УДК.539.17

К. А. ЖАКСЫБЕКОВА

О ТЕОРЕМЕ ЗИГЕРТА В ФОТОНУКЛОННЫХ РЕАКЦИЯХ

В рамках длинноволнового приближения проведен сравнительный анализ амплитуд процессов фотонуклонной эмиссии (γ, N) для ядер p-оболочки, построенных как с учетом, так и без учета теоремы Зигерта.

Фотоядерные процессы двухчастичной фрагментации $A(\gamma,a)b$ представляют собой наиболее информативную и прямую возможность апробации различных модельных подходов к описанию структуры атомного ядра, так как операторы электромагнитного взаимодействия достаточно хорошо изучены, а фактор искажения в начальном канале минимален [1].

Вопрос об относительном проявлении нуклонных и мезонных степеней свободы в ядерной среде и в настоящее время относится к категории фундаментальных. В фотоядерных процессах возможно учесть мезонные токи посредством обобщенной теоремы Зигерта или применением уравнения непрерывности в рамках нерелятивистской квантовой механики. Корректность применимости обобщенной теоремы Зигерта обусловлена степенью самосогласованности описания состояний дискретного и непрерывного спектров, задействованных в исследуемых процессах $A(\gamma,a)b$ [2–4].

В настоящей работе рассматриваются некоторые закономерности процессов фотонуклонной эмиссии (γ,N) на ядрах p-оболочки (число нуклонов $4<A\leq16$) в низкоэнергетическом пределе, обусловленные конструкцией операторов электромагнитного взаимодействия, построенных как с учетом теоремы Зигерта, так и без учета таковой.

Общим моментом для таких реакций является то, что исходные волновые функции (ВФ) в модели оболочек имеют s^4p^{A-4} структуру. Следовательно, при отделении одного нуклона из p-оболочки функции относительного движения "нуклон – ядро-остаток" представляют собой в оболочечной классификации безузловые функции $R_{1P}(r)$, соответствующие квантовым числам $N\Lambda=11$ [5]. Заметим, что, с одной стороны, вид функций модели оболочек является критерием для ВФ, полученных в более сложных ядерных моделях, например кластерных. В то же время некоторые отличия, связанные с различными методами построения радиальных функций, отражают особенности феноменологии, заложенной в данной модели. В частности, это проявляется в таких характеристиках ядра, как среднеквадратичный радиус и асимптотическая константа, которые, по существу, определяют характер локализации нуклона в поле ядра-остова.

Далее представлены в общем виде алгебраические выражения для матричных элементов процесса (γ,N), рассчитанные в длинноволновом приближении. В качестве примера применения полученных результатов рассмотрен канал фрагментации $^7Li \to {}^6Li + n$.

1. Дифференциальное сечение процесса двухчастичного фоторасщепления $A(\gamma,a)b$ в системе центра масс может быть представлено в следующем общем виде [6]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta,E_\gamma)=\frac{\mu q}{4\pi(2J_i+1)}\sum_{\substack{M_{S_a},M_{S_b}\\ M_i,\lambda=\pm1}}\left|M_{fi}(k_\gamma,\lambda)\right|^2, \quad (1)$$

где μ – приведенная масса частиц a и b, q – импульс относительного движения. Начальное ядро характеризуется полным моментом J_i и его проекцией M_i.

После проведения мультипольного разложения матричные элементы $M_{fi}(\vec{k}_\gamma,\lambda)$ с учетом ориентации γ-кванта по оси z ($\vec{k}_\gamma \parallel z$) можно представить в виде

$$M_{fi}(k_\gamma,\lambda)=-\sum_{J,\lambda}\sqrt{2\pi(2J+1)}\,i^J\left(T^{el}_{J\lambda}+\lambda T^{mag}_{J\lambda}\right). \quad (2)$$

