скорости волны Релея c_R в упругом полупространстве. В этом случае для вычисления определенных интегралов можно воспользоваться численными методами интегрирования.

2. Исследуем влияние обделки тоннеля на НДС дневной поверхности при воздействии движущейся со скоростью c = 100 м/с осесимметричной скручивающей нагрузки, с периодом по $\eta - 2\pi$ и амплитудой P_0. Материал оболочки – бетон ($\nu_0 = 0{,}25$, $\mu_0 = 4{,}508 \cdot 10^3$ МПа, $\rho_0 = 7 \cdot 10^3$ кг/м^3, $c_{S0} = 802{,}5$м/с), среда – алевролит ($\nu = 0{,}2$, $\mu = 2{,}5 \cdot 10^3$ МПа, $\rho = 2{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3, $c_S = 1006{,}4$ м/с), радиус полости R = 3 м, глубина заложения тоннеля h=1,2R. Заметим, что скорость движения нагрузки меньше критической.

На рисунке, в плоскости η=0, изображены кривые изменения НДС дневной поверхности. Кривая 1 соответствует неподкрепленной полости, кривые 2, 3, 4 – подкрепленной полости с соответствующими толщинами крепей – 2 см, 5 см, 10 см.

Из анализа графиков следует, что в окрестности поверхности над выработкой наличие крепи ведет к уменьшению перемещений и напряжений. С увеличением толщины оболочки этот эффект усиливается. При возрастании $|y|$ происходит быстрое затухание компонент НДС, и при $|y| \geq 2R$ они практически равны нулю во всех рассмотренных случаях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пожуев В.И.* Действия подвижной скручивающей нагрузки на цилиндрическую оболочку в упругой среде // Строительная механика и расчет сооружений. 1984. №6. С. 58-61.

2. *Айталиев Ш.М., Алексеева Л.А., Украинец В.Н.* Влияние свободной поверхности на тоннель мелкого заложения при действии подвижных нагрузок // Известия АН КазССР. Сер. физ.-мат. Алма-Ата, 1986. №5. С. 75-80.

Summary

In persisting work is studied influence cylindrical обделки on tense-deformed condition to day surface, at influence moving along axis of the subway twisting periodic load. Obdelka subway is prototyped by fine shell of the endless length, array – a springy uniform ambience. The contact between shell and ambience relies on slitherring Moving the shell is described by classical equations to theories fine shell, but surrounding ambiences – a dynamic equations to theories to bounce.

The decision is received for velocities of the movinging load, below critical. Under the numerical realization of the problem, for determination factor, is used method of the consequent reflections. The Results calculation are presented in the manner of graph.

УДК 539.3:534.1

Институт математики
МОН РК, г. Алматы

Поступила 2.04.06г.

Р. МЫРЗАКУЛОВ

О НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТАХ В БИОЛОГИИ

1. Введение. Новые достижения нелинейной математики и физики, в частности теории солитонов, позволяют по-новому подходить к исследованию нелинейных процессов в биологии [1–5]. Например, эксперименты показывают, что двойные спирали ДНК в ходе биологических процессов рекомбинации и репликации связываются в узлы и зацепляющиеся петли. Механизм распутывания таких узлов, имеющих место в клетках, поразительно напоминает простейший математический метод порождения новых полиномиальных инвариантов теории узлов. Действительно, исследования последних лет показывают, что узлы в молекулах ДНК довольно успешно описываются математической теорией узлов (см., например, [6]). С другой стороны, теория узлов тесно связана с точно решаемыми спиновыми моделями статистической механики. Основной величиной, описывающей спиновые системы статистической механики, является так называемая статистическая сумма $Z = \sum_S \exp[-E(s)(kT)^{-1}]$, где k есть постоянная Больцмана, суммирование выполняется по всем допустимым состояниям s системы, $E(s)$ и T – энергия и температура соответственно. Оказалось, что Z при подходящей нормировке дает инварианты узлов, например инвариант Джонса. Простейшим классическим непрерывным прототипом спиновых систем статистической механики является следующая модель Гейзенберга (МГ): $S_t = S \wedge S_{xx}$, где

$S=(S_1,S_2,S_3), \quad S^2=1$. Она служит одним из основных уравнений теории солитонов и успешно применяется в теории магнетизма и дифференциальной геометрии. Цель данной работы – определение возможности существования в биологии хорошо известных в физике таких нелинейных структур, как солитоны, узлы, косы, паттерны и пиконы. Также обсуждается связь некоторых нелинейных моделей биологии с классическими непрерывными спиновыми моделями. Последние могут быть рассмотрены как некоторые обобщенные МГ.

