

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ТРЕХМЕРНЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СТРУЙ, ВЫТЕКАЮЩИХ ИЗ СОПЕЛ С НЕДОРАСШИРЕНИЕМ

Проведены численные исследования особенностей течения сверхзвуковых нерасчетных турбулентных струй, распространяющихся в спутном сверхзвуковом потоке с частично ограниченной областью или в свободном дозвуковом потоке. Используются параболизированные уравнения Навье–Стокса. Выявлены особенности пространственного течения в зависимости от степени нерасчетности, чисел Маха струи и потока.

Одной из важных прикладных проблем является задача расчета сверхзвуковых турбулентных струй в спутном потоке с дозвуковыми областями, к числу которых относятся истечение сверхзвуковой струи в сверхзвуковой поток с частично ограниченной областью или в дозвуковой спутный поток. Основной трудностью при моделировании таких типов течений, помимо ламинарно-турбулентного перехода, является наличие взаимодействия скачков уплотнения, волн Маха с пограничным слоем, а также наличие зон отрыва [1, 2]. В связи с этим достаточно трудно описать указанные процессы на основе единого численного алгоритма, без привлечения различных упрощающих предположений [1]. При этом в сверхзвуковых областях исходные системы уравнений имеют гипербола-параболический тип, в дозвуковых областях из-за продольного гради-

ента давления в системе уравнений имеется элемент эллиптичности и для обеспечения гипербола-параболичности системы необходимы некоторые регуляризации. Эти проблемы ограничивают возможность эффективного использования методов численного анализа.

В данной статье рассматривается истечение системы трехмерных сверхзвуковых струй в спутный сверхзвуковой поток с частично ограниченной областью и в спутный дозвуковой поток.

Постановка задачи. Из системы круглых сопел одинакового размера вытекают сверхзвуковые турбулентные струи со скоростью u_0 в спутный сверхзвуковой поток с частично ограниченной областью, т.е. стенкой при $y = 0$ и $y = 2L$ (рис. 1, а), или в свободный спутный дозвуковой поток (рис. 1, б), движущийся со скорос-

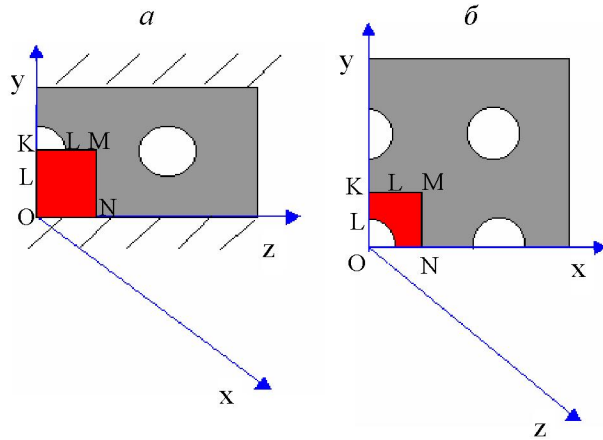


Рис. 1. Схема течения

тью u_0 . Сопла расположены с некоторым постоянным интервалом. Вследствие симметричности расположения сопел относительно оси y и z рассматриваются процессы взаимодействия потоков в заштрихованном прямоугольнике – $OKMN(W)$.

Система осредненных параболизированных уравнений Навье–Стокса относительно декартовых координат в консервативной форме представляется в виде

$$(1) \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial z} = 0,$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (E_t + p)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (E_t + p)v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (E_t + p)w \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}_v = \frac{1}{\text{Re}} \left(0, \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{4}{3} \mu \frac{\partial v}{\partial y}, \mu \frac{\partial w}{\partial y}, u\mu \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{4}{3} \nu\mu \frac{\partial v}{\partial y} + w\mu \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{k}{(\gamma - 1)M_a^2 \text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial y} \right)^T,$$

$$\mathbf{G}_v = \frac{1}{\text{Re}} \left(0, \mu \frac{\partial u}{\partial z}, \mu \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{4}{3} \mu \frac{\partial w}{\partial z}, u\mu \frac{\partial u}{\partial z} + \nu\mu \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{4}{3} w\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{k}{(\gamma - 1)M_a^2 \text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial z} \right)^T,$$

