

В.К. БИШИМБАЕВ, С.В. ВИКТОРОВ

АНАЛИЗ ПНЕВМОИМПУЛЬСНЫХ РЕЖИМОВ ПЕРЕГРУЗКИ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

На основании анализа базовой математической модели процесса перегрузки сыпучих и порошкообразных материалов из пневмоцистерн получены выражения для расчета резонансных частот и определена амплитудно-частотная характеристика пневмоимпульсных режимов транспортировки сыпучих материалов.

Ранее в работах [1,2] был описан предложенный нами новый способ пневмоимпульсной перегрузки сыпучих и порошкообразных материалов из пневмоцистерн с регенерацией газораспределительных перегородок. Способ основан на использовании энергий прямой и обратной волн пневматического удара для транспортирования сыпучего и порошкообразного материала в горизонтальном разгрузочном трубопроводе и вертикальной транспортной магистрали [3].

Такой способ перегрузки позволяет существенно повысить производительность и надежность работы транспортирующей системы и существенно расширить диапазон регулирования импульсными пневматическими ударами в условиях максимального давления выхлопа.

Основными управляющими параметрами при этом являются частота импульсных пневматических ударов и временное запаздывание роста давления в буферной емкости, изменяя которые можно добиться транспортирования аэрированной смеси материала на различных участках тракта в режиме резонирования частот.

Таким образом, в системе возникают параметрические колебания, описывающиеся уравнением:

$$\frac{d^2 \Delta P}{dt^2} + \omega_0^2(1-\alpha)\Delta P = \\ = \beta\Delta P \cos \omega^* t - \gamma \frac{d\Delta P}{dt} + \varepsilon(\Delta P)^3 \quad (1)$$

где ΔP – величина импульса давления в системе; t – время; ω_0 – собственная частота колебаний в системе; ω^* – частота «наведенных» колебаний; α – параметр подстройки; β – коэффициент параметрического возбуждения; γ – коэффициент демпфирования; ε – малый параметр, характеризующий степень нелинейности системы.

Вывод уравнения (1) основан на разложении уравнения колебаний общего вида:

$$\frac{d^2 \Delta P}{dt^2} + \Phi(\Delta P) = 0 \quad (2)$$

в ряд Тейлора в окрестности положения равновесия, где $\Phi(H)$ – возвращающая сила.

Если ввести обозначение:

$$K = \left. \frac{\partial^3 \Phi}{\partial H^3} \right|_0, \quad (3)$$

то можно дать следующую оценку величины параметра нелинейности в уравнении (1):

$$\varepsilon \sim K \frac{H}{h}. \quad (4)$$

Здесь H – амплитуда возмущенного движения слоя материала; h – высота слоя материала на перегородке;

Ранее нами проделан приближенный анализ уравнения (1) и получены приближенная амплитудно-частотная характеристика системы [4].

В настоящей работе более подробно исследованы условий резонирования частот и даны соответствующие оценки.

Анализ модели проводится с помощью асимптотических методов разложением по малому параметру. Применение метода многих масштабов показывает, что при этом в описываемой системе возникают как главный резонанс, наблюдаемый при $\omega^* \approx \omega_0$, так и ряд вторичных резонансов, характерных для нелинейного взаимодействия.

Для упрощения анализа введем ряд замен переменных для приведения уравнений к безразмерному виду:

$$\tau = \omega_0 t; \delta = K \frac{h}{\omega_0^2 L}; \tilde{F} = \frac{F}{\omega_0^2}; \omega = \frac{\omega^*}{\omega_0}; H = \frac{\Delta h}{L} \quad (5)$$

Тогда уравнение (1) приобретет вид:

$$\frac{d^2 H}{d\tau^2} + H + \delta H^3 = \tilde{F} \cos \omega \tau. \quad (6)$$

Найдем резонансы описываемой системы методом многих масштабов. Для этого введем в дополнение к быстрому времени $T_0 = t$ еще медленное время $T_1 = \delta t$.

