

УДК 530.145.6+539.12.8.2

М. ДИНЕЙХАН, С.А. ЖАУТАШЕВА, А.Б. САРСЕНОВА

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ЭЛЕКТРОНОВ В ДВУХМЕРНОЙ СПИНТРОНИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ

Установили условия доминирования спин - орбитального взаимодействия в двух электронно квантовой точке. Определили константу спин – орбитального взаимодействия при условии: электроны в КТ взаимодействует только спин-орбитальным взаимодействием. Если в двухмерном электронном газе происходит квантования по одному направлению, то в этом направлении образуются квантовые нитки. Показали, что для формирования квантовой нитки, существенную роль играет спин – орбитальное взаимодействие.

**Введение.** Основной проблемой в применении наноразмерных электронных систем в современной полупроводниковой электронике является управление движениями электронов, как в квантовой яме (КЯ), так и в квантовой точке (КТ). Это управление в стандартной полупроводнике осуществляется с помощью воздействия внешнего электрического поля на электрический заряд электрона. Когда величина наноразмерных структур становится порядка квантово-размерных систем (как атом), то управление электронами в такой системе осуществляется не только с помощью воздействия внешнего электрического поля на электрический заряд, а также с помощью воздействия внешнего магнитного поля на спин электрона. Результаты фундаментальных исследований показали, что при конкретных условиях, на малых расстояниях, взаимодействия между электронами в квантовой яме, определяются только спиновым взаимодействием электронов, т.е. взаимодействие между электронами в наноструктурах определяется спин-спиновым и спин-орбитальным взаимодействиями. Такая наноразмерная система называется «спинтроникой».

В последние годы проводятся интенсивные исследования различных явлений наблюдаемых в наноразмерных системах (наноструктурах) определяемых как «спинтроника» [1]. Основную идею этих исследований можно выразить как «спин вместо заряда», т.е. взаимодействие между электронами в наноструктурах рассматривается как спин-орбитальное взаимодействие. Таким образом, для использования наноструктур в новых технологиях ведутся поиски различных способов управления спиновой степенью свободы электронов в КТ. С этим связывают надежды на создание новых приборов.

**1. Потенциал взаимодействия электронов в КТ с учетом структурности.** Определим волновую функцию (ВФ) и энергетический спектр в двухэлектронной КТ. Для этого проводим усреднение по волновой функции внутренней системы (детали см. в [2]). УШ записываем в следующем виде:

$$\left\{ \vec{P}_R^2 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\omega_c^2}{8} P_R^2 + \frac{\hbar\omega}{2} L_{qR} + V_{tot}(R) \right\} \chi(\vec{R}) = E \cdot \chi(\vec{R}), \quad (1)$$

где  $V_{tot}(R)$  – полный потенциал взаимодействия электронов в КТ и равен:

$$V_{tot} = \frac{\hbar}{a^* \sqrt{m_e^*}} \cdot \frac{1}{R} + 2E_r(R) + \frac{1}{8} \left( \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial R} \right)^2, \quad (2)$$

$a^*$  - эффективный радиус Бора,  $m_e^*$  - эффективная масса. Здесь, первое слагаемое в (2) является кулоновским потенциалом взаимодействия электронов в КТ, а  $E_r(R)$  – потенциал, создаваемый электростатическим полем заряда изображений, который при дальнейших исследованиях используется в виде

$$E_r^{(0)}(R) = \frac{\omega^2}{2} - \frac{4Z_3 \sqrt{m_e^*}}{\hbar} \times \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \omega \left( 2 \frac{1 - e^{-\omega R}}{\omega R} - e^{-\omega R} \right), \quad (3)$$

т.е. без учета квадрупольного взаимодействия. Третье слагаемое в (2) связано с относительным движением электронов в КТ и его вклад по сравнению  $E_r^{(0)}(R)$  на порядок меньше [3] и при дальнейших исследованиях он также не будет учитываться. В (3) частота осциллятора  $\omega_+$  определяется из уравнения:

$$\omega - \frac{4Z_3 \sqrt{m_e^*}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \hbar} (1 + \omega R) e^{-2\omega R} = 0. \quad (4)$$