$$p = (\gamma - 1) \left[E_t - \frac{1}{2} (\rho u^2 + \rho v^2 + \rho w^2) \right],$$

$$c_v = \frac{1}{\gamma(\gamma - 1)M_a^2},$$

$$T = \left(\frac{1}{\rho c_v} \right) \left[E_t - \frac{1}{2} (\rho u^2 + \rho v^2 + \rho w^2) \right],$$

$$\mu = \mu_l + \mu_t.$$

Система (1) записана в безразмерной форме в общепринятых обозначениях. В качестве определяющих параметров приняты параметры на срезе сопла (u_0, ρ_0, T_0) , а характерным размером – радиус среза сопла r . Давление и полная энергия отнесены к значению $\rho_0 u_0^2$.

Здесь $\gamma = c_p / c_v$ – отношение удельных теплоемкостей, c_p, c_v – теплоемкость при постоянном давлении и объеме, m_t – коэффициент турбулентной вязкости, M_a – число Маха струи, Pr – число Прандтля, m_l – коэффициент молекулярной вязкости, которая рассчитывается по формуле Сазерленда:

$$\mu_l = T^{3/2} \left(\frac{1 + S_1}{T + S_1} \right),$$

где $S_1 = 110 \text{ K}/T_0$.

Предполагается, что газ совершенный с показателем адиабаты $g = 1,4$.

Система (1) замкнута с помощью алгебраической модели турбулентности Болдуина–Ломакса [3].

Соответствующие начальные и граничные условия имеют вид:

в начальном сечении, при $x = 0$:

в струе $u = 1, T = 1, r = 1, u = w = 0$;

в потоке $T = 1, u = \frac{M_a}{M_\infty} \sqrt{T}, p = \frac{1}{\gamma n M_a^2},$

$u = w = 0$;

при $x > 0$ задавались условия симметрии:

$$v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0, L,$$

$$w = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \text{ при } z = 0, L.$$

Задача решалась численно методом, пред-

ставленным в работе [4].

Расчеты проведены при характерных параметрах: $g = 1,4$, $Pr = 0,71$, $1 \leq M_a \leq 3$, $0,05 \leq M_\infty \leq 5$, $1 \leq n \leq 10$. Использована сетка, содержащая в поперечных направлениях 101×101 узлов, с шагами $Dy = Dz = 0,05$, шаг по маршевой координате варьировался в пределах $Dx = 0,0035-0,015$.

Результаты расчетов течения, схема которого указана на рис. 1, а, приведены для истечения системы струй, расположенных симметрично вдоль оси z в спутный поток.

С целью выявления особенностей недорасширенных струй исследовано влияние параметров нерасчетности на картину течения. На рис. 2, А (а-д) ($M_a = 1,5$, $M_\infty = 2$, $n = 4$, $T_0 = T_\infty = 1$) показана пространственная картина поля давления в сечениях струи $x = 4,54, 13,7$,

41, 77,5. Видно, что по мере распространения струи вниз по потоку от начального участка в спутный поток с более низким давлением начинает распространяться ударная волна (рис. 2, А, а). Эта волна, достигая, с одной стороны, пограничного слоя, с другой – границы компоновки, отражается (рис. 2, А, б) и распространяется в обратном направлении. При этом отражение от пограничного слоя опережает отражение от оси симметрии струи (рис. 2, А, в). Таким образом, первоначально осесимметричная ударная волна после отражения от исходных границ приобретает существенно трехмерный характер. Далее, вследствие интенсивных диссипативных процессов, обусловленных вязкими и ударно-волновыми процессами, возмущение давления вниз по потоку ослабевает (рис. 2, А, г-д).