Поскольку нас интересует область энергий γ-квантов значительно ниже порога образования мезонов, то для мультипольных операторов $T_{J\lambda}$ используем длинноволновое приближение. Приведем их явный вид для операторов магнитного и электрического переходов ранга J:

$$T^{el}_{J\lambda}=-\frac{k_\gamma^J}{(2J+1)!!}\left(\frac{J+1}{J}\right)^{1/2}\left\{\hat{e}_i r_i^J Y_{J\lambda}(\hat{r}_i)+\right.$$

$$\left.+\,i\frac{k_\gamma}{2M(J+1)}\hat{e}_i\hat{\mu}_i\vec{\sigma}_i\left[\vec{r}_i\times\vec{\nabla}_i\left(r_i^J Y_{J\lambda}(\hat{r}_i)\right)\right]\right\}, \quad (3)$$

$$T^{mag}_{J\lambda}=i\frac{k_\gamma^J}{(2J+1)!!}\left(\frac{J+1}{J}\right)^{1/2}\times$$

$$\times\left\{\hat{\mu}_i\vec{\sigma}_i+\frac{2}{J+1}\hat{e}_i\vec{L}_i\right\}\frac{\hbar}{2M_N}\vec{\nabla}\left(r_i^J Y_{J\lambda}(\Omega_i)\right). \quad (4)$$

Конвективная часть оператора $T^{el}_{J\lambda}$ получена с учетом теоремы Зигерта [1]. Следует отметить также, что согласно правилу Морпурго магнитные ML-переходы существенно подавлены по сравнению с электрическими, поэтому актуально обсудить именно конвективные электрические EJ-переходы [6].

Оператор (3) без учета теоремы Зигерта имеет следующий вид для конвективной части:

$$T^{Z}_{J\lambda}=-\left(\frac{\hbar}{M_N c}\right)\frac{k_\gamma^{J-1}}{(2J+1)!!}\sqrt{(J+1)(2J+1)}\,\hat{e}_i\vec{Y}^{J-1}_{J\lambda}(\vec{r})\cdot\vec{\nabla}_i, \quad (5)$$

где M_N – масса нуклона, c – скорость света, $\vec{Y}^{J-1}_{J\lambda}(\vec{r})$ – шаровой вектор. Используем [7] для определения циклических компонент оператора $\nabla_{1\mu}$

$$\nabla_{1\mu}f_l(r)Y_{lm}(\Omega)\quad\sum_{\bar{l}=l\pm1,\bar{m}}C^{\bar{l}\bar{m}}_{1\mu lm}Y_{\bar{l}\bar{m}}(\Omega)g_{\bar{l}}(r), \quad (6)$$

где дифференциальная часть оператора имеет вид

$$g_{l+1}(r)=\sqrt{\frac{l+1}{2l+3}}D_+f_l(r),\quad g_{l-1}(r)=\sqrt{\frac{l}{2l-1}}D_-f_l(r),$$

$$D_+=\frac{d}{dr}-\frac{l}{r},\quad D_-=\frac{d}{dr}+\frac{l+1}{r}. \quad (7)$$

ВФ в начальном канале $R^{(\kappa)}_{j,s_c}(y)$ будем характеризовать полным моментом, четностью и изоспином – J_i^{π}, T_i, а также угловым моментом κ по координате относительного движения нуклон-“ядро-остаток” $\vec{y}=\vec{R}_{A-1}-\vec{r}_N$. Моменты связаны правилом векторного сложения со спином канала s_c следующим образом $\vec{s}_c=\vec{J}_i+\vec{\kappa}$.

ВФ в непрерывном спектре $R_{lj_f}(qy)$ строятся с учетом спин-орбитального расщепления парциальных волн с орбитальным моментом l по полному моменту j_f с учетом векторной связи $\vec{s}_c=\vec{l}+\vec{j}_f$. При этом спин нуклона $s_N=\frac{1}{2}$, полный момент ядра-остатка j и спин канала s_c также отвечают правилу треугольника $\vec{s}_c=\vec{j}+\vec{s}_N$.

