О. КАНЛЫБАЕВ

ЗАДАЧА СИНТЕЗА ПАРАМЕТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЕХАНИЗМА IV КЛАССА В ВИДЕ СИСТЕМЫ СТЕПЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим задачу синтеза механизма IV класса в соответствии с рисунком по семи положениям входного звена 1 и выходного звена 4:

$$\varphi_{1i} = \varphi_{1i}(t) \quad \text{и} \quad \psi_{4i} = \psi_{4i}(t), \qquad i = \overline{1,7}. \tag{1}$$

Для решения задачи синтеза используем метод интерполирования. В данном случае число узлов интерполирования равно семи, поэтому будем рассматривать задачу синтеза по семи геометрическим параметрам.

Для решения задачи синтеза использовано выражение взвешенной разности [1]

$$\Delta q = l_5^2 - l_{5\phi}^2, \tag{2}$$

где $l_{5\phi}$ – расстояние между E и F звена 5 механизма:

$$l_{5\phi}^2 = (X_F - X_E)^2 + (Y_F - Y_E)^2 + (Z_F - Z_E)^2,$$

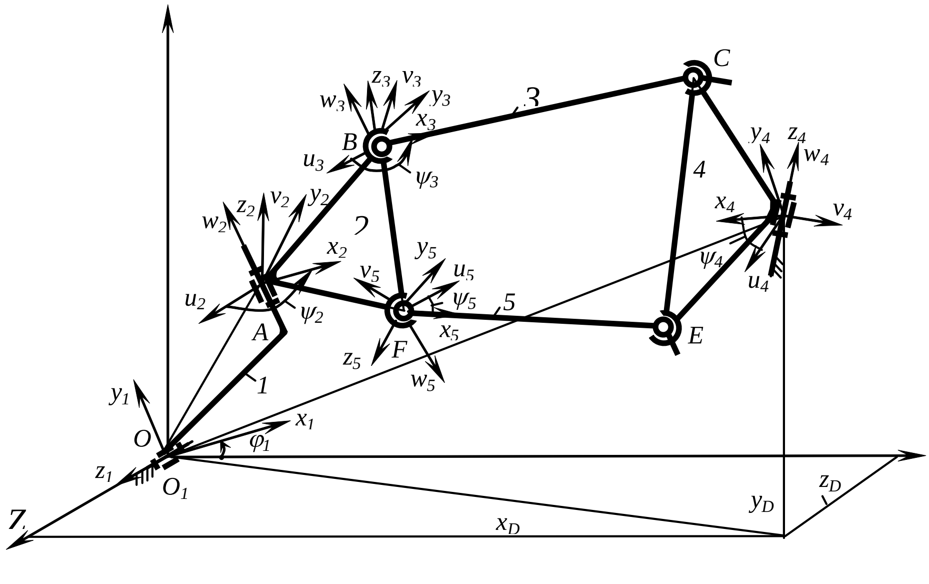
X_F, Y_F, Z_F, X_E, Y_E, Z_E – соответствующие координаты точек F и E в неподвижной системе координат $OXYZ$ [2]. Данный механизм имеет всего 23 неизвестных геометрических параметра. Следовательно, часть параметров необходимо задавать. Для вычисления семи геометрических параметров из набора указанных 13 параметров кинематической цепи $AFED$ определим число вариантов из семи параметров [3] с учетом того, что длина l_{FE} входит во все варианты:

$$C_{12}^6 = \frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 924 \text{ вариантов.}$$

Решение задачи синтеза семи геометрических параметров рассмотрим на примере одного из полученных вариантов:

$$c_{21},\ x_{2F},\ y_{2F},\ x_{4E},\ y_{4E},\ z_{2F},\ l_5.$$

Выражение взвешенной разности (2) с учетом координат точек E, F запишем в виде обобщенного полинома:



$$\Delta q \quad p_1 f_1(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+p_2 f_2(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+p_3 f_3(\varphi_1,\psi_2,\psi)+p_4 f_4(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+p_5 f_5(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+$$
$$+p_6 f_6(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+p_7 f_7(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+p_1 p_3 f_8(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+p_1 p_4 f_9(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+p_1 p_5 f_{10}(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+$$
$$+p_2 p_3 f_{11}(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+p_2 p_4 f_{12}(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+p_2 p_5 f_{13}(\varphi_1,\psi_4)+p_3 p_6 f_{14}(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)+$$
$$+p_4 p_6 f_{15}(\varphi_1,\psi_2,\psi_4)-F(\varphi_1,\psi_2,\psi_4). \qquad (3)$$