Приближенное аналитическое решение уравнения колебаний слоя будем искать в виде асимптотического разложения по малому параметру δ :

$$H = H_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \delta^n H_n. \quad (7)$$

Для нулевого и первого порядков разложения получаем следующие уравнения:

$$\frac{\partial^2}{\partial T_0^2} H_0 + H_0 = \tilde{F} \cos \omega T_0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial T_0^2} H_1 + H_1 = -\frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_1} H_0 - H_0^3. \quad (9)$$

Решение уравнения (9) можно записать в комплексной форме в виде (здесь i – символ мнимой единицы) [5]:

$$H_0 = A(T_1) \exp(iT_0) + \Lambda \exp(i\omega T_0) + \text{комплексно-сопряженные} \quad (10)$$

Далее комплексно сопряженные слагаемые будем обозначать чертой сверху над буквой.

Для амплитуды свободных и вынужденных колебаний системы соответственно получаем:

$$A = \frac{1}{2} a \exp(i\varphi); \Lambda = \frac{\tilde{F}}{2(1-\omega^2)}. \quad (11)$$

Тогда уравнение (8) приобретает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial T_0^2} H_1 + H_1 &= -2i \frac{\partial A}{\partial T_1} \exp(iT_0) + \\ &+ 2i \frac{\partial \bar{A}}{\partial T_1} \exp(-iT_0) - \\ &- [A \exp(iT_0) + \Lambda \exp(i\omega T_0) + \\ &+ \bar{A} \exp(-iT_0) + \Lambda \exp(-i\omega T_0)]^3 \end{aligned} \quad (12)$$

После раскрытия скобок и преобразований получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial T_0^2} H_1 + H_1 &= - \left[2i \frac{\partial A}{\partial T_1} + 3(A\bar{A} + 2\Lambda^2)A \right] \exp(iT_0) - \\ &- (6A\bar{A} + 3\Lambda^2)\Lambda \exp(i\omega T_0) - A^3 \exp(3iT_0) - \\ &- \Lambda^3 \exp(3i\omega T_0) - \\ &- 3A^2\Lambda \exp(i(\omega + 2)T_0) - 3\bar{A}^2\Lambda \exp(i(\omega - 2)T_0) - \\ &- 3A\Lambda^2 \exp(i(2\omega + 1)T_0) - 3A\Lambda^2 \exp(i(-2\omega + 1)T_0) + \\ &+ \text{комплексно сопряженные} \end{aligned} \quad (13)$$

Анализ этого выражения позволяет выделить в качестве вторичных резонансов те значения приведенной частоты ω , при которых в подэкспоненциальном выражении оказывается значение, равное единице, т.е. наблюдается равенство частоты вынужденных и собственных колебаний

системы. При этом даже при малых начальных возмущениях может возникнуть колебание с большой амплитудой.

Таким образом, значения, соответствующие вторичным резонансам таковы:

$$\omega_p^{(1)} = 3; \omega_p^{(2)} = 1/3; \omega_p^{(3)} = 0. \quad (14)$$

В случае $\omega \approx 3$ что соответствует большой частоте внешних импульсов. Исследуем поведение решений вблизи этого вторичного резонанса в виде:

$$\omega = 3 + \eta\delta, \quad (15)$$

где новый параметр η характеризует степень близости внешней частоты к значению вторичного резонанса.

После ряда преобразований получаем уравнения для изменения амплитуды и фазы вынужденных колебаний слоя вблизи первого вторичного резонанса:

$$\frac{\partial a}{\partial T_1} = -\frac{3}{4}a^2\Lambda \sin(\eta T_1 - 3\varphi); \quad (16)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial T_1} = -\frac{\eta}{3} + 3\Lambda^2 + \frac{3}{8}a^2 + \frac{3}{4}a\Lambda \cos(\eta T_1 - 3\varphi). \quad (17)$$

Вид полученного решения показывает, что нетривиального стационарного решения ($a \neq 0$) в данном случае не существует.