Увеличение чисел Маха спутного потока (рис. 2, Б, $M_a = 1,5$, $M_\infty = 5$) и струи (рис. 2, В,

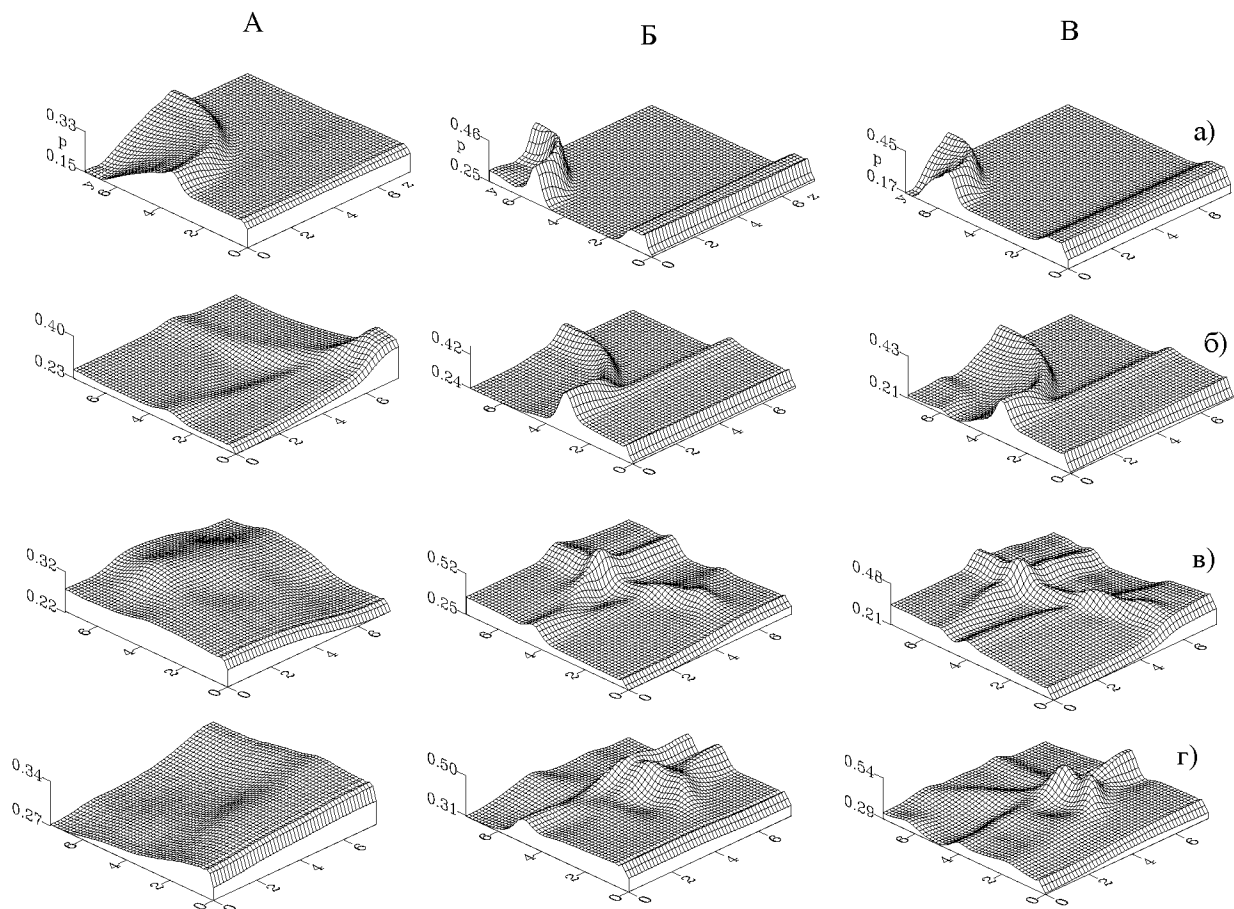


Рис. 2. А – $M_a = 1,5$, $M_\infty = 2$; Б – $M_a = 1,5$, $M_\infty = 5$; В – $M_a = 3$, $M_\infty = 5$
при $n = 4$, $T_0 = T_\infty = 1$ в сечениях: а – $x = 4,54$, б – $13,7$, в – 41 , г – $77,5$

$M_a = 3$, $M_\infty = 5$) приводит к тому, что в обоих случаях появляются волны возмущения, движущиеся от стенки в сторону спутного потока (рис. 2, Б, В, а). Как видно из рис. 2, Б, В, б, впоследствии эти волны взаимодействуют с ударной волной, в результате которого наблюдается сильный всплеск (рис. 2, Б, В, в). Затем этот всплеск двигается единым фронтом (рис. 2, Б, В, г) и, как следует из рисунка, скорости распространения волн возмущения зависят от чисел Маха.