2. Узлы. Простейшими биологическими моделями являются нелинейные модели в (0+1)-размерности. В качестве примера рассмотрим следующую модель:

$$u_t=-\frac{auw}{\sqrt{u^2+v^2}}-bv+f_1,$$

$$v_t=-\frac{avw}{\sqrt{u^2+v^2}}+bu+f_2,$$

$$w_t=-a(c-\sqrt{u^2+v^2})+f_3. \qquad (1)$$

Система (1) описывает нелинейную динамику взаимодействия трех биологических элементов. Она содержит ряд частных случаев, имеющих богатую динамическую природу, такую, как системы Лоренца, Resслера и т.д. Далее для простоты ограничимся рассмотрением случая, когда $f_i=0$. В этом случае система (1) может быть переписана в гамильтоновой форме:

$$u_{tt}=-\frac{\partial H}{\partial u}=\frac{a}{\sqrt{u^2+v^2}}[2bvw+au(c-\sqrt{u^2+v^2})]-b^2u, \qquad (2а)$$

$$v_{tt}=-\frac{\partial H}{\partial v}=-\frac{a}{\sqrt{u^2+v^2}}[2buw-av(c-\sqrt{u^2+v^2})]-b^2v, \qquad (2б)$$

$$w_{tt}=-\frac{\partial H}{\partial w}=-a^2w, \qquad (2в)$$

где H есть соответствующая функция Гамильтона. Из системы (1) получаем

$$(u^2+v^2+w^2)_t=-2acw. \qquad (3)$$

Отсюда с учетом выражения

$$(\sqrt{u^2+v^2})_t=-2aw \qquad (4)$$

имеем

$$(u^2+v^2+w^2-c\sqrt{u^2+v^2})_t=0. \qquad (5)$$

В результате получаем уравнение тора

$$(\sqrt{u^2+v^2}-\frac{c}{2})^2+w^2=I_1+\frac{c^2}{4}. \qquad (6)$$

Мы видим, что траектория в трехмерном фазовом пространстве (u,v,w) ограничена поверхностью, определяемой уравнением (6), т.е. тором. Вычислим дивергенцию системы. Из (1) имеем

$$div\dot{R}=\frac{\partial\dot{u}}{\partial u}+\frac{\partial\dot{v}}{\partial v}+\frac{\partial\dot{w}}{\partial w}=-\frac{aw}{\sqrt{u^2+v^2}} \qquad (7)$$

или в виде уравнения непрерывности

$$div\dot{R}=(\ln\sqrt{u^2+v^2})_t. \qquad (8)$$

Отметим, что уравнение (1) является частным случаем следующего векторного уравнения:

$$R_t=\alpha R_x\wedge R_{xx}+\beta H+F, \qquad (9)$$

где

$$R=(u,\,v,\,w),$$

$$H=(-\frac{auw}{\sqrt{u^2+v^2}}-bv, \quad -\frac{avw}{\sqrt{u^2+v^2}}+bu,$$

$$-a(c-\sqrt{u^2+v^2})), \quad F=(f_j). \qquad (10)$$

Отсюда при $\alpha=0$, $\beta=1$ получается система (1). Связанные нелинейные уравнения (2) допускают интересный класс решений. Например, можно показать, что (2) имеет следующие решения: $u=(c+d\cos at)\cos bt$, $v=(c+d\cos at)\sin bt$, $w=d\sin at$. Эти решения связаны с трилистником, который является простейшим нетривиальным узлом.