Для понимания характера потенциала (3) рассмотрим предельный случай. Пусть  $R \ll l$ , тогда учитывая (4), из (3) получим

$$E_r^{(0)}(R) = 2 \frac{Z_3^2 m_e^*}{\hbar^2} \cdot \frac{e^4}{\pi^2 \epsilon^2 \epsilon_0^2} \times \left( -1 + \frac{1}{3} \frac{Z_3^2 m_e^*}{\hbar^2} \cdot \frac{e^4}{\pi^2 \epsilon^2 \epsilon_0^2} \cdot R^2 + o(R^4) \right), \quad (5)$$

а при  $R \rightarrow \infty$ ,  $E_r^{(0)}(R) \Rightarrow 0$ . Таким образом, при малых расстояниях ( $R \ll l$ ) электростатический потенциал, созданный зарядом изображений, является потенциалом параболического конфайнмента, т.е. растущим потенциалом. Тогда потенциал (2) перепишем в виде

$$V = V_V(R) + V_S(R), \quad (6)$$

где  $V_V$  – стандартный векторный потенциал, связанный с однофотонным обменом

$$V_V = \frac{\hbar}{a^* \sqrt{m_e^*}} \cdot \frac{1}{R}, \quad (7)$$

и  $V_S$  – потенциал запираения электронов в КТ:

$$V_S = \frac{\omega^2}{2} - \frac{4Z_3 \sqrt{m_e^*}}{\hbar} \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \omega \left( 2 \frac{1 - e^{-\omega R}}{\omega R} - e^{-\omega R} \right). \quad (8)$$

Таким образом, электроны находятся в квантовой яме под воздействием векторных и запирающих потенциалов, которые созданы электростатическими полями слоев.

**2. Спин-орбитальное взаимодействие двух электронов в КТ.** В (6) мы определили потенциал взаимодействия электронов в КТ. Потенциал взаимодействия состоит из двух частей:  $V_V$  – векторный потенциал, соответствующий однофотонному обмену (7), и  $V_S$  – потенциал запираения с учетом полной ангармонической поправки (8). При определении потенциала (6) мы не учитываем спиновое взаимодействие, т.е. электрон, рассматривается как скалярная частица. В данном пункте будем учитывать спиновое взаимодействие электронов, а именно спин-орбитальное

взаимодействие двух фермионов, потенциал взаимодействия которых состоит из потенциала, соответствующего однофотонному обмену и потенциалу запираения. Спин-орбитальное взаимодействие фермионов с аналогичным потенциалом взаимодействия хорошо изучено и определено в физике элементарных частиц (в нерелятивистской феноменологической модели кварков), т.е. гамильтониан спин-орбитального взаимодействия кварков равен (детали см. в [4])

$$H_{SL} = \frac{1}{2m_1 \cdot m_2} \cdot \frac{1}{x} \left[ 3 \cdot \frac{d}{dx} V_V(x) - \frac{d}{dx} V_S(x) \right] \cdot (\vec{L} \cdot \vec{S}). \quad (9)$$

Здесь  $V_V$  – векторный потенциал, соответствующий одноглюонному обмену; а  $V_S$  – растущий потенциал, который обеспечивает запираение кварков;  $x$  – расстояния между кварками и  $m_1, m_2$  – массы кварков.

В нашем случае гамильтониан спин-орбитального взаимодействия электронов в КТ также определяется гамильтонианом спин-орбитального взаимодействия, который представлен в (9).