Используя правила векторного сложения, технику суммирования коэффициентов Клебша–Гордана [7], получаем следующее выражение для матричного элемента (2) конвективных EJ-переходов в реакции (γ,N):

$$\left|M_{fi}\right|^2=4\pi\sum_{\substack{\Lambda M_\Lambda, s_c,\\ \lambda=\pm1}}(2\Lambda+1)(2s_c+1)\left|M^{(\sigma\tau)}\right|^2\times$$

$$\times\left|\sum_{\substack{l m_l, j_f,\\ \kappa, J}} C_{EJ}(-i)^l e^{-i\delta_{lj_f}} Y_{lm_l}(\Omega_q) J^{(\kappa)}_{lj_f,J}(q) C^{J\lambda}_{lm_l\Lambda M_\Lambda}\times\right.$$

$$\left.\times\sqrt{2\kappa+1}(2j_f+1)\begin{Bmatrix}\kappa & l & J\\ j_f & J_i & s_c\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\Lambda & l & J\\ j_f & J_i & s_c\end{Bmatrix}\right|^2. \quad (8)$$

Здесь $M^{(\sigma\tau)}$ – спин-изоспиновый матричный элемент. Радиальный интеграл перекрывания определен следующим образом:

$$J^{(\kappa)}_{lj_f,J}(q)=\int R_{lj_f}(qy)\hat{O}_{J\lambda}(y)R^{(\kappa)}_{j,s_c}(y)ydy. \quad (9)$$

В выражении (9) координатная операторная часть $\hat{O}_{J\lambda}(y)$ имеет следующий явный вид: для операторов (3) с учетом теоремы Зигерта

$$\hat{O}_{J\lambda}(y)=C^{10}_{10J0}\cdot y^J \quad (10)$$

и для операторов (5)–(7), построенных для однонуклонных токов без применения теоремы Зигерта

$$\hat{O}^Z_{J\lambda}(y)=\sqrt{2J-1}\sum_{\bar{l}=1\pm1}(2\bar{l}+1)C^{10}_{J-10\bar{l}0}\begin{Bmatrix}1 & J-1 & J\\ 1 & 1 & \bar{l}\end{Bmatrix}y^{J-1}g_{\bar{l}}(y). \quad (11)$$

Итак, полученные выражения для матричных элементов (8)–(11) применимы для расчета наблюдаемых характеристик процессов (γ,N) для всех ядер p-оболочки и их изотопов. Отличия, связанные с особенностями спин-изоспиновой структуры данного ядра, учитываются в (8) матричным элементом $M^{(\sigma\tau)}$.

В то же время алгебраическая и координатная часть в (8) для этих процессов имеет формально общий вид. Очевидно, что в случае использования операторов (3) в подынтегральном выражении $J^{(\kappa)}_{lj_f,J}(q)$ действие оператора $\hat{O}_{J\lambda}(y)$ (10) на функцию связанного состояния $R^{(\kappa)}_{j,s_c}(y)$ сводится просто к умножению на степенную функцию y^J. Однако использование операторов $\hat{O}^Z_{J\lambda}(y)$ (11) приводит к тому, что ***каждой*** парциальной волне l в непрерывном спектре будут соответствовать ***различные*** радиальные ВФ, построенные из $R^{(\kappa)}_{j,s_c}(y)$.

Отметим также, что в интеграле (9) можно использовать как радиальные функции трансляционно-инвариантной модели оболочек, так и вариационные кластерные функции, разложенные по гауссовскому базису

$$R_\kappa(r)=\sum_i r^\kappa C_i e^{-\alpha_i r^2}. \quad (12)$$

Далее проиллюстрируем полученные результаты на примере фрагментации ядра ^7Li в канале ^6Li+n.

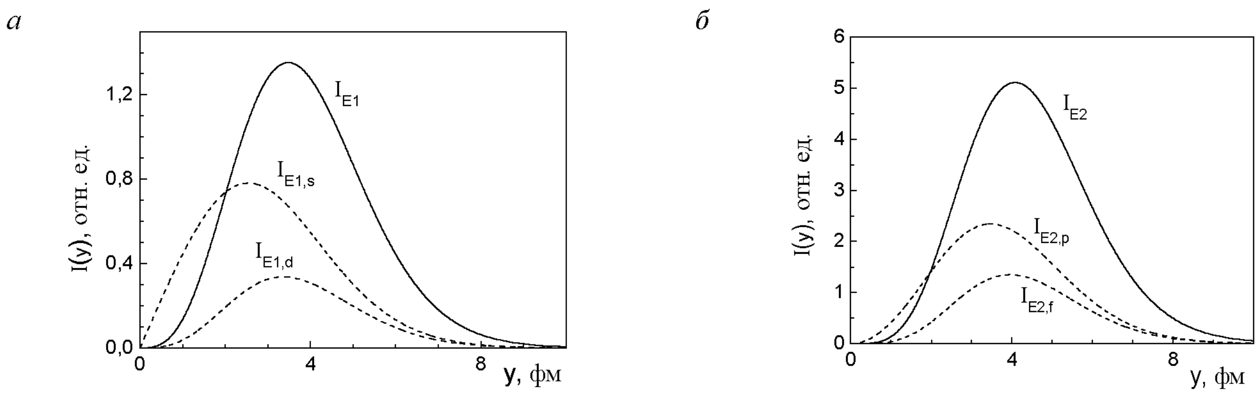
2. В работе [8] методом проектирования были получены ВФ относительного движения ^6Li+n в виде (12). В случае образования ядра ^6Li в основном состоянии доминирует $1P$-компонента. Для части подынтегрального выражения (9) $\hat{O}_{J\lambda}(y)R^{(\kappa)}_{j,s_c}(y)$ введем следующие обозначения: для операторов, построенных с учетом теоремы Зигерта

