

УДК 621.81

А. С. КАРИМОВА, Л. О. МАРДАНОВА

## РАСЧЕТ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ НА КОЛЕБАНИЕ И НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БУРИЛЬНЫХ ТРУБ

Рассмотрены вопросы расчета нестационарного колебательного процесса буровых колонн с учетом упругопластического деформирования с использованием метода конечных элементов.

Как статическое, так и динамическое воздействие на буровую колонну могут вызвать в последней значительные по величине напряжения, приводящие к повреждению стыков, изменению жесткостных параметров отдельных частей и всей колонны в целом. Причем это может произойти даже при допустимых по величине воздействиях. В этих случаях расчет динамики и напряженно-деформированного состояния нельзя осуществлять в рамках линейной теории и использовать методы, основанные на суперпозиции форм колебаний, поскольку динамические характеристики меняются в процессе деформирования.

Колонна начинает приобретать пластические деформации после достижения некоторого определенного предела (предела текучести). Процесс приобретения пластических деформаций по определению не зависит от времени, которое явно не входит в соотношения теории пластичности. Соотношения связи  $\sigma$ – $\epsilon$  при пластическом деформировании описываются петлей гистерезиса, представляющей собой параллелограмм (рис. 1) с тремя характерными параметрами:  $\alpha$ ,  $\text{tg}\theta_1$ ,  $\text{tg}\theta_2$ .

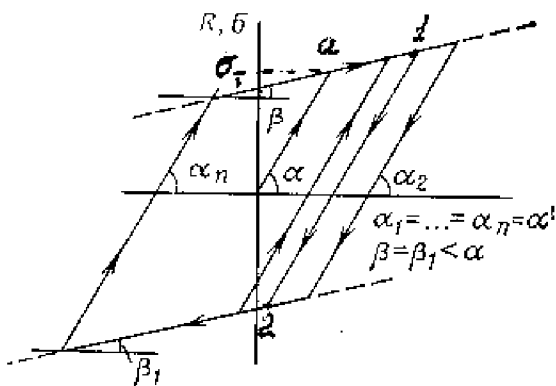


Рис. 1. Диаграмма упруго-пластического деформирования

При разработке метода расчета и проведении исследований нестационарных колебаний колонны с учетом упругопластического деформирования применялся метод конечных элементов с использованием стержневого конечного элемента, в предположении, что пластические зоны образуются в тех элементах, в которых напряжение  $\sigma$  достигает предела текучести. Перемена направления деформирования восстанавливает жесткость до начального значения. Матрица жесткости в целом составляется для каждого интервала времени объединением матриц жесткости отдельных элементов. Причем для каждого элемента жесткость определялась билинейной зависимостью в соответствии с достигнутым деформированным состоянием. Решение нелинейной системы дифференциальных уравнений, в результате которого определяются перемещения сечений колонны, осуществлялось методом Нью-марка.

### Алгоритм расчета

Полученная в результате применения МКЭ система разрешающих дифференциальных уравнений является нелинейной и имеет вид

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + R(u(t)) = -P(t), \quad (1)$$

где восстанавливающая сила  $R(u(t))$  определяется петлей гистерезиса и выбирается в зависимости от достигнутого на предыдущем этапе деформированного состояния. При решении системы (2.3.1) вектор  $\{R\}$  остается постоянным только в пределах одного шага по времени. В конце шага определяется новое значение вектора  $\{R\}$  по формуле

$$\{R\} = [K]\{u\} + \{r\} \quad (2)$$

с конкретными  $[K]$  и  $\{r\}$ , соответствующими различным этапам колебательного процесса. Коэффициенты жесткости в  $j$ -й строке матрицы  $[K]$  и

$j$ -я компонента вектора  $\{r\}$  на  $n$ -этапе вычислительного процесса определяются по универсальным формулам

$$E_j(n) = 0.5 \left\{ [1 + (-1)^n] K_1 + [1 - (-1)^n] K_2 \right\},$$

$$r_j(n) = (K_1 - K_2) \left( \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^i \varepsilon_{j,i} \right), \quad (3)$$

где  $n$  – номер линейного участка на петле гистерезиса. Начальный участок соответствует  $n=0$ .  $K_1 = tg\theta_1$ ;  $K_2 = tg\theta_2$ ;  $\varepsilon_{j,i}$  – значение  $\varepsilon_j$ , соответствующее узловым точкам петли, при этом предполагается, что  $\varepsilon_{j-1}=0$ .

