УДК 523.112

К. К. ЕРЖАНОВ, Р. МЫРЗАКУЛОВ

СТРУНА НА ФОНЕ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрена космологическая модель, в которой присутствуют невзаимодействующие компоненты излучения, барионной материи, вакуума и струна. Для данной модели получено выражение для масштабного фактора в зависимости от постоянной Хаббла и времени t.

1. Введение. В последнее время особенно интенсивное развитие получили нелинейные модели, описывающие струны на фоне нестационарных физических полей. Некоторые интересные результаты для нестационарных полей уже получены. Прежде всего это решение для черной дыры для $D = 1$.

Согласно последним наблюдательным данным во Вселенной присутствует космический вакуум, плотность которого превышает плотность всех других форм энергии, вместе взятых. Поэтому важно найти уже полученное ранее уравнение для метрики струны, для пространства, где присутствуют все эти компоненты.

2. Трехкомпонентная модель. В этой статье рассматривается струна, находящаяся в пространстве, заполненном невзаимодействующими пылевидной материей, излучением и вакуумом в рамках метрики Робертсона–Уолкера, где время соответствует полю Лиувилля [1].

Если принять, что эти компоненты не взаимодействуют между собой, тогда уравнение для плотности энергии будет записываться как следующая сумма:

$$\varepsilon = \varepsilon_d + \varepsilon_r + \varepsilon_v, \qquad (1)$$

где ε – плотность энергии, включающая в себя плотность энергии барионной материи ε_d, плотность энергии излучения ε_r и плотность энергии вакуума ε_v.

Вакуум возможно учесть, используя эйнштейновскую космологическую постоянную Λ. Тогда его плотность будет выражена следующим образом:

$$\varepsilon_v = \frac{\Lambda}{\chi}, \qquad (2)$$

где $\chi = 8\pi\kappa = 1{,}86\cdot 10^{-27}$ г$^{-1}\cdot$см. Здесь и далее используется система единиц, где $c = 1$, κ – ньютоновская гравитационная постоянная.

Согласно уравнениям гравитации:

$$\frac{d\varepsilon}{p+\varepsilon} = -3\frac{da}{a}, \qquad (3)$$

$$\chi\varepsilon = \frac{3}{a^2}\left[\left(\frac{da}{dt}\right)^2 + k\right]. \qquad (4)$$

Здесь $k = \pm 1{,}0$ – кривизна пространства, a – масштабный фактор фридмановского метрического элемента. Из уравнения (3) возможно получить следующие выражения:

$$A = \varepsilon_d a^3, \quad B = \varepsilon_r a^4, \qquad (5)$$

где A и B – некоторые константы интегрирования.

3. Струна в пространстве времени Робертсона–Уокера. Струна в метрике Робертсона–Уокера записывается уравнением

$$Z = \int D_{\hat{g}} X e^{-S}, \qquad (6)$$

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'}\int_M d^2 z\sqrt{\hat{g}}\left(\hat{g}^{ab}\partial_a X^\mu \partial_b X^\nu G_{\mu\nu} + \alpha'\hat{R}\phi + \alpha' T\right). \qquad (7)$$

Здесь $G_{\mu\nu}$ – метрика рассматриваемого пространства, ϕ – дилатон поле, T – тахионое поле, X – положение струны в пространстве времени, $\hat{g}_{ab}$ – соответствующая метрика, $\hat{R}$ – скаляр кривизны метрики $\hat{g}_{ab}$.

Для поля фоновой материи будет соответственно

$$G_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu}, \quad \phi\left(X^0\right) = \frac{1}{\sqrt{\alpha'}}QX^0$$

$$\text{и} \quad T\left(X^0\right) = \mu e^{2\frac{\alpha}{\alpha'}X^0}, \qquad (8)$$

где Q и α – некоторые коэффициенты.

Метрика Робертсона–Уокера, описывающая гомогенную и изотропную Вселенную, имеет следующий вид:

$$dS^2 = -dt^2 + \frac{a^2}{\left(1+\frac{1}{4}kr^2\right)}\left(dX_1{}^2 + dX_2{}^2 + ..X_D{}^2\right). \qquad (9)$$

Единственные ненулевые тензоры кривизны даются как (k, l,… = 1,…,D):

$$R^m_{nkl} = \left[\frac{k}{a^2} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right]\left(G^m_k G_{nl} - G^m_l G_{nk}\right), \qquad (11)$$

$$R^0_{n0l} = \frac{\ddot{a}}{a}G_{nl}. \qquad (10)$$

Для $D = 1$ из этого выражения можно получить следующее:

$$R_{mnkl} = \frac{k}{a^2}\left(G_{mk}G_{nl} - G_{ml}G_{nk}\right), \qquad (12)$$

$$R_{0n0l} = 0. \qquad (13)$$

Здесь все ковариантные производные и временеподобные компоненты тензора кривизны обращаются в нуль. Тогда T можно определить из уравнения:

$$\frac{1}{2}\alpha'\ddot{T}\left(X^0\right) - 2T\left(X^0\right) - \alpha'\dot{\phi}\dot{T}\left(X^0\right) = 0. \qquad (14)$$

Его решением будет

$$T\left(X^0\right) \sim e^{2\frac{\alpha_\pm}{\sqrt{-\alpha'}}X^0}, \qquad (16)$$

где $\alpha_\pm = \frac{1}{2}\left(Q \pm \sqrt{Q^2 - 4}\right)$.