Производя замену переменных из (9) для гамильтониана спин-орбитального взаимодействия двух электронов в КТ имеем

$$H_{LS} = \frac{1}{2m_e^* \hbar^2} \cdot \frac{1}{R} \left[ 3 \cdot \frac{d}{dR} V_V(R) - \frac{d}{dR} V_S(R) \right] \cdot (\vec{L} \cdot \vec{S}), \quad (10)$$

где  $V_V(R)$  – векторный потенциал, а  $V_S(R)$  – потенциал запираения электронов в КТ, который представлен в (7) и (8) соответственно. В (8) параметр  $\omega$  определяется из уравнений:

$$\omega - \frac{4Z_3 \sqrt{m_e^*}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \hbar} (1 + \omega R) e^{-2\omega R} = 0. \quad (11)$$

В (10)  $\vec{L}$  – оператор орбитального момента, определенный стандартным образом:

$$\hbar \vec{L} = \left[ \vec{x} \times \vec{p}_x \right] - i\hbar \left[ \vec{x} \times \vec{\nabla}_x \right]; \\ \vec{L} - i \left[ \vec{R} \times \vec{\nabla}_R \right], \quad (12)$$

а  $\vec{S}$  – оператор спина, и существует тождество

$$(\vec{L} \cdot \vec{S}) - i \left( \vec{R} \cdot \left[ \vec{S} \times \vec{\nabla}_R \right] \right). \quad (13)$$

Полный потенциал взаимодействия электронов в КТ с учетом спин-орбитального взаимодействия, равен

$$V_{tot}(R) = V_V(R) + V_S(R) + H_{SL}(R). \quad (14)$$

Теперь определим условия, при которых взаимодействие электронов в КТ определяется только спин-орбитальным взаимодействием. Вектор потенциал  $V_V(R)$  – обычный отталкивающий кулоновский потенциал, а  $V_S(R)$  – удерживающий потенциал электронов в КТ. Мы предполагаем, что существует такое расстояние,  $R=R_0$ , на котором потенциалы отталкивания и удержания компенсируются

$$V_V(R_0) + V_S(R_0) = 0. \quad (15)$$

Из этого уравнения определим  $R_0$ , как функция от эффективной массы электрона, эффективного радиуса Бора и заряда изображения  $Z_3$ . Учитывая (15), проводя необходимые упрощения, из (10) для гамильтониана спин-орбитального взаимодействия электрона в КТ имеем

$$H_{SL} = \frac{1}{m_e^* \hbar^2} \times \left[ \frac{\omega^2}{4R_0} - \frac{2}{R_0^2} \cdot \frac{\hbar}{a^* \sqrt{m_e^*}} \cdot \frac{1}{R_0} \cdot i(\vec{R}_0 [\vec{S} \times \vec{\nabla}_{R_0}]) \right], \quad (16)$$

$\omega$  определяется из уравнений (13), а  $R_0$  – из уравнений (15). Тогда, переходя к безразмерным переменным:

$$\omega = \omega_0 \eta, \quad R = \frac{\tau}{\omega_0}, \quad (17)$$

$$\frac{4\hbar Z_3}{a^* \sqrt{m_e^*}} \equiv \frac{4Z_3 \sqrt{m_e^*}}{\hbar} \cdot \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0},$$

и подставляя (17) в (16), после некоторых упрощений имеем:

$$H_{SL} = Z_3^4 \cdot \frac{m_e^*}{\hbar_8} \cdot \frac{e^8}{\pi^4 \epsilon^4 \epsilon_0^4} \times \left( 4\tau^4 Z_3^2 \eta^2 - 8\tau^3 Z_3 \right) \cdot i(\vec{R}_0 \cdot [\vec{S} \times \vec{\nabla}_R]). \quad (18)$$

Здесь  $\tau$ ,  $\eta$  – безразмерные переменные, которые, учитывая (17), из (4) и (15), определяются из следующей системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{8Z_3} \cdot \frac{1}{\tau} + \frac{\eta^2}{4} - \frac{1-e^{-\eta\tau}}{\tau} + \frac{\eta}{2} e^{-\eta\tau} = 0 \\ \eta - (1+\eta\tau) e^{-\eta\tau} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

из этой системы уравнений  $\eta$ ,  $\tau$  определяются как функции от заряда изображения  $Z_3$ .

