proceeding from the statistical weight of the superconductor minimizing free energy by means of its alternative currents variation distribution of different kinds of superconductive and "normal" electrons have been got. Simple analytical formulas for critical temperature T_c and μ^* Coulomb pseudopotential which allow to calculate constant μ^* have been got and tested. Approach which has been used in finding μ^* was confirmed by phenomenon of tunnel effects in the quantum mechanics and by watching slow particles scattering "thermal peaks" in the experiments of the nuclear physics.

Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, г. Алматы

Поступила 18.10.06г.

А. Н. ТЮРЕХОДЖАЕВ, А. Г. ИБРАЕВ

МЕТОД ЧАСТИЧНОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ РЕЛЬСА, ЛЕЖАЩЕГО НА ДИСКРЕТНОМ ОСНОВАНИИ

Методом частичной дискретизации и двойным интегральным преобразованием Лапласа получено аналитическое решение продольного колебания рельса, лежащего на шпалах, с учетом сухого трения между колесом и рельсом.

При набегании колес на начало рельса происходят их удары о его торец, создающие в нем циклические продольные нагрузки, которые затем порождают многократно отражающиеся от торцов и от колес волны, число которых обусловливается числом колес и торцов рельса. В настоящее время в литературе не существует теоретического и практического анализа динамического напряженного состояния рельсов с учетом сухого внешнего трения в системах такого рода.

В задаче шпалы приняты как дискретные упругие связи. Учет дискретного основания рельса приводит к отысканию множества неизвестных реакций дискретных связей числом, равным количеству шпал, что представляет существенное затруднение для получения решения даже в статике.

Метод частичной дискретизации [1], предложенный одним из авторов, в совокупности с двойным интегральным преобразованием Лапласа позволил рассмотреть волновые процессы в рельсах, лежащих на дискретном упругом основании.

Дифференциальное уравнение движения будет описываться следующим образом:

$$\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2} +$$

$$+\alpha \sum_{i=1}^{m} u(t,x_i)\delta(x-x_i) = -\tau_k \delta(v_0 t - x). \quad (1)$$

Начальные и граничные условия задачи имеют вид:

$$t=0;\ u(0,x)=0; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial u(0,x)}{\partial x}=v_0\delta(x), \qquad (3)$$

$$x=0,\quad \sigma=E\frac{\partial u(t,0)}{\partial x}=-\sigma_0\delta(t), \qquad (4)$$

$$x=L;\ \sigma=0. \qquad (5)$$

Методом частичной дискретизации дифференциальное уравнение с частным производным приводим к следующему виду:

$$\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}-\frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2}=\frac{\alpha}{2a^2}\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\left(t_k+t_{k+1}\right)\times$$
$$\times\left[u(t_k,x_i)\delta(t-t_k)-u(t_{k+1},x_i)\delta(t-t_{k+1})\right]\times$$
$$\times\delta(x-x_i)+\frac{\tau_k}{a^2}\delta(v_0t-x). \qquad (6)$$

Применив двойное преобразование Лапласа относительно x и t к уравнению (6), с учетом условий (2)–(4) получим [3, 4]

$$p^2L_t\left[L_x\left[u(x,t)\right]\right]-\frac{1}{a^2}q^2L_t\left[L_x\left[u(x,t)\right]\right]=$$
$$=\frac{\alpha}{2a_2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(t_k+t_{k+1}\right)\times$$
$$\times\left[u(t_k,x_i)e^{-t_kq}e^{-x_ip}-u(t_{k+1},x_i)e^{-t_{k+1}q}e^{-x_ip}\right]-$$
$$-\frac{\tau_k}{a^2}\frac{1}{q+v_0p}-\frac{\sigma_0}{E}, \qquad (7)$$

где L_x – оператор преобразования Лапласа по x, L_t – оператор преобразования Лапласа по t, p- комплексная переменная, соответствующая переменной x, а q – комплексная переменная, соответствующая переменной t.

Уравнение (7) после ряда преобразований примет вид

$$L_t\left[L_x\left[u(x,t)\right]\right]=-\frac{\alpha}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(t_k+t_{k+1}\right)\Bigg|\times$$
$$\times\left[u(t_k,x_i)\frac{e^{-x_ip}e^{-t_xq}}{q^2-(ap)^2}-u(t_{k+1},x_i)\frac{e^{-x_ip}e^{-t_{k+1}q}}{q^2-(ap)^2}\right]-$$
$$-\tau_k\frac{q-v_0p}{\left[q^2-(v_0p)^2\right]\left[q^2-(ap)^2\right]}+\frac{\sigma_0a^2}{E}\frac{1}{q^2-(ap)^2}. \qquad (8)$$

Сделав обратное преобразование Лапласа L_t^{-1}, получим

$$L_x\left[u(t,x)\right]=-\frac{\alpha}{2a}\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\left(t_k+t_{k+1}\right)\times$$
$$\times\left\{u(t_k,x_i)\frac{e^{-x_ip}}{p}sh\left[ap(t-t_k)\right]H(t-t_k)-\right.$$
$$\left.-u(t_{k+1},x_i)\frac{e^{-x_ip}}{p}sh\left[ap(t-t_{k+1})\right]H(t-t_{k+1})\right\}+$$
$$+\frac{\tau_k}{a^2-v_0^2}\cdot\frac{1}{p^2}\times$$
$$\times\left[ch(apt)-ch(v_0pt)-\frac{v_0}{a}sh(apt)-sh(v_0pt)\right]+$$
$$+\frac{\sigma_0a}{E}\cdot\frac{sh(apt)}{p}+c(t). \qquad (9)$$

