УДК 629.7.05.001

Б.-Б. С. ЕСМАГАМБЕТОВ

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРИОРИТЕТНЫХ ПОТОКОВ СЖАТЫХ СООБЩЕНИЙ

Анализ проведем для пуассоновского входного потока с регулярным ординарным обслуживанием в одноканальной системе при ограничениях на объем памяти. Для оптимизации параметров устройства вероятности потерь существенных отсчетов из-за ограниченной емкости памяти и вероятность опустошения ее выражаются приближенно через распределения π_j вероятностей состояний системы либо их можно точно выразить через моменты интервала занятости системы, под которым понимается время от момента поступления первого требования до окончания обслуживания всей группы, после чего система может оказаться свободной до поступления следующего требования (или группы требований).

Для простейшего входного потока при любом распределении времени обслуживания и неограниченной длине очереди ранее были получены следующие выражения для первых двух моментов интервала занятости:

$$M[t_{зан}] = 1/1-p,$$
$$D[t_{зан}] = (k^2[t_{об}] + p)/\mu^2(1-p)^3, \qquad (1)$$

$k[t_{об}] = \sqrt{D}\,[t_{об}]\,/M[t_{об}]$ – коэффициент вариации времени обслуживания (относительное среднеквадратическое отклонение).

При регулярном обслуживании $k[t_{об}] = 0$ и $D[t_{зан}] = p/\mu(1-p)^2$. При экспоненциальном обслуживании $k[t_{об}] = 1$ и $D[t_{зан}] = (1+p)/\mu^2(1-p)^3$.

Так как $M[t_{об}] = 1/\mu$, то коэффициент вариации времени занятости для регулярного и экспоненциального обслуживания можно выразить через загрузку p системы:

$$k[t_{зан}] = \sqrt{p/(1-p)}\ ;\ k[t_{зан}] = \sqrt{(1+p)/(1-p)}\ .$$

Состояние системы будем рассматривать в точках t_{k-0}, предшествующих обслуживанию, или t_{k+0}, непосредственно следующих за окончанием обслуживания. В эти моменты состояние системы можно описать вложенной марковской цепью с матрицей переходных вероятностей

$$P_i = \left|r_{ij}\right| = \begin{vmatrix} r_{00}\, r_{01}\, 0....0 \\ r_{10}\, r_{11}\, r_{12}....0 \\ .... \\ 0\ 0\ 0\ ..r_{mn} \end{vmatrix} \qquad (2)$$

Марковская цепь является эргодической, так как система возвращается в начальное состояние, а элементы r_{ij} матрицы не зависят от времени.

Для определения среднего интервала занятости вложенную марковскую цепь приведем к поглощающей, которая характеризует переход системы из неустойчивого состояния в поглощающее и имеет вид

$$P_{i+1} = \begin{vmatrix} 1\ 0\ 0...\ 0 \\ r_{10}\, r_{11}\, r_{12}...r_{1n} \\ 0\ r_{21}\, r_{22}...r_{2n} \\ 0\ 0\ 0.....r_{nn} \end{vmatrix} \qquad (3)$$

где при i = j значение диагонального элемента матрицы $r_{ij} = 1$ соответствует поглощающему состоянию цепи, а при $r_{ij} = 0$ – невозвратному состоянию. Если при $i \neq j$ $r_{ij} \neq 0$, то состояния системы оказываются неустойчивыми. Заметим, что интервал занятости начинается при j = 0 и кончается при j+i = 0 , поэтому вектор начальных условий для поглощающей цепи имеет вид $\eta_{j+1} = \left|0,1,0,...0\right|$.

Средний интервал занятости, равный среднему времени достижения цепью поглощающего состояния, можно определить исходя из фундаментальной матрицы

$$F_i = (E - P_i)^{-1} = \left|f_{ij}\right|, \qquad (4)$$

где $E\left|1\right|$ – единичная матрица, соответствующая состоянию системы после поглощения. Тогда среднее время до поглощения можно получить с помощью выражения

$$L_j = F_j \xi/\mu\ ,$$

где компонентам вектора L_j соответствуют средние значения времени до поглощения из произвольного начального состояния, а вектор ξ – единичный вектор-столбец. Так как нас интересует среднее время занятости системы, начинающееся после окончания свободного интервала, то интересующая нас компонента вектора примет вид

$$M[t_{зан}]=L_j=\eta_0|f_{ij}|\xi/\mu, \qquad (5)$$

где $\eta_0=|1,0,0\ldots0|$ – вектор фиксированного начального состояния. Поскольку решение последнего выражения затруднительно, с помощью преобразований можно получить приближенное соотношение для вычисления среднего интервала занятости $M[t]\sim e^p\delta/\mu$, где δ вычисляется из выражения

$$\delta = \delta_{j-1}(e^p - p) - \sum_{m=1}^{j-2}\delta_j p^{j-m} / j-m. \qquad (6)$$