Отсюда следует, что

$$X^0_\pm = \frac{\sqrt{-\alpha'}(D-1)}{2Q}\log\frac{(D-1)\sqrt{-\alpha'}}{2Qe^{\frac{2\phi_0}{D-1}}\left(t_0 \pm t\right)}, \qquad (17)$$

где t_0 – некая константа.

Тогда метрика, включающая в себя струну, будет иметь следующий вид:

$$dS^2 = dt^2 + \frac{4\eta Q^2}{(D-1)^2}\left(t \pm t_0\right)^2 \times$$

$$\times \frac{a^2}{\left(1+\frac{1}{4}kr^2\right)}\left(dX_1{}^2 + dX_2{}^2 + \ldots + dX_D{}^2\right). \qquad (19)$$

С использованием уравнений (5), выражение для масштабного фактора метрики (20) можно записать в следующем виде:

$$a=\sqrt{\frac{-k\pm\sqrt{k^2+\frac{4}{3}\left(1+\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_r}\right)\chi B\left(H^2-\frac{\Lambda}{3}\right)}}{2\left(H^2-\frac{\Lambda}{3}\right)}}. \quad (20)$$

Это выражение нами найдено в зависимости от отношения $\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_r}$. Для моделей с плотностью энергии излучения, близкой к нулю, более подходит выражение с обратной зависимостью $\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_d}$. Для таких случаев мы можем переписать выражение (20)

$$a=\frac{1}{6\left(H^2-\frac{\Lambda}{3}\right)^{\frac{1}{3}}}\left[\left(-216a_0\left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_d}+1\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+12\sqrt{3}\left(4k^3\left(H^2-\frac{\Lambda}{3}\right)^{-1}+108a_0^2\left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_d}+1\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\right]^{\frac{1}{3}}-$$

$$-\frac{2}{3}k\left[\left(-216a_0\left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_d}+1\right)+12\sqrt{3}\left(4k^3\left(H^2-\frac{\Lambda}{3}\right)^{-1}+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+108a_0^2\left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_d}+1\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)\left(H^2-\frac{\Lambda}{3}\right)^2\right]^{-\frac{1}{3}}. \quad (21)$$

Здесь a_0 – константа интегрирования ($\sim 10^{28}$), связанная с A как

$$a_0=\frac{1}{6}\chi A.$$

Можно произвести замену переменных в уравнении для метрики Робертсона–Уокера (22), чтобы привести ее к фридмановскому метрическому элементу (23):

$$dS^2=-dt^2+a^2\left[\frac{dr^2}{1-kr^2}+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta d\varphi^2\right], \quad (22)$$

$$dS^2=-dt^2+a^2\left[d\chi^2+f^2(\chi)\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2\right)\right]. \quad (23)$$

Используем следующую подстановку для r:

$$r=\begin{cases}\sin\chi & k=+1,\\ \chi & k=0,\\ sh\chi & k=-1.\end{cases} \quad (24)$$

Тогда

$$f^2(\chi)=\begin{cases}\sin^2\chi & k=+1,\\ \chi^2 & k=0,\\ sh^2\chi & k=-1.\end{cases} \quad (25)$$

Общее выражение метрики струны для четырехмерного пространства, включающего в себя также пыль, излучение и вакуум, будет выглядеть следующим образом:

$$dS^2=-dt^2+$$

$$+t^2\frac{11}{3}\frac{-k\pm\sqrt{k^2+\frac{4}{3}\left(1+\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_r}\right)\chi B\left(H^2-\frac{\Lambda}{3}\right)}}{2\left(H^2-\frac{\Lambda}{3}\right)}\times$$

$$\times\left[d\chi^2+f^2(\chi)\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2\right)\right] \text{ для } k=0, \quad (26)$$

$$dS^2=-dt^2-$$

$$-t^2\frac{35}{12}\frac{-k\pm\sqrt{k^2+\frac{4}{3}\left(1+\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_r}\right)\chi B\left(H^2-\frac{\Lambda}{3}\right)}}{2\left(H^2-\frac{\Lambda}{3}\right)}\times$$

$$\times\left[d\chi^2+f^2(\chi)\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2\right)\right] \text{ для } k=\pm1. \quad (27)$$

4. Заключение. Нами было получено уравнение струны, находящейся на фоне однородной изотропной Вселенной, заполненной невзаимодействующими пылью, излучением и вакуумом. Во второй части были предложены уравнения для компонент пространства. В третьей части с помощью преобразования фридмановской метрики в метрику Робертсона–Уокера было получено уравнение метрики пространства, содержащего струну на указанном фоне, отдельно для плоского, эллиптического и гиперболических пространств.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кожанов Т.С., Ержанов К.К., Мырзакулов Р.* Траектория движения пробной частицы солитонного типа на фоне коллапсирующего газового шара в уравнении Ламе //

Материалы 4-й международной научной конференции «Хаос и структуры в нелинейных системах. Теория и эксперимент». Караганда, 2004. С. 104-106.

2. *Мырзакулов Р., Ержанов К.К.* Метрика трехкомпонентной космологической модели и солитоны // Известия НАН РК.

3. *Behrndu K.* Non-critical strings in Robertson –Walker space time // DESY, 92-055, 1992.

Резюме

Мұнда сәулеленудің, бариондық материяның, вакуумның және шектің әсерлесу компоненттері қатысатын космологиялық моделі қарастырылды. Осы модель үшін масштабтық фактордың Хаббл тұрақтысына және t уақытқа тәуелділігінің өрнегі алынды.

Summary

The cosmological model with non-interacting components of radiation, baryon matter, vacuum and string is investigated. For the given model the expression for a scaling factor is obtained depending on a constant Hubble and time t.

Физико-технический институт

Поступила 10.03.06г.