Таким образом, первоначально симметричная ударная волна после отражения от исходных границ приобретает существенно трехмерный характер.

Для исследования особенностей недорасширенных сверхзвуковых струй, распространяющихся в спутном дозвуковом потоке, были проведены численные эксперименты для $n = 1,45 \div 4$. Численные расчеты сравниваются с экспериментальными данными [5, 6], полученными при исследовании струй, истекающих в неподвижный

воздух.

Из распределения давления в плоскости xoy (рис. 3, а) и вдоль оси x (рис. 3, б) для $M_a = 2$, $M_\infty = 0,25$, $n = 1,45$, $T_0 = T_\infty = 1$ следует, что особенностью недорасширенных струй является то, что структура течения имеет периодический характер, аналогичный затухающей синусоидальной кривой. В соответствии с общей картиной течения сверхзвуковой струи в спутном дозвуковом потоке при $p_0 > p_\infty$ около кромки сопла возникает пучок характеристик (волн разрежения), обеспечивающий расширение газа в струе от давления на срезе сопла p_0 до давления окружающей среды p_∞ . Волны разрежения достигают границы струи и отражаются в виде системы волн сжатия. Следовательно, серия последовательных волн расширения и сжатия приводит к тому, что струйное течение приобретает периодический характер.

На рис. 3, б также приведены расчеты

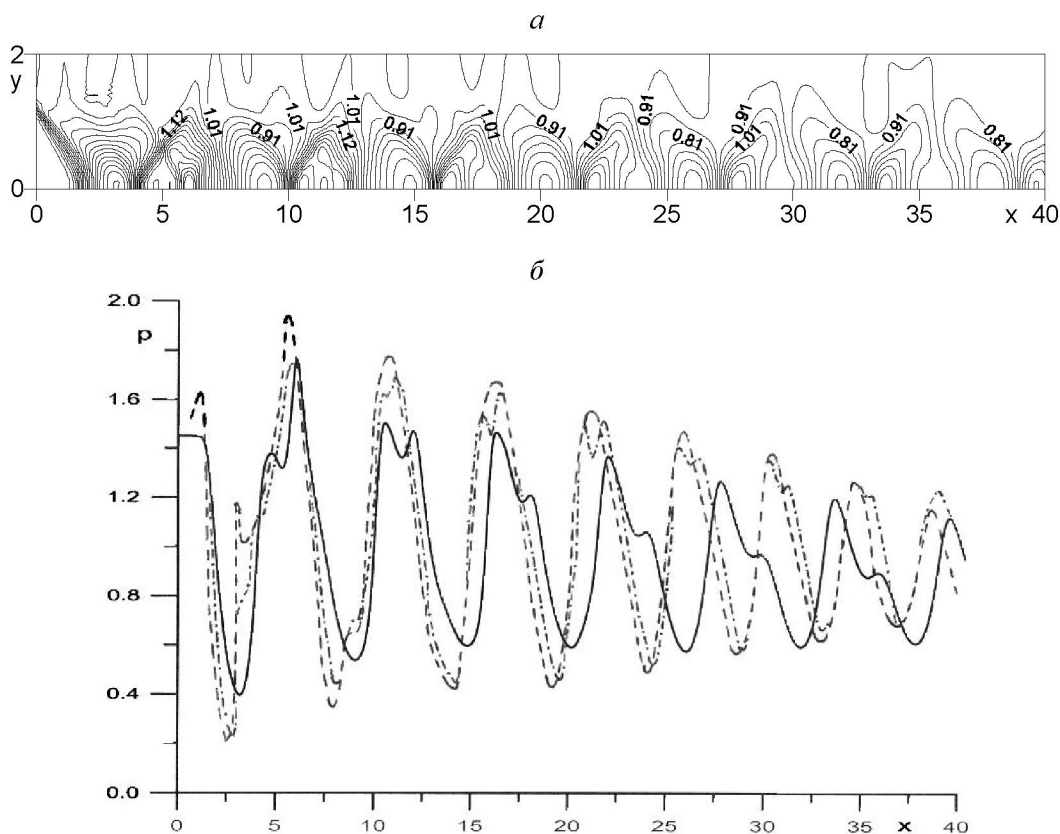


Рис. 3. Изобары в плоскости xoy (а),
распределение давления вдоль оси x для $M_a = 2$, $M_\infty = 0,25$, $n = 1,45$, $T_0 = T_\infty = 1$ (б)

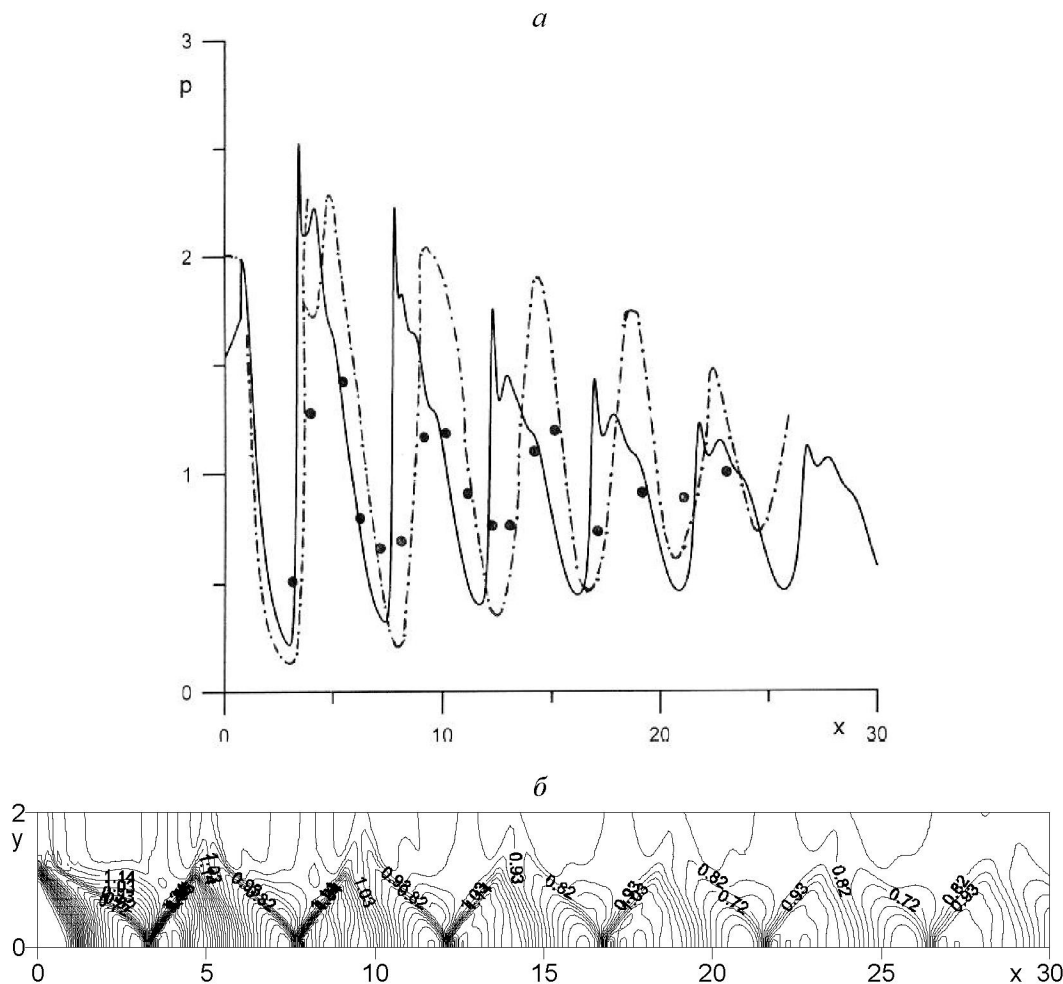


Рис. 4. Распределение давления вдоль оси x (а),
изобары в плоскости $хоу$ для $M_a = 1,5$, $M_\infty = 0,05$, $n = 2$, $T_0 = T_\infty = 1$ (б)