3. Паттерны. Важнейшим видом нелинейных явлений являются паттерны. Они имеются в изобилии в природе. Если посмотреть вокруг нас, то мы увидим мириады интересных паттернов от простейших и однообразных до сложных типов. Они встречаются в разнообразных явлениях в физике, химии, биологии, социальной динамике, экономике и т.д. Существенно, что они имеют различные структуры в пространственно-временном масштабе. Паттерны возникают как коллективные и кооперативные явления благодаря большому числу составных подсистем. Последнее, в свою очередь, может быть совокупностью частиц, атомов, молекул, цепей, клеток, ячеек, бактерий, дефектов, дислокаций и т.д. Когда эти составные части движутся или взаимодействуют, они приводят к возникновению различных паттернов. Паттерны бывают как простыми, так и сложными. Когда взаимодействия между составляющими являются нелинейными, естественно ожидать новые и неожиданные по форме паттерны. Паттерны могут быть стационарными или изменяться со временем. Они могут стремиться к какой-то цели или мишени асимптотически. Однородные или единообразные паттерны, хотя тривиальные, но являются важными базисными структурами. Часто встречаются паттерны бегущих волн, особенно в дисперсионных системах. Различные солитонные волны представляют собой новые типы пространственно-временных паттернов, всегда сохраняющих идентичность. Их возбуждения могут также привести к дальнейшим интересным структурам. Новые структуры, которые, естественно, имитируют встречающие паттерны, возникают при рассмотрении нелинейных диффузионных и диссипативных систем. Это проявляется особенно при исследовании так называемых реакционно-диффузионных систем. Исследование их – более интригирующая и трудная задача. Когда большая совокупность микроструктур, содержащих частицы, атомы, молекулы, дефекты, дислокации и т. д., способна двигаться и/или взаимодействовать, эволюция концентрации различных видов удовлетворяет нелинейным диффузионным уравнениям реакционного типа. Они могут быть выведены из уравнения баланса масс, энергии, момента и т.д. Примером таких уравнений является следующая система реакционно-диффузионных уравнений:

$$X_t = D_X \nabla^2 X + F(X,Y),$$

$$Y_t = D_Y \nabla^2 Y + G(X,Y), \qquad (11)$$

где F, G – нелинейные взаимодействующие члены; D_X и D_Y – соответствующие диффузионные коэффициенты. Известное уравнение Фишера

$$X_t = D_X \nabla^2 X + aX(1-\delta X), \qquad (12)$$

является частным случаем системы (3). В 1+1 размерности это уравнение Фишера примет вид

$$X_t = X_{yy} + X(1-X), \qquad (13)$$

где мы полагали $D_X = a = \delta = 1$. Это уравнение имеет интересное солитонного типа решение следующего вида:

$$X = 1 - \left[1 + 6^{-\frac{1}{2}} k \exp\left((y - 6^{-\frac{1}{2}} 5t) 6^{-\frac{1}{2}}\right)\right]^{-2}. \qquad (14)$$

Заметим, что существуют различные обобщения уравнения Фишера, в том числе интегрируемые. Здесь приведем спиновую систему, эквивалентную уравнению Фишера (5). Можно показать, что она имеет вид

$$S_{1t} = S_{1yy} + (arctg\frac{S_1}{S_2})_y S_{2y} + S_2[arctg\frac{S_1}{S_2} - (arctg\frac{S_1}{S_2})^2], \qquad (15)$$

где $arctg(S_1 S_2^{-1}) = X$. Это уравнение также обладает точными решениями солитонного типа.

4. Пиконы. Рассмотрим новый тип нелинейных биологических эффектов – пиконы. Рассмотрим обобщенную модель Фишера следующего вида:

$$X_t = aX_{yy} + bX(1-cX) + F(X). \qquad (16)$$

Это уравнение имеет солитонное решение $X = de^{-|y-dt|}$. Такие решения называются пиконами. Аналогично можно построить N-пиконные решения: $X = \sum_{j=1}^{N} d_j(t) e^{-|y-e_j(t)|}$. Заметим, что пиконными решениями обладают и спиновые системы. В этом случае пиконные решения могут иметь форму $S_3(y,t) = de^{-|y-dt|}$ или $S^+(y,t) = de^{-|y-dt|+i\varphi(y,t)}$.

5. Косы. Рассмотрим еще один тип нелинейных биологических образований – так называемые косы. Вместо трех реальных функций u, v, w рассмотрим одну комплексную функцию ω. В биологии и физике часто встречается случай, когда функция ω удовлетворяет уравнению $(\nabla\omega)^2 = u\omega^2$, где ∇ является градиентом, $u(x,y,z,\omega,\overline{\omega})$ – потенциальной функцией. Для построения решений типа косы перепишем это уравнение в терминах цилиндрических координат (ρ,ϕ,z). Имеем $\omega_\rho{}^2 + \rho^{-2}\omega_\phi{}^2 + \omega_z{}^2 = u\omega^2$. В частном случае $u = 0$ интересующее нас решение этого уравнения, описывающее косы, имеет вид [7] $\omega = C\rho^{\pm n}(n + \sqrt{k^2\rho^2 + n^2})^{\mu n} e^{\pm\sqrt{k^2\rho^2+n^2} \pm i(n\phi + kz)}$. Напомним, что такие решения типа косы называют также топологическими струнными решениями.

