УДК 532; 533

М. Б. КОШУМБАЕВ

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА В УЗЛЕ СОПРЯЖЕНИЯ ШАХТЫ ВОДОСБРОСА С ТУННЕЛЕМ

Проводится расчет параметров потока в узле сопряжения шахты водосброса с туннелем. Предложенная модель описывает турбулентное движение потока с сильной закруткой, которое возникает в вихревых гасителях. Система уравнений решается при помощи численных методов. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с опытными данными.

При тангенциальном входе потока в узел сопряжения шахты водосброса с туннелем поток имеет угловую скорость. Аналогичные исследования ламинарных течений с закруткой показаны в работе М. А. Гольштика [1]. Интенсивно закрученные потоки требуют привлечения достаточно гибких моделей турбулентности. Сочетание методов [2], в которых схема течения рассматривалась в различных плоскостях, основано на уравнении Бернулли или гидравлического прыжка. Применение теории турбулентных струй жидкости [3] расширяет возможность исследования технических задач. Решение задач струйных течений можно найти в работе М. А. Михалева [4]. Во многих исследованиях применяется хорошо известный в теории турбулентных струй метод интегральных соотношений [5]. Двухфазные потоки изучались Д. А. Дрю [6], в итоге получено аналитическое решение уравнения Гертлера. Подобные задачи также решались с использованием численных методов [7].

Численные расчеты базируются на осредненных по времени уравнениях Навье-Стокса, замкнутые различными моделями турбулентности [5].

Применение К–Е модели турбулентности (К – кинетическая энергия турбулентности, Е – ее диссипация) стало возможным с появлением численных методов: частиц в ячейках, свободных точек, крупных частиц, конечных элементов, в основе которых используется кинетическая теория турбулентных течений [8].

Теоретическое и экспериментальное изучение закрученных потоков в вертикальных и горизонтальных трубах приводится в работе А. И. Одгарда [9]. Численное исследование закрученных потоков стандартной (К–Е) моделью турбулентности применялось к простым сдвиговым течениям, а также течениям со слабой закруткой. При наличии сильной закрутки расчеты по стандартной (К–Е) модели приводят к существенному расхождению с экспериментом [10]. Дальнейшая модификация (К–Е) модели в основном заключалась в изменении диссипативного члена [11], что приводит к увеличению числа эмпирических констант и увеличению машинного времени.

Движение двухфазной жидкости описывается (К–Е) моделью, включающей уравнения погранслоя, диффузии, кинетической энергии и скорости диссипации [12]:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu т\frac{\partial U}{\partial y}\right),\\
&\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} = 0,\\
&\frac{\partial C}{\partial t} + U\frac{\partial C}{\partial x} + V\frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(Dт\frac{\partial C}{\partial y}\right),\\
&\frac{dК}{dt} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu т/Gк\frac{\partial К}{\partial y}\right) + \nu т\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \beta g\frac{\nu т}{Gт}\frac{\partial C}{\partial y} - E,\\
&\frac{dE}{dt} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu т/Ge\ \frac{\partial E}{\partial y}\right) + C1E/К\nu т\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 - C2\frac{E^2}{К}.
\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

Для замыкания системы (1) применяется формула Прандтля-Колмогорова [6]:

$$\nu т = C\nu\frac{К^2}{E}. \qquad (2)$$

Данный метод содержит ряд эмпирических констант: $C_\nu = 0{,}09$; $C_1 = 1{,}44$; $C_2 = 1{,}92$; $G_к = 1{,}0$; $G_e = 1{,}11$. Турбулентная диффузия $D_т$ равна:

$$Dт = \frac{\nu_т}{G_т}, \qquad (3)$$

где коэффициент пропорциональности $G_т$ является числом Прандтля-Шмидта и учитывается формулой Мунка–Андерсона [13]:

$$\frac{Gт}{Gто} = \frac{(1 + \beta_c\, Ri)^{**}\alpha_c}{(1 + \beta\, Ri)^{**}\alpha}, \qquad (4)$$

где $\alpha = 0{,}5$; $\beta = 10$; $\alpha c = 1{,}5$; $\beta c = 3{,}33$, $G_{\text{то}} = \nu/D$, н – кинематическая вязкость, D – коэффициент диффузии. Число Ридчардсона определяется как

$$Ri = -\frac{g}{s}\frac{\partial P/\partial y}{(\partial U/\partial y)^2}. \qquad (5)$$