Приведем описание процедуры расчета системы с учетом упруго-пластического деформирования для одного элемента колонны.

*Этап 1.  $n=0$ .* Система уравнений (1), где  $\{R\}$  определяется по (2) с элементами матрицы  $[K]$  и вектора  $\{r\}$ , получаемыми при  $n=0$  из формул (3). Система дифференциальных уравнений (1) при начальных условиях решается методом Ньюмарка до  $t=t_{a_j}$ , при котором выполняется равенство

$$|\varepsilon_j(t_{a_j})| = F_1 / K_1,$$

что соответствует точке  $a$  на петле гистерезиса. После достижения этого равенства начинается следующий этап.

*Этап 2.  $n=1$ .* Определяются новые значения вектора  $\{R\}$  по формулам (2) и (3) при  $n=1$  и находится решение системы уравнений (1) до  $t=t_{1j}$ , при котором меняется знак производной:  $|\dot{\varepsilon}_j(t_{1j})| = 0$ . Изменение знака производной соответствует точке 1 на петле гистерезиса.

*Этап 3.  $n=2$ .* Решение системы (1) с (2), (3), полученное при  $n=2$ , продолжается до  $t=t_{2j}$ , при котором выполняется одно из двух следующих условий:

$$|\varepsilon_{j,1}| - 2F_1 / (K_1 - K_2) \leq |\varepsilon_j(t_{2j})| \leq |\varepsilon_{j,1}|.$$

Знак равенства в левой части условия соответствует точке 2, а в правой – точке 1 на диаграмме (1). При невыполнении одного из двух неравенств решение переходит в пластическую область (либо от точки 1, либо от точки 2).

Последовательное выполнение всех перечисленных этапов соответствует последовательному переходу от одной ветви диаграммы (1) к другой. Далее решение повторяет этапы 2 и 3 до окончания процесса.

Описанный алгоритм используется при определении колебательного процесса в каждой узловой точке колонны.