Определяя спиновых ( $\vec{S} = \frac{1}{2} \cdot \vec{\sigma}$ ) и импульсных ( $\vec{P}_x = -i\vec{\nabla}_x$ ) операторов, а также выделяя размерность параметра, т.е.  $K_{SO}$  – эффективную константу спин-орбитального взаимодействия, из (18) для гамильтониана спин-орбитального взаимодействия получаем:

$$H_{SL} = K_{SO} (\sigma_x P_y - \sigma_y P_x), \quad (20)$$

где  $\sigma$  – матрица Паули, и

$$K_{SO} = \frac{1}{2} m_e \alpha_{em}^2 \cdot r_e \cdot \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{1}{x_b^2} [2 - \tau \eta^2 Z_3] \cdot \left( \frac{m_e}{m_e^*} \right)^2, \quad (21)$$

где  $\alpha_{em}$  – стандартная константа связи электромагнитного взаимодействия, а  $0,5 m_e \alpha_{em} = 13.605698 \text{ эВ}$  – стандартная энергия Ридберга;  $r_e = e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e =$

$2,81794 \cdot 10^{-15} \text{ м}$  – классический радиус электрона.  $x_b$  – расстояние между электронами, на котором происходит аннулирование векторных и запирающих потенциалов и безразмерных переменных, т.е. в единицах радиуса Бора, выражается в виде:

$$x_b = \frac{x}{a_b} \cdot \frac{\epsilon}{4Z_{tot}} \cdot \left( \frac{m_e}{m_e^*} \right)^2. \quad (22)$$

Тогда из (21) для эффективной константы спин-орбитального взаимодействия имеем:

$$K_{so} = 0.06134 \cdot \left( \frac{m_e}{m_e^*} \right)^2 \cdot \frac{Z_3^2}{\epsilon^3 \tau^2} [2 - \tau^2 \cdot \eta^2 Z_3] \times [10^{-11} \text{ eVm}]. \quad (23)$$

Таким образом, из (22) и (23) видно, что расстояния между электронами, которые соответствуют усилению спин-орбитальных взаимодействий между электронами в КТ, и эффективная константа связи спин-орбитального взаимодействия зависит от  $\epsilon$ - диэлектрической проницаемости КТ и эффективной массы электрона, а также от заряда изображения.

Значение этих параметров, конечно, зависит от конкретной структуры нанокристалла. Поэтому для изучения зависимости эффективной константы спин-орбитального взаимодействия от

диэлектрической проницаемости различных слоев, а также от эффективной массы электрона, нам нужно рассмотреть конкретные соединения.

**3. Определение энергетического спектра электронного газа в двухмерном гетроструктуре.** В полупроводниковой гетроструктуре, в частности соединяем  $In_xGa_{1-x}As/In_yAl_{1-y}As$ , образуется квазидвухмерный электронный газ [5]. Будем изучать поведение квазидвухмерного электронного газа. Пусть по направлению  $Ox$  происходит размерное квантования с потенциалом запираения, в частности запирающим потенциалом может быть потенциал типа  $V_0\delta(x)$  [6], или обычный потенциал конфайнмента. В этом случае определим вклад спин-орбитального взаимодействия. Следуя Datta и Das [7], будем предполагать вклад спин - орбитального взаимодействия достаточно слабым, чем вклад потенциал конфайнмента. Во-вторых мы предполагаем, что если учитываем спин – орбитальное взаимодействие, то необходимо учитывать вклад релятивистского эффекта, который связанно с движением электронов.

