

УДК 539.3

Х. Ж. БАЙШАГИРОВ, А. У. НУРИМБЕТОВ

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ЛОПАТОК ИЗ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА В ПОЛЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ

Рассматривается напряженно-деформированное состояние закрученных анизотропных стержней с сечением произвольной формы. Составлена программа для проведения раскрытия сечения по слоям. Исходными данными при этом являются толщина монослоя и координаты точек контура сечения, полученные из газодинамических расчетов. Получены уровни нормальных напряжений для различных сечений.

Прямые и закрученные стержни являются моделями многих несущих элементов конструкций в машиностроении. Например, закрученный стержень служит моделью рабочей лопадки компрессоров, лопасти ветроэнергетических машин. В последние десятилетия стержневые системы стали изготавливаться из композиционных материалов, что требует развития соответствующей механики неоднородных тел и разработки методов расчета закрученных стержней.

Исследованию закрученных стержней из однородных изотропных материалов посвящены многочисленные исследования. В работах [1–4] впервые изучается явление раскрутки естественно-закрученного стержня при растяжении и изгибе. Более детальное исследование напряженно-деформированного состояния таких стержней приведено в работах [5–7], где связанность всех видов нагрузок и деформаций объясняется учетом параметром закрученности. В закрученных стержнях из композиционных материалов появляется ряд эффектов [8–10], связанных с возможностью варьирования типа слоев, укладки волокон в них, положения слоев относительно оси кручения, а также межслоевой жесткостью на сдвиг и структурной несимметричностью сечения.

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние закрученных анизотропных составных стержней с сечением произвольной формы при малых углах закрутки. Основные положения линейной теории стержней применимы к стержням [6], у которых

$$\tau_0^2 r^2 \ll 1, \quad (1)$$

где τ_0 – относительный угол начальной закрученности; r – расстояние от оси (рис. 1).

Допущение, что соответствующие точки различных сечений закрученного стержня

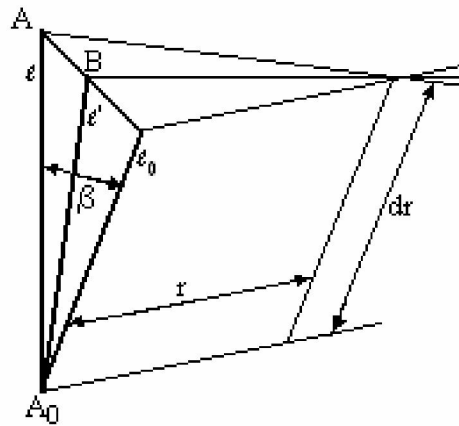


Рис. 1. Схема определения деформаций элемента при повороте сечений

располагаются на винтовых линиях, углы наклона которых по отношению к оси стержня равны $\beta = \arctg(\tau_0 r)$, позволяет ограничиваться малыми углами [6, 9] наклона винтовых линий $\beta^2 \ll 1$.

В этом случае основные деформации в поперечном сечении в соответствии с [9] описываются выражениями:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{33}^i &= \varepsilon^b \approx \varepsilon - \xi \chi_2 + \eta \chi_1 + \tau_0 \pi r^2, \\ \varepsilon_{23}^i &= \tau_0 \sin \alpha \cdot \varepsilon^b Q_1 N_1, \\ \varepsilon_{13}^i &= \tau_0 \cos \alpha \cdot \varepsilon^b Q_2 N_2, \quad \alpha = \tau_0 \zeta, \end{aligned}$$

в которых величины $Q_j N_j$ ($j=1,2$), а также другие обозначения заимствованы из [10].