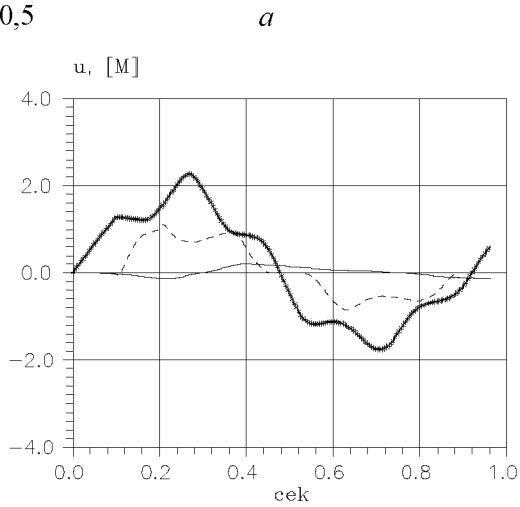
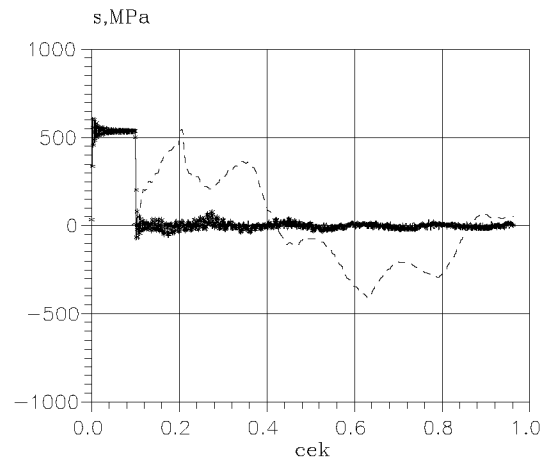
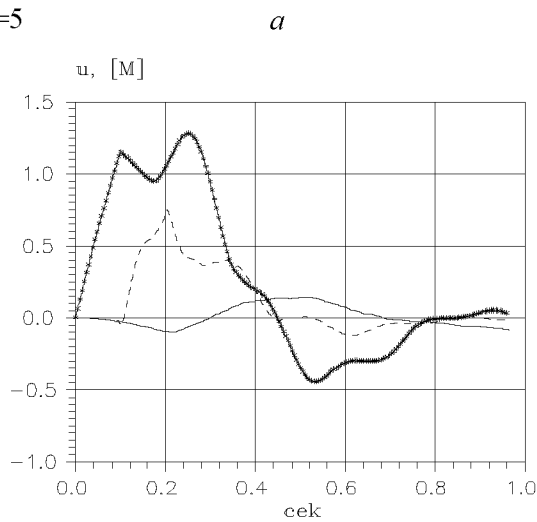
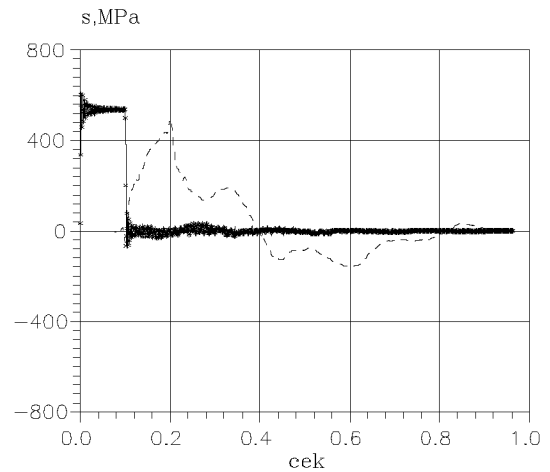
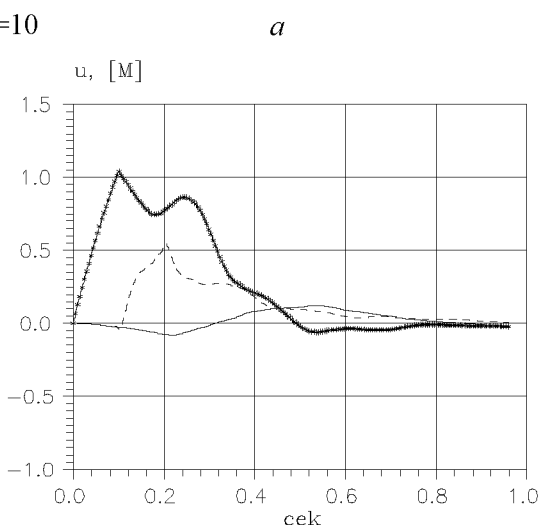
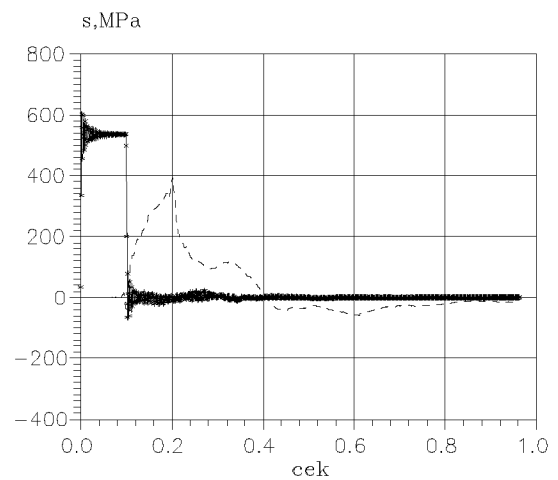
Достоверность полученного решения проверялась на тестовом примере, приведенном в [1], где определялась реакция одномассовой системы при нестационарной нагрузке. В примере участвовали следующие безразмерные параметры системы: масса  $M=0,1$ ,  $K_1=5$ ,  $K_2=0$ ,  $C=0,2$  (коэффициент затухания); шаг интегрирования  $\Delta t=0,1$  с.

Целью задачи являлось определение перемещений и скоростей одномассовой системы при заданной табличной нагрузке  $P(t)$  с учетом изменения жесткости системы по билинейной диаграмме. Результаты решения задачи и сравнение их с тестовыми приведены в таблице.