Прежде всего, определим энергетический спектр одномерного потенциала запираения. В этом случае уравнение Шредингера записывается в виде:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \cdot \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} \mu \omega^2 x^2 \right] \Phi_n(x) = E_n \Phi_n(x). \quad (24)$$

Определение энергетического спектра в УШ (24) детально изложен в учебнике квантовой механике и равно:

$$E_n = \frac{\hbar}{2} \omega (n + 1/2). \quad (25)$$

Рассмотрим двухмерный электронный газ, тогда гамильтониан взаимодействия записывается в виде:

$$H = H_{2D} + H_{so}, \quad (26)$$

где

$$H_{2D} = \frac{1}{2\mu} (\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2). \quad (27)$$

гамильтониан кинетической энергии, а  $H_{so}$

$$H_{so} = \frac{\hbar K_{so}}{\mu} (\sigma_x \hat{p}_y - \sigma_y \hat{p}_x) \quad (28)$$

гамильтониан спин – орбитального взаимодействия, константа спин – орбитального взаимодействия  $K_{so}$  для различных материалов различно, т.е. зависит от плотности электронов. В частности, когда плотность электронного газа равна  $n = 0,7 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ , тогда  $K_{so} = 6 \cdot 10^{-12} \text{ eVm}$ , а когда  $n = 2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ , то  $K_{so} = 3 \cdot 10^{-11} \text{ eVm}$  [8, 9].

Еще раз отметим, если только по  $x$  направлению происходит кантования, тогда волновая функция гамильтониана можно представить в виде:

$$\psi(x, y) = \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{L}} \cdot \begin{pmatrix} \psi_n(x) \\ \psi_{n+1}(x) \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Здесь  $k_y$  - волновой вектор, а  $L$  - нормировочный размер системы в  $y$  направлении.

$\psi_n(x)$ - определяет состояние электронов проходящего под зону с квантовым числом  $n$ , а  $\psi_{n+1}$  под зону с квантовым числом  $n + 1$ .

В выражениях (24) и (28)  $\mu$  является конституэнтной массой электрона, которой находится в релятивистском связанном состоянии, а  $\vec{\sigma}$  обычная матрица Паули, который связанно со спином электрона:

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}. \quad (30)$$

Каждый электрон в под зоне может находится в двух состояниях: спин вверх и спин вниз. Учитывая (26) и (29) из уравнения Шредингера с учетом спин-орбитального взаимодействия для одномерного электронного газа, которое квантовано по направлению  $x$ , получаем систем уравнение

$$\begin{pmatrix} E_n^0 - E & K_{so} k_y & 0 & -K_{so} \Delta_{so} \\ K_{so} k_y & E_n^0 - E & K_{so} \Delta_{so} & 0 \\ 0 & K_{so} \Delta_{so} & E_{n+1}^0 & K_{so} k_y \\ -K_{so} \Delta_{so} & 0 & K_{so} k_y & E_{n+1}^0 - E \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \psi_n \uparrow \\ \psi_n \downarrow \\ \psi_{n+1} \uparrow \\ \psi_{n+1} \downarrow \end{pmatrix} = 0. \quad (31)$$

Из этого уравнения определен энергетический спектр электронов находящего под зонами. Решения этого уравнения энергетический спектр электронов в первой под зоне с квантовым числом  $n$  равен:

$$E_{1,2} = \frac{1}{2} \times \quad (32)$$

$$\times \left[ E_n^0 + E_{n+1}^0 \pm \sqrt{4(\alpha\Delta)^2 + (E_{n+1}^0 - E_n^0 + 2\alpha_0 k)^2} \right],$$

а в под зоне с квантовым числом  $n + 1$  равен:

$$E_{3,4} = \frac{1}{2} \times \quad (33)$$

$$\times \left[ E_n^0 + E_{n+1}^0 \pm \sqrt{4(\alpha\Delta)^2 + (E_{n+1}^0 - E_n^0 - 2\alpha k)^2} \right],$$

здесь  $E_{n+1}^0 = E_n + k_y^2$ , и  $\Delta_{so} = \frac{\hbar^2 K_{so}^2 (\psi_n \hat{P}_x \psi_{n+1})}{2m}$  -

характеристическая шкала энергии спин-орбитального взаимодействия, а  $E_n$  представлено (25).