С принятой точностью для напряжений слоя с номером i в текущем сечении получаются следующие выражения:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^i &= \varepsilon^b (c_{13}^{ii} + c_{15}^{ii} \tau_0 \cos \alpha) - c_{15}^{ii} Q_1 N_1 + \beta_{11}^i T^i, \\ \sigma_{22}^i &= \varepsilon^b (c_{23}^{ii} + c_{25}^{ii} \tau_0 \cos \alpha) - c_{25}^{ii} Q_1 N_1 + \beta_{22}^i T^i, \\ \sigma_{33}^i &= \varepsilon^b (c_{33}^{ii} + c_{35}^{ii} \tau_0 \cos \alpha) - c_{35}^{ii} Q_1 N_1 + \beta_{33}^i T^i, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{23}^i &= \varepsilon^b \tau_0 c_{44}^{i'} \sin \alpha - c_{44}^{i'} Q_2 N_2, \\ \sigma_{13}^i &= \varepsilon^b (c_{35}^{i'} + c_{55}^{i'} \tau_0 \cos \alpha) - c_{55}^{i'} Q_1 N_1 + \beta_{13}^i T^i, \\ \sigma_{12}^i &= c_{44}^{i'} \tau_0 \sin \alpha \cdot \varepsilon^{\%0} - c_{46}^{i'} Q_2 N_2.\end{aligned}$$

Из условия (1) следует, что изменение основных напряжений из (2) по длине стержня имеет порядок τ_0 . В этом случае [10] компоненты матрицы К разрешающего уравнения

$$\bar{\varepsilon} = K^{-1}(\bar{P} + \bar{\theta}) \quad (3)$$

имеют вид

$$\begin{aligned}k_{11} &= \sum_{i=1}^N \int c_1^i dF_i; \quad k_{12} = -\sum_{i=1}^N \int c_1^i \xi dF_i; \\ k_{13} &= \sum_{i=1}^N \int c_1^i \eta dF_i; \\ k_{14} &= \tau_0 \sum_{i=1}^N \int r p c_{33}^{i'} dF_i + \tau_0^2 \sum_{i=1}^N \int c_{35}^{i'} r p \cos \alpha dF_i; \\ k_{22} &= \sum_{i=1}^N \int c_1^i \xi^2 dF_i; \quad k_{23} = -\sum_{i=1}^N \int \xi \eta c_1^i dF_i; \quad (4) \\ k_{24} &= -\tau_0 \sum_{i=1}^N \int r \xi p c_{33}^{i'} dF_i - \tau_0^2 \sum_{i=1}^N \int \xi r c_{35}^{i'} p \cos \alpha dF_i; \\ k_{34} &= \tau_0 \sum_{i=1}^N \int r \eta p c_{33}^{i'} dF_i + \tau_0^2 \sum_{i=1}^N \int r p \eta c_{35}^{i'} \cos \alpha dF_i; \\ k_{44} &= \tau_0^2 \sum_{i=1}^N \int r^2 p^2 c_{33}^{i'} dF_i + \\ &+ \tau_0^3 \sum_{i=1}^N \int r^2 p^2 c_{35}^{i'} \cos \alpha dF_i + C_0;\end{aligned}$$

$$k_{33} = \sum_{i=1}^N \int \eta^2 c_1^i dF_i; \quad k_{si} = k_{js} \quad (j, s = \overline{1,4}),$$

где C_0 – жесткость на кручение, а также

$$c_1^i = c_{33}^{i'} + c_{35}^{i'} \tau_0 \cos \alpha.$$

Если стержень состоит из однородного изотропного материала и при этом в (4) сохраняются члены, содержащие τ_0 в первой степени, то можно получить формулы классических подходов [1–4, 6].