При решении задачи синтеза по методу интерполирования для семи заданных положений механизма отклонения взвешенной разности Δq должны равняться нулю. С учетом этого из выражения (3) имеем

$$p_1 f_1(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+p_2 f_2(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+p_3 f_3(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+p_4 f_4(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+$$
$$+p_5 f_5(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+p_6 f_6(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+p_7 f_7(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+p_1 p_3 f_8(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+$$
$$+p_1 p_4 f_9(\varphi_{1i},\psi_{4i})+p_1 p_5 f_{10}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+p_2 p_3 f_{11}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+p_2 p_4 f_{12}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+$$
$$+p_2 p_5 f_{13}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+p_3 p_6 f_{14}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})+p_4 p_6 f_{15}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})-$$
$$-F(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i}) \quad 0, \; i \quad \overline{1,7}. \qquad (4)$$

Исключим из системы уравнений (4) неизвестное p_7, получим

$$b_{1i}p_1+b_{2i}p_2+b_{3i}p_3+b_{4i}p_4+b_{5i}p_5+b_{6i}p_6+b_{7i}p_1p_3+b_{8i}p_1p_4+b_{9i}p_1p_5+$$
$$+b_{10i}p_2p_3+b_{11i}p_2p_4+b_{12i}p_2p_5+b_{13i}p_3p_6+b_{14i}p_4p_6 = B_i, \quad i = \overline{1,6}, \qquad (5)$$

где

$$b_{ji}=f_{ji}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})-f_{j,7}(\varphi_{1,7},\psi_{2,7},\psi_{4,7}), \quad i=\overline{1,6}, \; j=\overline{1,6},$$
$$b_{j+1,i}=f_{j+1,i}(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})-f_{j+1,7}(\varphi_{1,7},\psi_{2,7},\psi_{4,7}), \quad j=\overline{7,14},$$
$$B_i=F(\varphi_{1i},\psi_{2i},\psi_{4i})-F(\varphi_{1,7},\psi_{27},\psi_{47}).$$

Систему (5) из четырех уравнений при i=1,2,3 и i=j представим в матрично-векторной форме [4] и запишем в виде

$$T_{j3}(p_1,p_2)p_6^3+T_{j2}(p_1,p_2)p_6^2+T_{j1}(p_1,p_2)p_6+T_{j0}(p_1,p_2)=0, \; j \quad 4,\; 5,\; 6, \qquad (6)$$

где

$$T_{j0}(p_1,p_2)=(\gamma_{j0}+\gamma_{j1}p_1+\gamma_{j2}p_2+\gamma_{j4}p_1p_2+\gamma_{j8}p_1^2+\gamma_{j9}p_2^2+\gamma_{j11}p_1^2p_2+$$
$$+\gamma_{j12}p_1p_2^2+\gamma_{j17}p_1^2p_2^2+\gamma_{j23}p_1^3+\gamma_{j24}p_2^3+\gamma_{j26}p_1^3p_2+\gamma_{j27}p_1p_2^3+\gamma_{j32}p_1^4+\gamma_{j33}p_2^4);$$
$$T_{j1}(p_1,p_2)=(\gamma_{j13}+\gamma_{j5}p_1+\gamma_{j6}p_2+\gamma_{j7}p_1p_2+\gamma_{j13}p_1^2+\gamma_{j15}p_2^2+\gamma_{j20}p_1^2p_2+\gamma_{j21}p_1p_2^2+\gamma_{28}p_1^3+\gamma_{j30}p_2^3);$$
$$T_{j2}(p_1,p_2)=(\gamma_{j10}+\gamma_{j14}p_1+\gamma_{j16}p_2+\gamma_{j19}p_1^2+\gamma_{j22}p_1p_2);$$
$$T_{j3}(p_1,p_2)=(\gamma_{j25}+\gamma_{j29}p_1+\gamma_{j31}p_2).$$