Для решения задачи необходимо задать начальные и граничные условия:

$$\left.\begin{array}{l}
t = 0 \;\; U = V = 0 \;\; P = C = 0 \;\; K = E = 1,\\
t > 0 \;\; x = 0 \;\; 0 \le y \le A \;\; U = f(y) \;\; V = 0 \;\; C = Co,\\
\qquad A \le y \le H \;\; U = V = 0 \;\; \partial C/\partial y = \text{const},\\
\quad x = L \;\; 0 \le y \le B \;\; \partial U/\partial y = 0 \;\; V = 0 \;\; \partial C/\partial y = 0,\\
\qquad B \le y \le H \;\; U = V = 0 \;\; \partial C/\partial y = \text{const}, \;\; 0 \le x \le L\\
\quad y = 0 \;\; U = V = 0 \;\; C = 0,\\
\quad 0 \le y \le y_c \;\; U = \varphi(y) \;\; V = 0 \;\; C = 0, \;\; K = Kc \;\; E = Ec,\\
\quad y = H \;\; U = V = 0 \;\; C = 1 \;\; \partial K/\partial y = 0 \;\; \partial E/\partial y = 0.
\end{array}\right\} (6)$$

Условия (6) отвечают течению двухфазного потока в камере деаэрации шахтного водосброса. Граничные условия определяются в основном геометрией конструкции и свойствами самого потока.

Для численного интегрирования уравнений системы (1) приведем их в безразмерном виде:

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{\partial U}{\partial t} + U\dfrac{\partial U}{\partial x} + V\dfrac{\partial U}{\partial y} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x} + \dfrac{1}{Re}\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\nu т\dfrac{\partial U}{\partial y}\right),\\[2ex]
\dfrac{\partial U}{\partial x} + \dfrac{\partial U}{\partial y} = 0,\\[2ex]
\dfrac{\partial C}{\partial t} + U\dfrac{\partial C}{\partial x} + V\dfrac{\partial C}{\partial y} = \dfrac{1}{Re}\dfrac{\partial}{\partial y}\left(Dт\dfrac{\partial C}{\partial y}\right),\\[2ex]
\dfrac{\partial K}{\partial t} = \dfrac{1}{Re}\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\nu т/Gк\dfrac{\partial K}{\partial y}\right) + \nu т/Re\left(\dfrac{\partial U}{\partial y}\right)^2 +\\[2ex]
+ \beta g/ReFr\dfrac{\nu т\partial C}{Gт\partial y} - \dfrac{E}{3{,}6},\\[2ex]
\dfrac{\partial E}{\partial t} = \dfrac{1}{Re}\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\nu т/Ge\dfrac{\partial E}{\partial y}\right) + C1\nu тE/KRe\left(\dfrac{\partial U}{\partial y}\right)^2 - C_2\dfrac{E}{3{,}6}.
\end{array}\right\} (7)$$

Система уравнений (7) содержит $Re = UoHo/\nu o$ и $Fr = Uo^2/(gHo)$, Uo, Ho, νo – соответственно характерные масштабы скорости, длины и кинематической вязкости. Для кинетической энергии и скорости диссипации использовались допущения

$$Ko = 0{,}009\, Uo^{2}, \quad Eo = 3\, Ko^{1{,}5}/Ho. \qquad (8)$$

В последних двух уравнениях системы (7) в левой части опущены члены, обусловленные конвективным переносом усредненного движения. Это допустимо [7], когда ширина и высота камеры деаэрации соразмерны.

Турбулентное стационарное закрученное несжимаемое течение в цилиндрическом канале в предположении осевой симметрии описывается на основе уравнений Рейнольдса, замкнутых с помощью модифицированной (К–Е) модели турбулентности:

$$\frac{\partial \rho U\Phi}{\partial x} + \frac{\partial \rho r V\Phi}{r\,\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rT_{ф}\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(T_{ф}\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) + \Pi_{ф}. \qquad (9)$$

В уравнении (9) введены обозначения: Φ = = U, V, W, K, E; $T_{ф}$ – коэффициенты переноса, $\Pi_{ф}$ – источниковые члены. Компоненты осредненной скорости U, V, W соответственно координатам **x**, **r**, **φ**.

Для данной задачи принимались следующие граничные условия: на выходе – $\partial\Phi/\partial r = 0$; на входе для всех компонент скорости выбирались профили (предполагаемые или экспериментальные), U принимает на входе нулевое значение; на оси трубы $\partial\Phi/\partial r = 0$ при Φ = V, W, K,E и Φ = 0 при Φ = U.

Наличие больших градиентов для усредненных и турбулентных параметров в вязком подслое приводит к созданию мелкой числовой сетки и усложняет реализацию расчета [13].