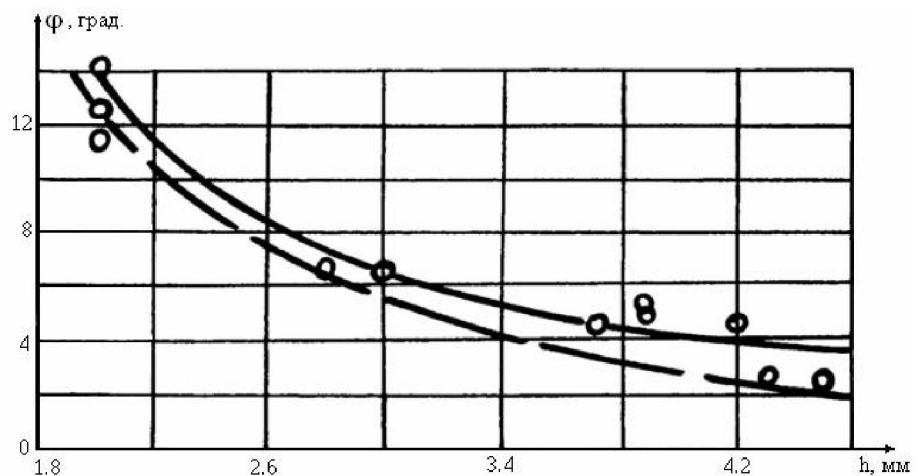
Для сравнения с экспериментальными результатами теоретических расчетов по растяжению, кручению и изгибу слоистых стержней, составленных из ортотропных материалов, рассмотрим стержень прямоугольного сечения с двумя осями симметрии.

Тогда в матрице К: $k_{12} = k_{23} = k_{21} = k_{32} = k_{24} = k_{42} = 0$, и система уравнений упрощается. Сотрудниками ЦИАМа им. П. И. Баранова (Москва) проведена серия экспериментов над закрученными образцами прямоугольного сечения из стеклопластика и углепластика с различными вариантами укладки слоев. Образцы шириной 40 мм, длиной 100 мм и углом закрутки 30° при различных толщинах подвергали растяжению. Варьируя толщину образцов, получили экспериментальную зависимость угла упругой раскрутки от толщины h (рис. 2).

Для сравнения приведены кривые для углов раскруток, подсчитанных на основе соотношения (3). Сравнение кривых показывает, что соответствие экспериментальных и теоретических данных достаточно хорошее.

Составлена универсальная программа, позволяющая проводить раскрой сечения произвольной формы по слоям. Исходными данными при

Рис. 2. Расчетные (пунктирная линия) значения угла раскрутки закрученных образцов прямоугольного сечения из стеклоткани при растягивающей нагрузке 5900 Н и экспериментальные кривые (сплошная линия); о – экспериментальные точки



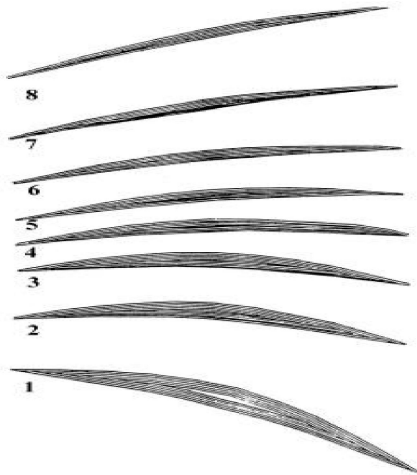


Рис. 3. Компьютерный раскрой текущих сечений лопатки по слоям

этом являются толщина монослоя, а также координаты точек контура сечения, полученные из газодинамических расчетов. На рис. 3 и 4 приведены некоторые результаты для компрессорных лопаток.

Для исследования напряженно-деформированного состояния слоистого стержня в поле центробежных сил используются основные соотношения разработанной технической теории слоистых стержней. Для каждого сечения вычисляются деформации растяжения ϵ , изменения кривизны χ_1, χ_2 , раскрутка τ , а также напряжения $\sigma_{11}^i, \sigma_{22}^i, \sigma_{33}^i, \sigma_{23}^i, \sigma_{13}^i, \sigma_{12}^i$ в отдельных точках слоя i .

При этом было исследовано для трех различных вариантов сочетаний упругих постоянных в пакете слоев композиционной лопатки, т. е. для трех типов лопаток, различающихся составом компонентов, углами армирования внутри слоя.

