Следовательно, минимально возможная «затравочная» масса сферической флуктуации (масса Джинса) может быть оценена классическим образом – $M_f =$

$$= \frac{4}{3}\pi\lambda_R^{\ 3} \cdot \delta\rho_m \quad \frac{4}{3}\pi\lambda_R^{\ 3} \cdot \delta_{\min}(0)\rho_m \approx 10^{33}\,\text{г} \approx M_\Theta \ .$$

Здесь $\rho_m \sim 10^{-30}$ г/см^3 – плотность догалактического барионного вещества, а M_Θ – масса Солнца. Однако довольно быстро – к моменту $t \sim (10^{19} - 10^{20})$ с – масса флуктуации достигает значения $10^8 M_\Theta$, соответствующего массе карликовой галактики.

Обратимся теперь к выражению (23). Учитывая приведенные оценки, получаем, что $kbt_R \approx \approx 1{,}5\cdot 10^{-4} << 1$. Стало быть, это выражение упрощается и принимает вид

$$\delta(t_R) \approx \left(\frac{8\pi G}{3}\right)^{3/2} \cdot \frac{k\vec{r}_0}{2kb} \cdot \rho_v\sqrt{(\rho_c - \rho_m)} \cdot t^2. \quad (27)$$

Для нахождения его численного значения найдем r_0, опираясь на выражение (24). В результате подстановки в (24) необходимых величин имеем $r_0 = \sqrt{\dfrac{3}{8\pi G(\rho_c - \rho_m)}} \cdot b \approx 10^{24}\,\text{см} \propto 1$ Мпс. Причем эта оценка практически совпадает с приведенной выше величиной радиуса сферы барионной материи, равного $r_0 = ct_R \approx 3{,}0\cdot 10^{23}$ см. Следовательно, относительная флуктуация плотности барионного вещества, рассчитанная по формуле (27), такова: $\delta(t_R) \propto 10^{-11}$. Соответствующая этой флуктуации масса равна $M_f \propto 10^{33}$г $\approx M_\Theta$, если принять $\rho_c \sim 10^{-29}$ г/см^3 . Как и в предыдущем примере, с развитием возмущений по квадратичному закону (27) она будет увеличиваться со временем и может привести к формированию объектов с галактической массой. При этом, однако, в обоих случаях всегда должно удовлетворяться неравенство $\delta(t) << 1$.

С другой стороны, флуктуации с появлением объектов порядка солнечной массы, в свою очередь, могут стимулировать и процесс звездообразования.

Приведенные численные оценки показывают, что, несмотря на явную упрощенность самой постановки задачи – пренебрежение гравитационным самодействием материи, неучет ее термодинамических свойств, ограничение рассмотрением лишь нерелятивистской модели, она вполне удовлетворительно описывает новый физический механизм образования крупномасштабных структур во Вселенной. А именно, сам вакуум порождает антигравитационную неустойчивость космической среды и поэтому может выступать в роли того фактора, который инициирует образование галактик, а возможно, и их скоплений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Riess A.G.* et al. Astronomical. Journal. 1998. V. 116. P. 1009; *Perlmutter S.*et al. // Astrophysical Journal. 1999. V. 517, N 565; *Чернин А.Д.* // УФН. 2001. V. 171, N 1153.

2. *Sadoulet B.* Current topics in Astrofundamental Physics: Primordial Cosmology / NATO ASI Series. Kluwer Academic Publishers. 1998. V. 517; *Chiba T., Okabe T., Yamaguchi M.* // Phys. Rev. 2000. V. D62, P 023511; *Gudmundsson E.H., Bjųrnsson G.* // Astronomical Journal. 2002. V. 565. P. 1; *Daly R.A., Djorgovski S.G.* // Astronomical Journal. 2004. V. 612. P. 652.

3. *Ponman T.L.* et al. // Nature. 1994. V. 369. P. 462; *Jones L.R.* et al. // MNRAS. 2000. V. 312. P. 139; *Sun M.* et al. // Astrophysical Journal. 2004. V. 612. P. 805; *D'Onghia E.* et al. // Astrophysical Journal. 2005. V. 630. P. L109.

4. *Зельдович Я.Б., Новиков И.Д.* Строение и эволюция Вселенной. М.: Наука, 1975; *Вейнберг С.* Гравитация и космология. М.: Мир, 1975.

5. *Minz A., Orlov V.* Order and Chaos in Stellar and Planetary Systems // ASP Conference Series. 2004. V. 316. P. 291.

6. *Percival W.J.* // Astronomy & Astrophysics. 2005. V. 443. P. 819.

7. *Долгачев В.П., Доможилова Л.М., Чернин А.Д.* // Астрономический журнал. 2003. Т. 80. С. 792.

8. *Мак-Витти Г.К.* Общая теория относительности и космология. М.: ИЛ, 1961.

Резюме

Вакуум ғарыштық ортаның антигравитациялық орнықсыздығын туғызатыны көрсетілген, сондықтан ғаламның пайда болуына ынталы фактор рөлінде бола алады.

Summary

It is shown that vacuum creates the antigravitational instability of cosmic substance and that's why it may be as the factor initiating a galaxies formation.

Астрофизический институт
им. В. Г. Фесенкова, г. Алматы

Поступила 2.05.06г.