*Г. УАЛИЕВ, З. Г. УАЛИЕВ*

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ С СУЩЕСТВЕННО УПРУГИМ ЗВЕНОМ

Впервые сформулирована задача динамики рычажных механизмов с существенно упругими (конечные упругие перемещения) звеньями в целях аналитического определения инерционных параметров системы с нелинейными функциями положения. Предложен новый метод определения параметров механической системы из уравнения движения исполнительных и передаточных механизмов с упругими звеньями при построении математических моделей многомассовых колебательных систем.

## Математическая модель многомассовых систем

Построение математических моделей многомассовых крутильных колебательных систем с сосредоточенными массами, к которым приво-дятся многие расчетные схемы технологических машин, связано с созданием общих динамических моделей системы и локальных моделей исполнительных или передаточных кулачково-рычажных механизмов с нелинейными функциями положения.

К многомассовым крутильно-колебательным системам относятся системы с сосредоточенными параметрами, соединенными между собой упругими безмассовыми участками валов. Эти системы могут быть цепные, а также разветвленные, с постоянными и периодически изменяемые параметрами [I]. При составлении динамической модели исходят из предположений, что инерционные свойства системы отображаются массами $m_{ij}$ или моментами инерции $J_{ij}$, сосредоточенными в сечениях, которые соединены безынерционными упругодиссипативными связями с жесткостью $c_{ij}$ . Движение такой многомассовой крутильной системы описывается системой уравнений вида

$$\left\|a_{ij}\right\|\left\{\ddot{q}_j\right\}+\left\|b_{ij}\right\|\left\{\dot{q}_j\right\}+\left\|c_{ij}\right\|\left\{q_j\right\}=\left\{Q_j\right\}. \quad (1)$$

Здесь $\left\|a_{ij}\right\|,\left\|c_{ij}\right\|$ – матрицы инерционных и квазиупругих коэффициентов; $q_j$ – обобщенные координаты.

Инерционные коэффициенты $a_{ij}$ каждого приводимого к общему валу механической системы зависят от значений приведенных к ним моментов инерции отдельных механизмов, т.е.

$$a_{ij}=f(J_{ij})=f(q_i).$$

Значения $J_{n_i}(q_i)$ определяются методом приведения масс из условия равенства кинетических энергий для каждого положения приводимого механизма, определяемого обобщенной координатой $q_i$ звена приведения. При построении математической модели таких систем возникает необходимость, связанная с длительным экспериментально-расчетным вычислением приведенных инерционных параметров многих передаточных и исполнительных механизмов.

В быстроходных машинных агрегатах используются шарнирно-рычажные механизмы с существенно упругими звеньями. Процесс закручивания валов или сжатия пружин осуществляется за счет передаточных механизмов под действием движущего момента со стороны двигателя. Разрядка происходит под действием потенциальных энергий закрученных валов или сжатых пружин. При этом движение таких исполнительных механизмов упругими звеньями не зависит от вращения главного вала машинного агрегата (механизмы независимого движения).

Часто приводимые к сечениям общей модели машин передаточные или исполнительные механизмы представляют собой систему с одной степенью свободы с жесткими звеньями. Движение такого механизма описывается уравнением

$$J_n(\varphi)\ddot{\varphi}(t)+0,5J_n'(\varphi)\dot{\varphi}^2(t)=Q(\varphi), \quad (2)$$

где $j$ – угол поворота звена приведения; $Q(j)$ – обобщенная сила.

**Постановка задачи.** При анализе и синтезе механизмов обычно исходят из идеальной модели машины, т.е. пренебрегают динамическими ошибками. Оценка динамических ошибок, определение неравномерности вращения ведущих звеньев, наивыгоднейших соотношений между массами и силами, обеспечивающих заданный режим движения, являются одной из основных задач динамического анализа и синтеза. Для их решения используются более сложные модели машины, учитывающие упругости звеньев, характеристики двигателей и т.д.