В первом варианте рассматривалась лопатка, состоящая из чередующихся со стороны спинки и корытца слоев бороалюминия ($V_1=0,55$) и чистого алюминия ($V_3=0,45$).

Во втором варианте рассматривалась лопатка, состоящая из чередующихся со стороны спинки и корытца слоев бороалюминия (BAL, $V_1=0,45$), керамики (Sic, $V_2=0,45$) и чистого алюминия ($V_3=0,1$).

В третьем варианте изучалась лопатка, состоящая из чередующихся со стороны спинки и корытца слоев бороалюминия, уложенных под углами $\pm 45^\circ, \pm 30^\circ, \pm 15^\circ$ к оси лопатки. В этом случае относительное объемное содержание слоев

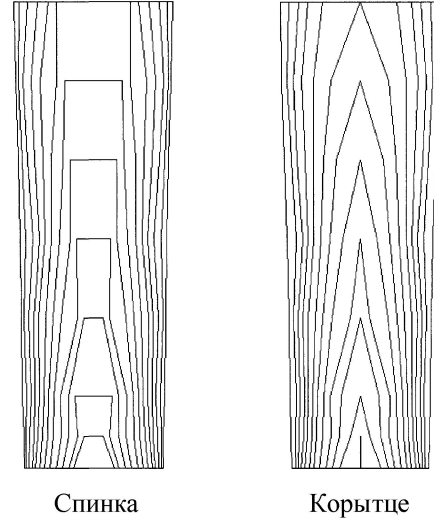


Рис. 4. Построение слоев «лепестков» в лопатке из слоистого композиционного материала

бороалюминия, уложенных под углами $\pm 45^\circ$ к оси лопатки, составляло 0,4, а при $\pm 30^\circ - 0,4$ и $\pm 15^\circ - 0,2$.

По результатам расчетов на рис. 5 построено семейство кривых, отражающих зависимости деформации раскрутки τ , растяжения ϵ и жесткости на кручение по Сен-Венану C_0 .

Как видно из рис. 5, жесткость на кручение C_0 лопатки, составленной из чередующихся слоев однонаправлено-армированного бороалюминия и чистого алюминия (кривая 1), в 2,5 раза меньше жесткости C_0 лопатки, состоящей из чередующихся слоев бороалюминия, уложенных под углами $\pm 45^\circ, \pm 30^\circ, \pm 15^\circ$ к оси лопатки (кривая 3). Благодаря этому максимальная раскрутка τ пера лопатки, состоящей из слоев однонаправленного материала, в 1,6 раза превосходит раскрутку пера лопатки, состоящей из чередующихся слоев бороалюминия, уложенных под углами $\pm 45^\circ, \pm 30^\circ, \pm 15^\circ$ к оси лопатки.

Однако, если отдельные слои лопатки заменить более жестким материалом (например, в нашем случае карбидом кремния Sic), то можно достичь такого же эффекта увеличения жесткости на кручение C_0 (кривая 2), как и в случае использования перекрестного армирования материала слоев. Тем самым достигается более низкий уровень раскрутки пера лопатки τ (кривая 2). Очевидно, варьируя углами укладки более жестких волокон, можно достичь еще более высоких уровней жесткости на кручение пера лопатки и меньших углов раскрутки τ при растяжении.