Коэффициенты $\{\gamma_{j,m}\}$, $(j=4,5,6; \quad m=\overline{1,33})$ системы алгебраических уравнений (6) не содержат неизвестных p_3, p_4, p p_5. Исключая неизвестное p_6 из системы алгебраических уравнений (6), получаем два уравнения относительно неизвестных p_1, p_2 в виде:

$$\begin{bmatrix} T_{40}(p_1,p_2) & T_{41}(p_1,p_2) & T_{42}(p_1,p_2) & T_{43}(p_1,p_2) & 0 \\ T_{50}(p_1,p_2) & T_{51}(p_1,p_2) & T_{52}(p_1,p_2) & T_{53}(p_1,p_2) & 0 \\ T_{60}(p_1,p_2) & T_{61}(p_1,p_2) & T_{62}(p_1,p_2) & T_{463}(p_1,p_2) & 0 \\ 0 & T_{40}(p_1,p_2) & T_{41}(p_1,p_2) & T_{42}(p_1,p_2) & T_{43}(p_1,p_2) \\ 0 & T_{50}(p_1,p_2) & T_{51}(p_1,p_2) & T_{52}(p_1,p_2) & T_{53}(p_1,p_2) \end{bmatrix} = 0, \qquad (7)$$

$$\begin{bmatrix} T_{40}(p_1,p_2) & T_{41}(p_1,p_2) & T_{42}(p_1,p_2) & T_{43}(p_1,p_2) & 0 \\ T_{50}(p_1,p_2) & T_{51}(p_1,p_2) & T_{52}(p_1,p_2) & T_{53}(p_1,p_2) & 0 \\ T_{60}(p_1,p_2) & T_{61}(p_1,p_2) & T_{62}(p_1,p_2) & T_{463}(p_1,p_2) & 0 \\ 0 & T_{40}(p_1,p_2) & T_{41}(p_1,p_2) & T_{42}(p_1,p_2) & T_{43}(p_1,p_2) \\ 0 & T_{60}(p_1,p_2) & T_{61}(p_1,p_2) & T_{62}(p_1,p_2) & T_{63}(p_1,p_2) \end{bmatrix} = 0. \qquad (8)$$

Каждое уравнение (7) и (8) представляет собой многочлен от двух неизвестных p_1, p_2. Левая часть уравнения (7) представляет собой алгебраическое уравнение 9 степени относительно неизвестного p_2 [4].

$$\sum_{s=0}^{9} \tau_s \cdot p_2^s = 0, \qquad (9)$$

где $\tau_0, \tau_1, \ldots, \tau_9$ выражаются через $\{\gamma_{j,m}\}$, $(j = 4,5,6; \quad m = \overline{1,33})$.

Алгебраическое уравнение 9 степени относительно неизвестного p_2 имеет вид

$$S_9(p_1^3)p_2^9 + S_8(p_1^{10})p_2^8 + S_7(p_1^{10})p_2^7 + S_6(p_1^{10})p_2^6 + S_5(p_1^{10})p_2^5 +$$
$$+ S_4(p_1^{10})p_2^4 + S_3(p_1^{10})p_2^3 + S_2(p_1^{10})p_2^2 + S_1(p_1^{10})p_2 + S_0(p_1^{10}) = 0. \qquad (10)$$

Левая часть уравнения (8), аналогично уравнению (7), представляет собой алгебраическое уравнение 9 степени относительно неизвестного p_2.

$$\sum_{s=0}^{9} h_s \cdot p_2^s = 0, \qquad (11)$$

где h_0, h_1, …, h_9 выражаются через $\{\gamma_{j,m}\}$, $(j = 4,5,6; \quad m = \overline{1,33})$.

Алгебраическое уравнение 9 степени относительно неизвестного p_2 имеет вид

$$H_9(p_1^3)p_2^9 + H_8(p_1^{10})p_2^8 + H_7(p_1^{10})p_2^7 + H_6(p_1^{10})p_2^6 + H_5(p_1^{10})p_2^5 +$$
$$+ H_4(p_1^{10})p_2^4 + H_3(p_1^{10})p_2^3 + H_2(p_1^{10})p_2^2 + H_1(p_1^{10})p_2 + H_0(p_1^{10}) = 0.$$

Анализ уравнений (10) и (11) приводит к степенным уравнениям относительно неизвестного p_2. Исключая неизвестное p_2 из систем этих уравнений, получаем алгебраическое уравнение относительно неизвестного p_1. Каждое произведение данного алгебраического уравнения является многочленом 173 степени, которое представляет собой алгебраическое уравнение 173 степени относительно неизвестного p_1.