Для облегчения расчетной программы вязкий подслой преодолевается скачком функций, описанных Лаундером и Сполдингом [14].

Предлагаемые функции связывают скорость в точке y_c с напряжениями сдвига, действующими на стенку:

$$\frac{V_c}{V_д} = \frac{1}{\theta}Ln\left(\frac{y_c V_д Ƒ}{\nu}\right), \quad V_д = (\tau w/\rho)Ì. \qquad (10)$$

В зависимости (10) $V_д$ – динамическая скорость, θ = 0,4 – постоянная Кармана, Ƒ – коэффициент гладкости (Ƒ = 9 для гидравлически гладких стенок), y_c и V_c – соответственно расстояние от стенки и значение скорости в данной точке. Считается, что в этой точке имеет место локальное равновесие, поэтому

$$K_c = \frac{V_д}{(c\,\nu)Ì} \qquad E_c = \frac{V_д^2}{\theta\, y_c}. \qquad (11)$$

Система уравнений (9) с граничными условиями позволяет описать турбулентное движение потока с сильной закруткой, которое возникает в вихревых гасителях. Решение уравнений представляется возможным при помощи численных методов. В качестве аппроксимации используется абсолютно устойчивая неявная схема переменных направлений – схема Писмена–Рэкворда [15].

Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с опытными данными, полученными на экспериментальной модели узла сопряжения водосброса Бестюбинского гидроузла в лаборатории гидротехнических сооружений Казахского научно-исследовательского института энергетики.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гольдштик М.А.* Вихревые потоки. Новосибирск: Наука, 1981. 368 с.

2. *Haindl K.* Zone lengths of air emulsion in water downstream of the ring jump in pipers // 13-th IAHR Congress, Kyoto, 1969. Vol. 2, ref. 7. P. 9-19.

3. *Абрамович Г.Н.* Теория турбулентных струй. М.; Л.: Физматгиз, 1960. 716 с.

4. *Михалев М.А.* Гидравлический расчет потоков с водоворотом. Л.: Энергия, 1971. 184 с.

5. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газов: Учебник для вузов. М.: Наука, 1987. 840 с.

6. *Дрю Д.А.* Математическая модель двухфазного потока. ТПП УССР Одесское отделение. ВЦП, № 1577/5. 31 с.

7. *Роди В.* Математическое моделирование турбулентности в потоках воды со свободной поверхностью. ВЦП, № КЛ-81186, 11.07.85. 36 с.

8. *Струминский В.В.* Кинетическая теория турбулентных струй / Сектор механически однородных сред АН СССР. М., 1985. № 14. 56 с.

9. *Odgaard A.J.* Free-surface Air Core Vortex // J. Hydraul. Eng. 1986. Vol. 112, N 7. P. 610-620.

10. *Ramos J.I.* A numerical study of turbulent, confined, swirling jets. In.: Numerical methods in laminar and turbulent flow: Proc. 2-nd Int. Conf., Venice. 1981. P. 401-412.

11. *Lauender B.E., Pridlin C.H., Sharma B.I.* The calculations and layers on spinning and curved surfaces // J. Fluid Eng. 1977. P. 231-239.

12. *Кошумбаев М.Б.* Расчет камеры деаэрации шахтного водосброса Бестюбинского ирригационного гидроузла // Материалы тезисов Всесоюзной научно-технической конференции молодых ученых и специалистов. Тбилиси, 1989. 188 с.

13. *Сибиси Т., Брэдшоу П.* Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы / Пер. с англ. М.: Мир, 1987. 592 с.

14. *Launder B.E.* Numerical computation of convective heat transfer in complex turbulent flows: time to abandon wall function // Int. J. heat mass transfer. 1984. Vol. 27, N 9. P. 1485-1491.

15. *Самарский А.А.* Теория разностных схем: Учебное пособие. М.: Наука, 1983. 616 с.

Резюме

Туннельді суағытқыш шахтасының түйініндегі ағын параметрлері есептелген. Ұсынылған нобай қатты иірімді турбулентті ағынды сипаттайды. Теңдеулер жүйесі сандық әдіспен шешілген. Есептеулер нәтижесі тәжірибеге сәйкес келеді.

Summary

The calculation of flow parameters at junction node of spillway mine with tunnel is given. The proposed model describes turbulent flow with strong curling which arises in vortical extinguisher. The system of the equations is solved numerically. Calculations results are in good agreement with experimental data.

Международная академия информатизации, г. Москва

Поступила 13.10.06г.