Применив обратное преобразование Лапласа L_x^{-1}, имеем:

$$u(t,x)=-\frac{\alpha}{4a}\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\left(t_k+t_{k+1}\right)\left\{u(t_k,x_i)\right|\times$$
$$\times\left[H(x+at-x_i-at_k)-H(x-at+x_i+at_k)\right]\times$$
$$\times\left|H(t-t_k)-u(t_{k+1},x_i)\right[H(x+at-x_i-at_{k+1})-$$
$$-H(x-at+x_i+at_{k+1})\Big]\times$$
$$\times H(t-t_{k+1})\Big\}+\frac{\tau_k}{a^2-v_0^2}(v_0t-x)H(v_0t-x)-$$
$$-\frac{\tau_k}{2a}\left[\frac{1}{a+v_0}(x+at)H(x+at)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{a-v_0}(x-at)H(x-at)\right]+$$
$$+\frac{\sigma_0\cdot a}{2E}\left[H(x+at)-H(x-at)\right]+c(t)\cdot x, \qquad (10)$$

где $c(t)$ определим из граничных условий (5)

$$c(t)=\frac{\tau_k}{a^2-v_0^2}H(v_0t-L)+$$

$$+\frac{\tau_k}{2a}\left[\frac{1}{a+v_0}H(at+L)-\frac{1}{a-v_0}H(at-L)\right]-$$

$$-\frac{\sigma_0\cdot a}{2E}[\delta(at+L)-\delta(at-L)]. \qquad (11)$$

Тогда (10) примет вид:

$$u(t,x)=-\frac{\alpha}{4a}\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}(t_k+t_{k+1})\{u(t_k,x_i)\times$$

$$\times[H(x+at-x_i-at_k)-H(x-at+x_i+at_k)]\times$$

$$\times H(t-t_k)-u(t_{k+1},x_i)[H(x+at-x_i-at_{k+1})-$$

$$-H(x-at+x_i+at_{k+1})]\times$$

$$\times H(t-t_{k+1})\}+\frac{\tau_k}{a^2-v_0^2}(v_0t-x)H(v_0t-x)-$$

$$-\frac{\tau_k}{2a}\left[\frac{1}{a+v_0}(x+at)H(x+at)-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{a-v_0}(x-at)H(x-at)\right]+\frac{\sigma_0\cdot a}{2E}[H(x+at)-$$

$$-H(x-at)]-\frac{\tau_k\cdot x}{a^2-v_0^2}H(v_0t-L)+$$

$$+\frac{\tau_k\cdot x}{2a}\left[\frac{1}{a+v_0}H(at+L)-\frac{1}{a-v_0}H(at-L)\right]-$$

$$-\frac{\sigma_0\cdot a\cdot x}{2E}[\delta(at+L)-\delta(at-L)], \qquad (12)$$

где

$$u(t_k,x_i)=\frac{\tau_k}{a^2-v_0^2}(v_0t_k-x_i)H(v_0t_k-x_i)-$$

$$-\frac{\tau_k}{2a}\left[\frac{1}{a+v_0}(x_i+at_k)H(x_i+at_k)-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{a-v_0}(x_i-at_k)H(x_i-at_k)\right]+$$

$$+\frac{\sigma_0\cdot a}{2E}[H(x_i+at_k)-H(x_i-at_k)]. \qquad (13)$$

В данной задаче метод частичной дискретизации впервые применяется для получения аналитического решения дифференциального уравнения частных производных продольного колебания рельса, лежащего на дискретном упругом основании в совокупности с двойным преобразованием Лапласа.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тюреходжаев А.Н., Калжанова Г.К.* Задача об осесимметрическом нелинейном изгибе неоднородной гибкой круглой пластины в неравномерном температурном поле // Доклады НАН РК. 2005. № 3. С. 23-33.

2. *Nikitin L.V., Tyurehodgaev A.N.* Wave Propagation and Vibration of Elastic Rods with Interfacial Frictional Slip. Wave Motion 12 (1990) 513-526 North-Holland.

3. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексного переменного. М., 1965.

4. *Кеч В., Теодореску П.* Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике. М., 1978.

Резюме

Доңғалақ пен рельс арасындағы құрғақ үйкелісті ескере отырып, шпалда жатқан рельстің бойлық тербелістерін ішінара дискреттеу және екі рет Лаплас әдістерін пайдалану арқылы аналитикалық шешімі алынды.

Summary

Analytical solution of the problem about longitudinal vibration of the rail which lies on the ties taking into account contact dry friction between wheel and rail is provided by the method of partial discretization and Laplace dual integral transformation.

КазНТУ им. К.И. Сатпаева,
г. Алматы

Поступила 3.07.06г.