($M_\infty = 0,25$, штрихпунктирные линии) и экспериментальные кривые ($M_\infty = 0,0$, пунктирные линии) работы [5]. Анализ приведенных на этом рисунке результатов показал вполне приемлемое соответствие численных расчетов данной работы с опытами, хотя небольшое расхождение результатов наблюдается по мере удаления от среза сопла.

Уменьшение числа Маха струи (рис. 4, $M_a = 1,5$, $M_\infty = 0,05$, $n = 2$, $T_0 = T_\infty = 1$) приводит к тому, что распределение давления на оси струи (сплошные линии) по фазе лучше совпадают с экспериментальными [6] (темные точки) и численными [7] (штрихпунктирные линии) данными, чем при $M_a = 2$ (рис. 3, а) и, как видно из рис. 4, б, ударно-волновая структура затухает

быстрее.

Таким образом, в численных расчетах как данной работы, так и работ [5, 7], имеются расхождения с экспериментальными данными, которые определяются несовпадением фаз в распределениях давления на оси струи. Следует отметить, что в [5] расчет проводился двухпараметрической моделью турбулентности, в [7] – однопараметрической.

В заключение отметим, что помимо предполагаемого в работе [5] несогласования расчетов с опытом, связанных с неправильным моделированием турбулентности, здесь, как следует из численных экспериментов, на распределение давления в струе оказывает влияние параметр M_∞ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Пури К.М., Форстер К.К. Численный расчет много-

струйных течений за соплами // Ракетная техника и космонавтика. 1980. Т. 18, № 9. С. 72-80.

2. Бим Р.М., Уорминг Р.Ф. Неявная факторизованная разностная схема для уравнений Навье-Стокса течения сжимаемого газа // Ракетная техника и космонавтика. 1978. Т. 16. № 4. С. 145-156.

3. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. М.: Мир, 1991. Т. 1, 2. 552 с.

4. Калтаев А.Ж., Найманова А.Ж. Об одном численном методе расчета сверхзвуковых пространственных струй // Математическое моделирование РАН. 2002. Т. 14. С. 105-116.

5. Абдол-Хамид К.С., Уилмот Р.Г. Моделирование эффектов многомасштабной турбулентности в недорасширенных сверхзвуковых струях // Аэрокосмическая техника. 1990. № 7. С. 43-52.

6. Цзян-Чжесин. Исследование осесимметричной сверхзвуковой турбулентной струи при истечении из сопла с недорасширением // Исследование турбулентных струй воз-

духа, плазмы и реального газа / Под ред. Г. Н. Абрамовича. М.: Машиностроение, 1967. С. 114-180.

7. Козлов В.Е. Метод расчета слабонеизобарической сверхзвуковой турбулентной струи в дозвуковом спутном потоке // Сверхзвуковые газовые струи. Новосибирск: Наука, 1983. С. 64-71.

Резюме

Дыбыс жылдамдығынан жоғары жартылай шектелген аймақта немесе дыбыс жылдамдығынан төмен ашық ауданда таралатын дыбыс жылдамдығынан жоғары турбуленттік ағыншалардың ерекшеліктерінің сандық зерттеуі жүргізілді. Параболалық Навье–Стокс теңдеулер жүйесі қолданылды. Ағынша мен ағынның Мах сандарына, қысымға байланысты кеңістіктегі ағыстың ерекшеліктері анықталды.

Summary

There was a numerical investigation of stream supersonic turbulent jets features propagating in co-flow supersonic stream with partially limited area or in free subsonic stream. Parabolized equations of Navier–Stokes were used. The features of spatial stream in depending on the level of an underexpanded, Mach numbers of jets and streams were elicited.