Аналогичным методом можно произвести исследование остальных вторичных резонансов.

Было бы интересно ввести некоторую характеристику «обновления» разрыхленного слоя материала. Тогда можно было бы рассчитать параметры обновленной структуры слоя материала. С этой целью предлагается ввести некоторую характеристику диссипации энергии в слое (типа вязкости). При этом будем считать, что порядок вязкостной диссипации оценивается тем же малым параметром δ , что и порядок нелинейности взаимодействия.

Действительно, если вязкая диссипация сильна, то угасание колебательного движения слоя будет быстрым, и существенного обновления структуры также не будет наблюдаться.

Основное уравнение движения слоя тогда преобразуется к виду:

$$\frac{d^2H}{d\tau^2} + \hat{\mu}\delta \frac{dH}{dt} + H + \delta H^3 = \tilde{F} \cos \omega\tau, \quad (18)$$

где $\hat{\mu}$ - приведенная «вязкость», т.е. характеристика диссипации в слое

$$\hat{\mu} = \frac{\mu}{\rho S}. \quad (19)$$

Здесь ρ - насыпная плотность, S - поперечное сечение слоя.

Подробный анализ уравнения (19) производится аналогично анализу уравнения (1) и тем же методом многомасштабных разложений.

Однако теперь возможно исследование стационарных колебательных режимов движения системы

Действительно, получаем систему:

$$\frac{\partial a}{\partial T_1} = -\frac{\hat{\mu}}{2}a - \frac{3}{4}a^2\Lambda \sin(\eta T_1 - 3\varphi), \quad (20)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial T_1} = -\frac{\eta}{3} + 3\Lambda^2 + \frac{3}{8}a^2 + \frac{3}{4}a\Lambda \cos(\eta T_1 - 3\varphi). \quad (21)$$

Для этой системы из условий стационарности $\frac{\partial a}{\partial T_1} = 0$ и $\frac{\partial \varphi}{\partial T_1} = 0$ получаем амплитудно-частотную характеристику системы:

$$a^2 = \frac{8}{9} \left(\eta - \frac{27}{4}\Lambda^2 \right) \pm \frac{8}{3} \sqrt{\frac{1}{4}\Lambda^2 \left(2\eta - \frac{63}{4}\Lambda^2 \right) - \frac{\hat{\mu}^2}{4}}. \quad (22)$$

Ускорение слоя сыпучего материала (см., рисунок) при распространении волны в слое можно оценить из соотношения:

$$\Delta \ddot{H} \approx \omega^2 A, \quad (23)$$

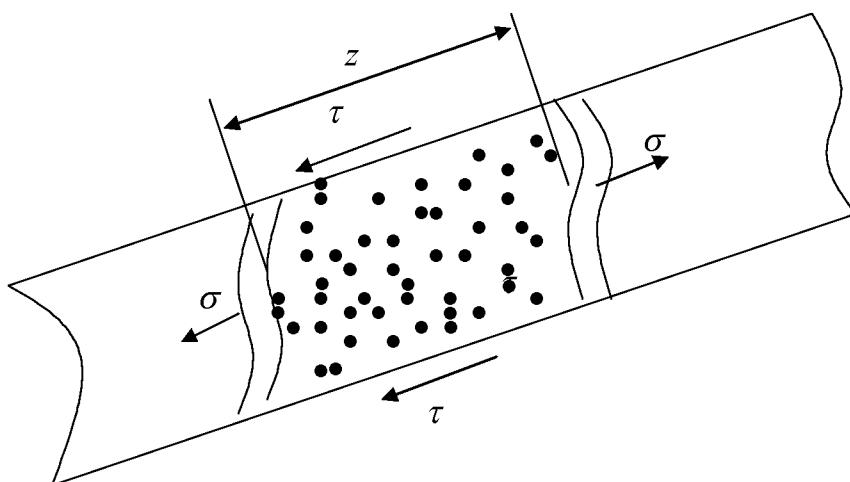
где ω - частота колебательного процесса, A - амплитуда.