Приведенные соотношения позволяют получить зависимости для характеристик системы. Зависимость относительной величины среднего интервала занятости $M_{зан} = L_n\mu$ от объема памяти (числа существенных отсчетов в очереди) j и загрузки системы показана на рис.1

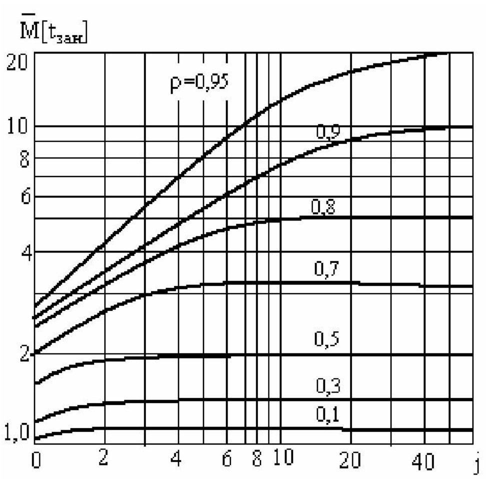

Рис. 1

Так как среднее время до поглощения функционально связано с элементами $|f_{ij}|$ фундаментальной матрицы, то после ряда преобразований последнюю можно привести к виду

$$F_j = \begin{vmatrix} L_1\,(L_2 - L_1)\,(L_3 - L_2)\ \ldots\ (L_n - L_{n-1}) \\ L_1\,L_2\,(L_3 - L_1)\ \ldots\ (L_n - L_{n-2}) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ L_1\,L_2\,L_3\ \ldots\ L_n \end{vmatrix}$$

Дисперсию интервала занятости $D[t_{зан}]$ можно определить с помощью фундаментальной матрицы F_j и вектора средних значений интервала занятости:

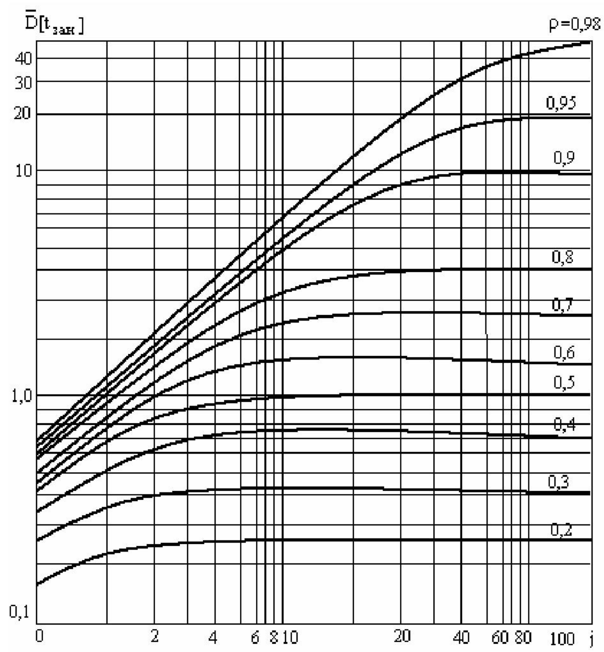

Рис. 2

$$D[t_{зан}] = \eta_0[(2F_j - E)L_j - L_j^2], \qquad (7)$$

где вектор L_j имеет вид

$$L_j = \begin{vmatrix} L_n \\ L_n + L_{n-1} \\ L_n + L_{n-1} + L_{n-2} \\ \sum_{j=1}^{n} L_j \end{vmatrix} \qquad (8)$$

Абсолютные значения дисперсии интервала занятости были вычислены по приведенной формуле для широкого диапазона загрузки системы p и числа мест в очереди j. На рис. 2 приведены относительные значения дисперсии $\bar{D}[t_{зан}] = D[t_{зан}]/M^2[t_{зан}]$.

Резюме

Қысылған деректер ағындарының ықтимал сипаттамаларының бағасы қарастырылады. Кезектің орташа интервалының және оның дисперсияның естелік көлемінен байланыстары алынған.

КазАТК им. М. Тынышпаева,
Шымкентский филиал,
г. Шымкент

Поступила 14.04.06г.