6. Заключение. Известно, что солитоны, паттерны, пиконы, узлы и косы эффективно используются при исследовании нелинейных процессов в различных областях физики. В данной работе нами показано, что они могут применяться также и при описании нелинейных эффектов в биологии. Это открывает новый этап в изучении нелинейных моделей биологии и в теоретическом описании экспериментально наблюдаемых нелинейных биологических структур.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мырзакулов Р.* Биология с точки зрения физика и математика // Известия НАН РК. Сер. физ.-мат. 2005. №3. С. 51-58.

2. *Myrzakulov R.* Solitons in biophysics. Вестник КазНУ // Серия физическая. 2005. №1. С. 23-26.

3. *Мырзакулов Р.* О некоторых проблемах нелинейной биологии. Тезисы докладов 4-й междун. научной конференции «Современные достижения физики и фундаментальное физическое образование». Алматы, 2005. С. 111.

4. *Мырзакул Ш.Р.* О нелинейных моделях человеческого мозга // Мат-лы 59-й науч. конф. молодых ученых КазНУ. Алматы, 2005. С. 17.

5. *Кожамкулов Т.А., Мырзакул Ш.Р., Мырзакулов Р.* Солитоны как носители информации в нелинейных моделях человеческого мозга // Тезисы докладов 4-й междун. научной конференции «Современные достижения физики и фундаментальное физическое образование». Алматы, 2005. С. 107.

6. *Sumners D.W.* // Proc. Nath. Acad. Sci. USA. 2005. V. 102. P. 9165-9169.

7. *Wereszczynski A.* // Mod. Phys. Lett. 2005. V. A20. P. 1135-1146.

Резюме

Биологиядағы кейбір сызықтық емес құбылыстар: солитондар, хаостар және паттерндер қарастырылған. Жалпыламалы Фишер теңдеуінің дәл солитондық шешімдері табылған. 1+1 өлшемдегі Фишер теңдеуімен байланысқан спиндік жүйе құрылған.

Summary

Some nonlinear processes in biology: chaos, solitons and patterns are considered. Exact soliton solutions of the generalized Fisher equation are found. The spin systems which is equivalent to the (1+1)-dimensional Fisher equation is constructed.

УДК 530.1

Физико-технический институт,
г. Алматы

Поступила 10.02.06г.

А. Б. АЙДАРОВА

УЧЕТ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО УЩЕРБА ОТ РАБОТЫ ЛОКОМОТИВОВ

Экономический механизм охраны окружающей природной среды включает, с одной стороны, планирование и финансирование природоохранных мероприятий и установление лимитов использования природных ресурсов, выбросов и сбросов загрязняющих веществ в окружающую природную среду, с другой – предусматривает установление нормативов платы и размеров платежей за использование природных ресурсов, выбросы и сбросы загрязняющих веществ в окружающую природную среду, размещение отходов и другие виды вредного воздействия, а также предоставление налоговых, кредитных и иных льгот при внедрении малоотходных и ресурсосберегающих технологий.

Регулирование отношений в области охраны окружающей природной среды только путем применения административно-правовых методов воздействия на основе запретов и ограничений, мер административного и уголовного наказания не приносит ожидаемого эффекта. Включение средств экономического стимулирования в регулирование экологических отношений должно привести к большей заинтересованности предприятий или любых других хозяйственных объектов в проведении природоохранных мероприятий, во внедрении ресурсосберегающих технологий.

Под экономическим ущербом понимаются исчисляемые в стоимостном выражении потери природных ресурсов, дополнительные затраты труда, вызванные нарушением условий освоения этих ресурсов и снижением их естественного качества. Социальный ущерб выражается в снижении качества условий жизни в связи с загрязнением таких элементов природы, как вода, воздух, почва, и, следовательно, в ухудшении состояния здоровья людей.

При принятии решений сравниваются затраты на природоохранные мероприятия с объемом предотвращенного ущерба. При этом если его величина выше затрат, то проведение природоохранных мероприятий считается эффективным. Однако на практике при отсутствии совершенных методов определения ущерба выбор природоохранных мероприятий чаще всего ориентирован на минимальные затраты, требуемые на предотвращение выбросов (сбросов) загрязняющих веществ в абсолютных объемах. Природоохранные мероприятия