$$\sum_{k=0}^{173} s_g \cdot p_1^k = 0, \qquad (12)$$

где k_0, k_1, k_2, …, k_{173} выписываются через составляющие уравнения (15), (16):

$$S_{11}(p_5^3), S_{10}(p_5^5), S_9(p_5^5), \ldots\ldots, .S_0(p_5^5),$$

$$H_{11}(p_5^3), H_{10}(p_5^5), H_9(p_5^5), \ldots\ldots\ldots, .H_0(p_5^5).$$

Решив уравнение (17), найдем вещественные решения относительно неизвестного p_1. Число вещественных решений уравнения (17) определяется по теореме Штурма [4]. Для положительных вещественных значений неизвестного параметра p_1 вычислим значения остальных параметров p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7. Определим неизвестные геометрические параметры рассматриваемой кинематической цепи *AFED* механизма по формулам:

$$x_{2F} = p_1, \quad y_{2F} = p_2, \quad x_{4E} = p_3, \quad y_{4E} = p_4, \quad z_{4E} = p_5, \; c_{21} = p_6,$$

$$l_5 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 + p_5^2 + p_6^2 - p_7}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А.* Синтез плоских механизмов. М.: Госиздат, 1959. 1084 с.

2. *Канлыбаев О.* Уравнение кинематики пространственного рычажного механизма IV класса // Вестник МОН НАН РК. Алматы, 2003. Вып, № 1. С. 45-52.

3. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. М.: Наука, 1986. 544 с.

4. *Курош А.Г.* Курс высшей алгебры. М., 2003. 431 с.

Резюме

IV класты кеңістікті механизмнің жетекші буыны мен шығыс буынның берілген жағдайына байланысты осы механизмнің жеті параметрлерінің синтез есебі қарастырылды. Үш белгісізі бар үш теңдеуден құралған дәрежелі теңдеулер жүйесінің бір белгісізін шығару шешімі көрсетілген.

Summary

The task of synthesis of seven parameters of a spatial mechanism of IV class upon set positions of input and output links is considered. The solving of excluding of unknown from a system of the power multinomials with the unknowns

УДК 621.01:531

Казахский национальный университет им. аль-Фараби

Поступила 10.12.05г.

Л. П. ФАЛАЛЕЕВ

О ПОРЯДКАХ УБЫВАНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ФУРЬЕ ФУНКЦИЙ ИЗ РАЗЛИЧНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Найдены оценки порядков убывания коэффициентов Фурье по тригонометрической системе функций из пространств С. Л. Соболева, С. М. Никольского, О. В. Бесова $(p \geq 2)$. Сходимость последовательности понимается при этом в смысле Чезаро, Рисса или Зигмунда. Результаты данной работы анонсированы в [2, 3].

Напомним, что 2π -периодическая функция

$$f(x) \sim \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}$$

принадлежит пространству С. М. Никольского $H_p^{(r)}, \; 2 \leq p \leq \infty, \; r = \bar{r} + \alpha, \; 0 < \alpha \leq 1, \; \bar{r} \geq 0$ целое число, если *f*(*x*) имеет $\bar{r}$ -ю производную такую, что $f^{(\bar{r})} \in L_p, \; p \geq 2$ и

$$\left\| f^{(\bar{r})}(x+h) - 2f^{(\bar{r})}(x) + f^{(\bar{r})}(x-h) \right\|_p \leq |h|^{\alpha},$$

причем в этом неравенстве для 0 < α < 1 вторую разность можно заменить первой.

А. Ф. Тиман и М. Ф. Тиман в 1950 г. показали (см. также [1]), что если $f(x) \in H_p^{(r)}$, то ее коэффициенты Фурье необходимо удовлетворяют условию

$$\left(\sum_{k=n+1}^{\infty} |c_k|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = 0\left(\frac{1}{n^r} \right), \quad 2 \leq p \leq \infty. \qquad (1)$$

Причем это условие не уточняемо на всем классе $H_p^{(r)}$.

Определим, каков порядок стремления к 0 коэффициентов Фурье функций из классов $H_p^{(r)}$, если сходимость последовательности понимать в смысле Λ-методов суммирования (Чезаро, Рисс, Зигмунд).

Теорема 1. Для Λ-методов при $\alpha > \dfrac{1}{2}$ справедлива оценка $(n \to \infty)$ $n^{\beta}|c_n| = \bar{\bar{0}}(1)$, $\beta \in \left(r - \dfrac{1}{2}, \quad r + \dfrac{1}{2} \right)$.

Доказательство. Воспользуемся асимптотикой чисел Чезаро

$A_n^{\alpha} \approx c \cdot n^{\alpha}, \quad n \to \infty, \quad \alpha > -1, \quad c > 0, \quad c = const.$

В силу неравенства Гельдера и условия (1) имеем