$$I_{EJ}(y)=R_P(y)\cdot y^J \ (11),$$

для операторов $I_{EJ,1}(y)$, построенных без учета теоремы Зигерта для E1 и E2-переходов

$$I_{E1,s}(y)=\sum_i C_i(3-2\alpha_i y^2)ye^{-\alpha_i y^2},$$

$$I_{E1,d}(y)=2\sum_i C_i\alpha_i y^3 e^{-\alpha_i y^2}, \quad (13)$$



Подынтегральные выражения $I_{EJ}(y)$ и $I_{EJ,1}(y)$ для парциальных амплитуд E1- и E2-переходов в канале $^7Li \to {}^6Li + n$

$$I_{E2,p}(y) \quad \sqrt{\frac{6}{5}}\sum_i C_i(2,5-2\alpha_i y^2)y^2 e^{-\alpha_i y^2},$$

$$I_{E2,f}(y) = \sqrt{\frac{6}{5}}\sum_i C_i\alpha_i y^4 e^{-\alpha_i y^2}. \qquad (14)$$

На рис. представлены результаты расчетов подынтегральных выражений (11)–(14) для E1- и E2-переходов. Как видно из рисунков, эффективный учет обменных мезонных токов посредством теоремы Зигерта приводит к «выталкиванию» волновых функций из внутренней области ядра как для четных, так и нечетных волн, тем самым имитируя отталкивания нуклонов на малых расстояниях.

В заключение отметим, что полученные результаты (8)–(11) можно также использовать для переходов на возбужденные состояния ядра-остатка A-1, а также для расчетов обратных процессов – радиационного захвата нуклонов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Айзенберг И., Грайнер В.* Механизмы возбуждения ядра. М., 1973.

2. *De Forest T., Walecka Jr. and J.D.* // Adv. Phys. 1966. V. 15, N 57. 109 p.

3. *Arenhoevel H., Weyrauch. M.* // Nucl. Phys. A. 1986. V. 457. P. 573.

4. *Joenpera I.* //Ann. Ac Scie. Fennicae. Ser. A. VI. Physica. Helsinki. 1972. V. 397. 34 p.

5. *Немец О.Ф., Неудачин В.Г., Рудчик А.Т.* и др. Нуклонные ассоциации в атомных ядрах и ядерные реакции многонуклонных передач. Киев, 1988.

6. *Буркова Н.А., Жаксыбекова К.А., Жусупов М.А.* // ЭЧАЯ. 2005. Т. 36, вып. 4. С. 801.

7. *Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.* Квантовая теория углового момента. Л., 1975.

8. *Буркова Н.А., Жаксыбекова К.А* // Вестник КазНУ. Сер. физ. 2005. С. 11-16.

Резюме

Ұзынтолқындық жуықталуда Зигерт теоремасын ескере отырып та, оны ескермей де құрылған *p*-қабықшаның ядролары үшін (*g*,*N*) фотокулондық эмиссиялары процестерінің амплитудаларына салыстырмалы талдау жүргізілген.

Summary

Within the long wave approximation a comparative analysis of one-nucleon (γ, N) photoemission amplitudes for *p*-shell nuclei was implemented both with and without taking the Siegert's theorem into account.

КазНУ им. аль-Фараби,
г. Алматы

Поступила 16.06.05 г.