Предлагается новый аналитический метод определения инерционных коэффициентов динамической модели машин с использованием уравнений движения отдельных, приводимых к общему валопроводу механизмов вида (2). Значения приведенных моментов сил могут быть определены известными методами для каждого приводимого механизма. Законы движения без учета колебательных явлений, динамических ошибок входных звеньев отдельных механизмов определяются из характеристики двигателя и функции положения. Использование уравнения движения исполнительных механизмов с упругими звеньями для определения приведенного момента инерции при построении общей динамической модели сложной машины удобно при изучении движения так называемых механизмов независимого действия. Такие механизмы, у которых основное движение осуществляется за счет моментов упругих сил закрученных валов или сжатых пружин, часто встречаются в текстильных машинах [2]. Действительно, уравнение (2) может быть рассмотрено относительно функции $f(j)$ как линейное дифференциальное уравнение первого порядка с коэффициентами $\dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$. Например, движение механизма боя станка СТБ [2] в процессе зарядки (закручивания) торсионного вала можно описывать уравнением

$$\dot{\varphi}^2(t) J'_n(\varphi) + 2\ddot{\varphi}(t) J_n(\varphi) + k\varphi = 0, \qquad (3)$$

где $j(t)$ – угол поворота упругого вала, значение которого определяется функцией положения механизма и характеристикой двигателя. Закручивания упругих валов и сжатия упругих пружин в быстроходных механизмах осуществляются в течение сравнительно большего времени, чем время разрядки упругих элементов. Движение исполнительных механизмов с конечнодеформируемыми звеньями, например вал закручивается на 30–32°, пружины сжимаются на 30–40 мм, определяется номинальной скоростью вращения главного вала машинного агрегата и функцией положения. Решив уравнение (3) при известных начальных условиях, можно определить значения приведенного момента инерции механизма для каждого положения системы.

**Решение задачи динамики по определению инерционных параметров.** Дифференциальное уравнение первого порядка относительно при-веденного момента инерции исполнительного механизма имеет вид

$$J'_n(\varphi) + \frac{2\ddot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}^2(t)} J_n(\varphi) = \frac{-k\varphi(t)}{\dot{\varphi}^2(t)}. \qquad (4)$$

Решение уравнения (4) при $\dot{\varphi}(t) \neq 0$ следующее:

$$J_n(\varphi) = e^{-\int \frac{2\ddot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}^2(t)} \frac{d}{d\varphi}} \left( C - k \int \frac{\varphi(t)}{\dot{\varphi}^2(t)} e^{2\int \frac{\ddot{\varphi}}{\dot{\varphi}^2} \frac{d}{d\varphi}} dt \right).$$

Вычисляя отдельно интеграл

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{\ddot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}^2(t)} d\varphi = \int_{t_0}^{t} \frac{\ddot{\varphi}(t)\dot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}^2(t)} dt = \int_{t_0}^{t} \frac{d\dot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}(t)} dt = In \frac{|\dot{\varphi}(t)|}{|\dot{\varphi}(t_0)|},$$

получаем

(5)

где $C$ – постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий; $j(t)$ определяется через функции положения между главным валом машинного агрегата и входным звеном исполнительного механизма с упругим звеном.

Таким образом, решение обратной задачи динамики позволяет автоматизировать построения математической модели исполнительного механизма, и решением уравнения (2) определяется закон движения механизма с упругими звеньями в процессе разрядки, т.е. в периоде раскручивания упругого вала или разжатия пружин.

Поскольку положение механизма в процессе разрядки (раскручивания) под действием закрученного упругого вала соответствует его положению при зарядке, полученные значения приведенного момента инерции и определяют инерционные характеристики системы при моделировании ее движения в процессе разрядки.

Использование уравнения движения исполнительных механизмов для определения приведенного момента инерции при построении общей динамической модели сложной механической системы удобно при изучении движения так называемых механизмов независимого действия [3]. Такие механизмы, у которых основное движение осуществляется за счет моментов упругих сил закрученных валов или сжатых пружин, часто встречаются в быстроходных машинах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вульфсон И.И.* Динамические расчеты цикловых машин. Л., 1976. 328 с.

2. *Джолдасбеков У.А., Уалиев Г.У.* Совершенствование механизмов прокладывания утка на многоцветных ткацких станках СТБ. М., 1986. 201 с.

3. *Уалиев Г.* Динамика механизмов и машин. Алматы, 2000. 284 с.

**Резюме**

Сызықсыз функциялы серпімді буынды иінді механизмдердің инерциялық моменттерін аналитикалық түрде анықтау мақсатымен олардың динамикасының кері есептерін қою қарастырылған. Көпмассалы механикалық жүйелер қозғалысының математикалық модельдерін құруда инерциялық коэффициенттерді анықтау әдісі көрсетілген.

**Summary**

The inverse problem of dynamics of lever mechanisms with elastic linkages for analytical determination of inertial parame-ters of a system with non-linear place functions is formulated. The technique of determination of reduced moments of inertia from an equation of motion of mechanism in the period of tor-sion angle of the elastic arbor or compression of springs at mathematical models making of multimass vibratory systems is given.

*Поступила 3.06.06г.*

УДК 517.927.25