T	P(t)	Перемещения $u$		Скорость $du/dt$	
		Приведены в [1]	Получены автором	Приведены в [1]	Получены автором
0	0	0	0	0	0
0,1	5	0,070	0,0704	2,11	2,113
0,2	8	0,493	0,4935	6,35	6,355
0,3	7	1,256	1,2563	8,03	8,041
0,4	5	2,000	2,002	6,58	6,579
0,5	3	2,519	2,520	3,57	3,565
0,6	2	2,687	2,687	-0,28	-0,265
0,7	1	2,475	2,476	-3,83	-3,828
0,8	0	2,010	1,967	-5,21	-6,016
0,9	0	1,456	1,356	-5,00	-5,715
1,0	0	1,042	0,903	-3,00	-3,05
1,1	0	–	0,774	–	0,453
1,2	0	–	0,968	–	3,173

Результаты сравнения полученных по разработанному алгоритму перемещений и скоростей одномассовой системы с тестовыми данными показывают удовлетворительную сходимость получаемого решения. Это означает возможность использования разработанных алгоритма и программы при решении задачи динамики прихваченной колонны, когда при ликвидации прихвата превышает предел текучести в сечениях колонны, изменяются жесткостные параметры стыков и необходим учет пластических свойств.

Разработанный и апробированный алгоритм и программа расчета продольных колебаний стержневой системы [2] применен к исследованию динамического поведения и напряженно-деформированного состояния вязкоупругой бурильной колонны при нестационарном динамическом воздействии, когда в сечениях колонны, расположен-

$\eta=0,5$ *b* $\eta=5$ *b* $\eta=10$ *b*

**Рис. 2.** Изменение перемещений (*a*) и напряжений (*b*) в сечениях колонны с различной вязкостью  $\eta$  и пластическим деформированием при импульсном воздействии с амплитудой  $A=2,2$  МН и продолжительностью  $\tau = 0,1$  с:  
 $\times \times \times$  - верх;  $\equiv \equiv \equiv$  - низ; - - - - - верхняя граница прихвата (500 м)

ных вблизи верхней границы, возможно возникновение напряжений, превосходящих предел текучести материала.

Исследование касается рассмотренной выше колонны длиной 1000 м, расположенной на глубине 500–600 м. Расчеты выполнены при осевой нагрузке  $P = 2200$  кН, вызывающей в центральных сечениях колонны значительные напряжения. Полученные при различных коэффициентах вязкости  $\eta$  картины перемещений и продольных напряжений сечений колонны приведены на рис. 2.

Превышение предела текучести в центральном сечении колонны, совпадающем с верхней границей прихвата (рис. 2, б), приводит к появлению здесь зоны пластического деформирования. В результате учета пластического деформирования и снижения жесткости колонны на разрыв в пластической зоне (этап 1) увеличивается период и амплитуда колебаний сечений центральной части колонны (пунктирная линия на графиках) (рис. 2). При этом растет и период колебаний всей колонны, а также амплитуда перемещений верхней части, особенно при малой вязкости трубы (рис. 2, а и рис. 2, а при  $\eta=0,5$ ). Амплитуда перемещений нижней части колонны остается неизменной.

Напряжения в верхней части колонны имеют характер приложенного прямоугольного импуль-

са, и их максимальное значение равно пределу прочности (около 540 МПа), а напряжения в центральном сечении при малой вязкости ( $\eta=0,5; 5; 10$ ) (если не учитывается пластическое деформирование) (рис. 2, б) значительно их превосходят. В случае же учета пластического деформирования (рис. 2, б) напряжения в центральном сечении колонны не превосходят предела текучести и еще более снижаются с увеличением вязкости колонны.

Таким образом, пластическое деформирование трубы с малой вязкостью может привести к значительному удлинению колонны и в конечном итоге к ее разрыву.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Пензин Дж., Клаф Р. Динамика сооружений. М., 1979. 320 с.

2. Бабаков И.М. Теория колебаний. М., 1965. 124 с.

#### Резюме

Бұрғылау құбырлар тізбегінің стационарлық емес тербелістер процесі серпімді-пластикалық деформациялануын ескере отырып ақырғы элементтер әдісімен есептелуі қарастырылды.

#### Summary

The article considers matter of the calculation oscillation process of drill columns using the method of finite element.

Атырауский институт нефти  
и газа, г. Атырау

Поступила 3.03.07г.