Рис. 5. Изменение деформации раскрутки τ и жесткости на кручение по Сен-Венану C_0 (пунктирная линия) по длине r/R_0 лопатки

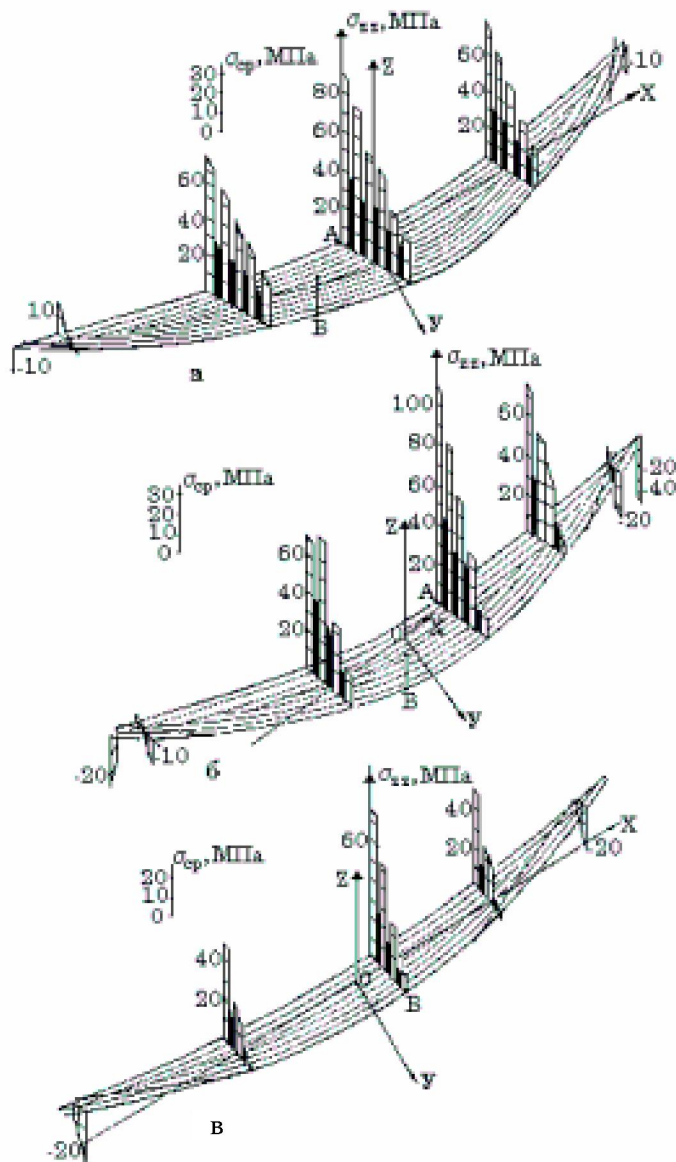
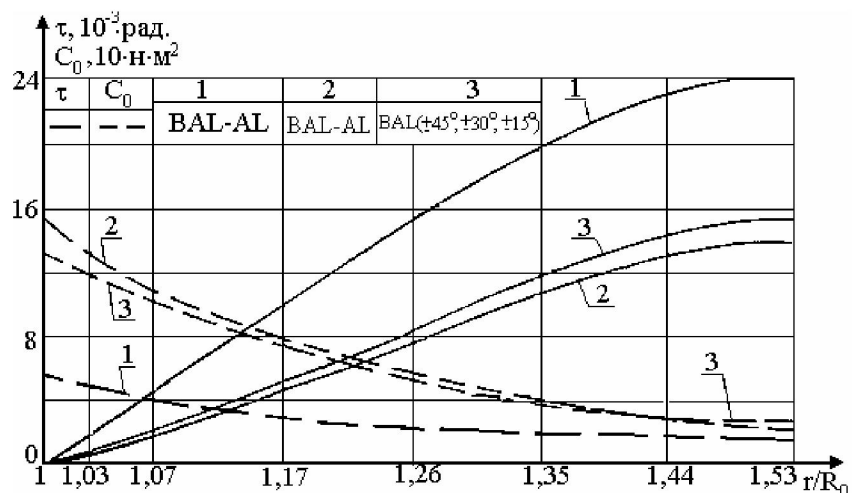


Рис. 6. Уровни нормальных напряжений σ_{zz} в отдельных сечениях (а – 2-сечение, б – 4-сечение, в – 6-сечение) лопатки, составленных из слоев бороалюминия (\square) и чистого алюминия (\blacksquare)