Введено такие обозначения как  $\psi_n \downarrow$  - волновая функция со спинов вниз, а  $\psi_n \uparrow$  - волновая функция со спином вверх.

Благодаря слагаемому,  $\Delta_{so}$  которое вызвано спин-орбитальным взаимодействием происходит смешивание между под зонами гетроструктур по направлению  $x$ , которая происходит квантования, т.е. по  $Ox$  направлению образуется квантовые нитки. Таким образом, в результате квантования образуются новая наноструктура, так называемая квантовые нитки. Квантовые нитки, которые образуются в результате вышивания зоны в обычной нерелятивистской структуре, с помощью спин – орбитального взаимодействия.

**Заключение.** Наш результат показывает, что если электрон в двух электронной квантовой точке находится в устойчивом состоянии, то можно предположить, что сила кулоновского отталкивания между электронами компенсируется силами заперания электронов в квантовой точке. В этом условии, если происходит такая компенсация, то сила взаимодействия между электронами определяется только спин-орбитальным взаимодействием. Мы также изучали поведение электро-

нов по одномерным направлениям, т.е. рассмотрели двухмерный электронный газ, и предполагаем, что по одной направлении, в частности по  $Ox$ , происходит размерное квантование. Тогда энергетический спектр по этим направлениям становится дискретным. В каждом дискретном спектре, т.е. в зоне находится электрон. Определили энергетический спектр электрона находящего в под зоне с квантовыми числами  $n$  и  $n + 1$ . Наши результаты показывают, когда учитываем спин-орбитальное взаимодействие происходит эффект смешивания. По мере этого смешивания в зоне электрона происходит переход с одной под зоны к другой, и таким образом образуются квантовые нитки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Wolf S.A. et al. // Science. 2001. V.294. p.1488.
2. Динейхан М., Жаугаешева С.А., Калкозова Ж.К. Препринт, р17-2005-94, ОИЯИ, Дубна. 2005.
3. Динейхан М., Жаугаешева С.А., Назмитдинов Р.Г. // ЖЭТФ, **119**, 1210 (2001).
4. Lucha W., Schoberl F., Gromes D. // Phys.Reports. **V 200**, 127 (1991)
5. Manvir S. Kushwaha // Physical Review, **B 74**, 045304 (2006)
6. Магарил Л.Т., Чанлик А.В. Письма в ЖЭТФ, том 81, вып.4, с. 198-202
7. Datta S., Das B. // Appl. Phes. Lett. **56**, 665, (1990).
8. Nitta I., Akasaki T., Takayanagi H., Enoki T. // Phys. Rev. Lett. **78**, p.1335(1997).
9. Heida I.P., et al. // Phys.Rev. **B 57**, p.11911(1998).

#### Резюме

Екі электронды кванттық нүктедегі спин-орбиталдық әсерлесудің доминирлеу шарты бекітілді. Кванттық нүктедегі электрондар тек спин-орбиталдық әсерлеседі деген шартты пайдаланып спин-орбиталдық әсерлесудің тұрақтысын анықтадық. Екі өлшемді электрондардың газда квантталу бір бағыт бойынша жүрсе, онда бұл бағытта кванттық жіптер пайда болады. Кванттық жіптің қалыптасуы үшін маңызды рөлді спин орбиталдық әсерлесудің ойнайтынын көрсеттік.

#### Summary

Ascertained condition of dominance spin-orbital interaction in two electronic quantum point. Determined constant of spin-orbital interaction under such conditions: electrons interacted in quantum point only spin-orbital interaction. If in the two dimensional electronic gas descends by one direction, than in the direction form quantum thread. Exhibited, than for formation of quantum thread, plays a vital part spin-orbital interaction.

КазНУ им. аль-Фараби,  
г. Алматы

Поступила 20.05.08г.