Для того, чтобы отрыв «поршня» сыпучего материала длиной z был возможен, нужно, чтобы равнодействующая сил сцепления сыпучего материала, сил трения о стенки и силы тяжести, обеспечивала ускорение слоя в соответствии с оценкой (23).

Пусть σ - напряжение сцепления, τ - напряжение сил трения материала о стенки, β - порозность слоя, D - диаметр трубы, ρ - плотность транспортируемого материала.

Тогда из второго закона Ньютона получаем:

$$\rho(1-\beta)\pi \frac{D^2}{4} z (\Delta \ddot{H}) = \sigma \frac{\pi D^2}{4} - \tau \pi D z. \quad (24)$$



Отсюда:

$$z \approx \frac{\sigma}{\rho(1-\beta)\omega^2 A + \tau/D}. \quad (25)$$

Период возникающих в слое разрывов имеет оценку

$$T \approx \frac{1}{\omega}. \quad (26)$$

Тогда оценка количества возникающих в единицу времени в трубе длиной L разрывов:

$$n \approx \frac{L}{zT}. \quad (27)$$

В качестве коэффициента интенсификации скорости транспортирования можно предложить параметр, пропорциональный числу разрывов за время прохождения материала на длину трубы, т.е.:

$$k_{int} \approx \frac{V_{cp}}{zT}, \quad (28)$$

где V_{cp} – средняя скорость транспортируемого материала.

Полученные соотношения представляют собой приближенную модель, описывающую работу системы пневмоимпульсной перегрузки сыпучих материалов. Несмотря на приближенный характер, разработанная математическая модель позволяет рассчитывать резонансные характеристики системы с использованием минимума опытных данных и оценить оптимальные значения управляющих параметров. Дальнейшее развитие этой модели позволит рассчитывать производительность схемы в зависимости от конкретных характеристик транспортируемых веществ и масштабов используемого оборудования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бишимбаев В.К., Викторов С.В. Предпатент РК №12930, кл. В 65 G 53/00, В 65 G 53/04, В 08 В 5/02. Способ пневмоимпульсной перегрузки сыпучих и порошкообразных материалов из пневмоцистерны с регенерацией газораспределительных перегородок. Бюл. №4, 2003.
2. Исмаилов Б.Р., Балабеков О.С., Викторов С.В. Расчет скорости воздуха в пневмоимпульсной установке в цехе подготовки сырья / Тр.межд.науч.-практ. Конф. «Проблемы духовного развития, науки и образования Казахстана на стыке столетий», посвященной 10-летию Казахско-Арабского университета, т.1, Шымкент, 2004, с.320-324.
3. Викторов С.В. Предпатент РК № 14438, кл. В 65 G 53/00, В 65 G 53/04, В 08 В 5/02. Способ пневмоимпульсной перегрузки сыпучих и порошкообразных материалов из пневмоцистерны с регенерацией газораспределительных перегородок и установка для реализации способа. - Бюл.№6,2004.
4. Бишимбаев В.К., Викторов С.В. Двухпараметрическая модель управления пневмоимпульсной перегрузкой сыпучих материалов/ доклады НАН РК, 2007.
5. Найфэ А. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984, 535 с.

Резюме

Құрғақ және үнтақ тәріздес материалдарды пневмоцистерналарға тиесінен базалық математикалық моделін талдау негізінде резонанстық жиілілікті есептеудің мәні алынды және құрғақ материалдарды тасымалдаудың пневмоимпульстік режимінің амплитудалық-жиілілік сипаттамасы айқындалды.

Summary

On the basis of analysis of base mathematical model of the process of transshipping of friable and powder-like materials from pneumotanks the expressions for account of resonant frequencies are got and amplitude-frequent characteristics of pneumatic impulsive modes of friable materials' transportation is defined.

Южно-Казахстанский
государственный университет
им. М.Дуэзова

Поступила 18.12.2007 г.