На рис. 6 приведены уровни нормальных напряжений σ_{zz} для отдельного сечения (а – 2-сечение, б – 4-сечение, в – 6-сечение) 1-го типа. Как правило, наибольшие значения напряжений σ_{zz} достигаются в средней части сечения лопатки и они уменьшаются по мере приближения к кромкам сечения. Наименьшие значения напряжений σ_{zz} по сечению наблюдаются на кромках, где имеют место сжимающие напряжения, могущие вызвать локальную потерю устойчивости. На рисунках нулевые уровни напряжений в сечении отмечены пунктирными линиями. При переходе от слоя к слою, которые отличаются уровнем характеристик жесткости, значения напряжений σ_{zz} изменяются скачкообразно.

Аналогичная картина получена для лопаток двух других типов. Это позволяет выбором материала слоев, углов армирования регулировать уровни как нормальных, так и касательных напряжений с целью получения работоспособной конструкции.

Полученные результаты могут служить основой для машинного проектирования рабочих лопаток компрессоров и лопастей ветроэнергетических установок из композиционного материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джанелидзе Г.Ю. Соотношения Киргхофа для естественно скрученных стержней и их применения // Тр. ЛПИ им. М. И. Калинина. 1946. №1. С. 23-32.
2. Лурье А.И., Джанелидзе Г.Ю. Задача Сен-Венана для естественно скрученных стержней // Дан СССР. 1939. Т. XXIV, № 1. С. 23-26; №3. С. 226-228.
3. Риз П.М. Деформация стержней, закрученных и слабоизогнутых в ненапряженном состоянии // Тр. ЦАГИ, 1940. Вып. 471. 27 с.
4. Рухадзе А.К. О деформации естественно-закрученных стержней // Прикладная математика и механика. 1947. Вып. 5. С. 533-542.

5. Магомаев Л.Д. К теории кручения стержней с криволинейной осью // Прикл. механика. 1984. Т. 20, № 4. С. 68-74.

6. Воробьев Ю.С., Шорр Б.Ф. Теория закрученных стержней. Киев: Наукова думка, 1983. 186 с.

7. Биргер И.А. Пространственное напряженное состояние в лопатках с начальной закруткой // Тр. ЦИАМ. 1982. № 996. С. 7-23.

8. Байшагиров Х.Ж., Каримбаев Т.Д. О расчете армированной лопатки компрессора на основе теории упругих смесей // Вестник Национальной инженерной академии Республики Казахстан. Алматы, 2004. № 3. С. 106-114.

9. Байшагиров Х.Ж., Нурымбетов А.У. О напряженно-деформированном состоянии закрученных анизотропных составных стержней с сечением произвольной формы // Материалы международной научно-практической конференции «Валихановские чтения-11». Кокшетау, 2006 С. 4-7.

10. Нурымбетов А.У. Особенности деформирования естественно-закрученных многослойных анизотропных стержней // Механика и моделирование процессов технологии. Тараз, 2000. №1. С. 92-97.

Резюме

Қимасы кез келген бұралған анизотропты сырықтың кернеулі-деформацияланған күйі қарастырылған. Қабаттардағы қиманың қиюға арналған бағдарлама құрылған. Монокабаттың қалыңдығы мен қима контурының координаттары есептеулер жүргізуде бастапқы берілгендер болып табылады. Әр түрлі қималарда нормальді кернеу деңгейлері анықталған.

Summary

In this paper the stressed-deformed state of anisotropic twisted rods with section of any form is considered. The program for section cutting is constructed. The monolayer thickness and coordinates of section contour's points which are obtained from gas-dynamic calculation have been taken as a basic data for calculations. The levels of normal strains for different sections are obtained.

Кокшетауский государственный университет им. Ш. Уалиханова,
г. Кокшетау;
Таразский государственный университет им. М. Х. Дулати,
г. Тараз

Поступила 17.10.06г.