А. Н. ТЮРЕХОДЖАЕВ, А. Г. ИБРАЕВ

ВЛИЯНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО СОСТАВА НА ПРОДОЛЬНОЕ КОЛЕБАНИЕ РЕЛЬСА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ, ЛЕЖАЩЕГО НА ШПАЛАХ

В общем случае динамика подобного рода задач описывается нелинейным дифференциальным уравнением Никитина–Тюреходжаева [1–3]:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial x}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial v}{\partial t}+\chi\left(\frac{\partial u}{\lambda\partial t}/\left|\frac{\partial u}{\partial t}\right|,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}/\left|\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right|\right)\tau_d=0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t}=E\frac{\partial v}{\partial x},$$

где τ_d – величина, связанная с контактным сухим трением; σ – напряжение; v_0 – скорость железнодорожного состава; u – смещение поперечного сечения стержня; χ – функция, принимающая значение sign(ν) при движении, а в покое – любое значение в диапазоне (-1;1), которое устанавливается в процессе решения задачи.

Бегущие сосредоточенные нагрузки, моделирующие движение железнодорожного состава с сухим трением на контакте «колесо–рельс», учитываются как локализованные продольные силы, направленные в сторону движения по рельсу, который рассматривается как упругий стержень.

При набегании колеса на начало рельса происходит удар о его торец. Взаимодействие колес шестиосного вагона подвижного состава с рельсами определяется следующей динамической нагрузкой:

$$\begin{aligned}F(x,t)=\frac{\tau_k}{EF}\sum_{k=0}^{n}\{&\delta[v_0t-x-k(4l_1+l_2+l_3)]+\delta[v_0t-x-l_1-k(4l_1+l_2+l_3)]+\\&+\delta[v_0t-x-2l_1-k(4l_1+l_2+l_3)]+\delta[v_0t-x-2l_1-l_2-k(4l_1+l_2+l_3)]+\\&+\delta[v_0t-x-3l_1-l_2-k(4l_1+l_2+l_3)]+\delta[v_0t-x-4l_1-l_2-k(4l_1+l_2+l_3)]\},\end{aligned} \tag{2}$$

где τ_k – величина, связанная с контактным сухим трением качения; l_1, l_2, l_3 – расстояние между колесами; n – количество вагонов; E – модуль упругости; F – площадь поперечного сечения рельса; $\delta(z)$ – дельта-функция Дирака; v_0 – скорость вагона.

При взаимодействии колес шестиосных вагонов подвижного состава с рельсами, лежащего на шпалах, нелинейное уравнение (1) с учетом (2) запишется в виде:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2u}{\partial x^2}-\frac{1}{a^2}\frac{\partial^2u}{\partial t^2}-\sum_{i=1}^{m}\alpha u(t,x_i)\delta\left(t-\frac{x_i}{a}\right)=\frac{\tau_k}{EF}\sum_{k=0}^{n}\{&\delta[v_0t-x-k(4l_1+l_2+l_3)]+\\&+\delta[v_0t-x-2l_1-k(4l_1+l_2+l_3)]+\delta[v_0t-x-2l_1-l_2-k(4l_1+l_2+l_3)]+\\&+\delta[v_0t-x-3l_1-l_2-k(4l_1+l_2+l_3)]+\delta[v_0t-x-4l_1-l_2-k(4l_1+l_2+l_3)]\},\end{aligned} \tag{3}$$

где $\alpha u(t, x_i)$ – упругое смещение i-й шпалы.

Последний член левой части уравнения (3) описывает вклад шпал в динамику системы «рельс – железнодорожный состав»; m – общее количество шпал.

Уравнение (3) решатся совместно с начальными

$$t=0:\ u(0,x)=0;\ \ \frac{\partial u(0,x)}{\partial x}=0 \tag{4}$$

и граничными

$$x=0,\quad \sigma(t,0)=E\frac{\partial u(t,0)}{\partial x}=-\sigma_0\delta(t)-\sigma_0\sum_{k=1}^{n}\left[\delta\left(t-\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+\right.$$

$$+\delta\left(t-\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+\delta\left(t-\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+\delta\left(t-\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$\left.+\delta\left(t-\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+\delta\left(t-\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)\right],$$

$$x=L;\ \sigma(t,L)=0 \qquad (5)$$

условиями, где σ_0 – напряжение от удара колес на торце x=0, L – длина рельса.

Воспользовавшись интегральным преобразованием Лапласа–Карсона, запишем задачу (3)–(5) в изображениях:

$$\frac{d^2\bar{u}(p,x)}{dx^2}-\frac{p^2}{a^2}\bar{u}(p,x)=\frac{\alpha\cdot p}{a}\sum_{i=1}^{m}\bar{u}(p,x_i)e^{-p\frac{x_i}{a}}-\frac{\tau_k}{EF}\sum_{k=0}^{n}\frac{p}{v_0}\left[e^{-p\frac{x+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+\right.$$

$$+e^{-p\frac{x+l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{x+2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{x+2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+$$

$$\left.+e^{-p\frac{x+3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{x+4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}\right], \qquad (6)$$

$$t=0;\ \bar{u}(0,p)=0;\ \frac{d\bar{u}(p,x)}{dx}=0, \qquad (7)$$

$$x=0;\ \frac{\partial\bar{u}(p,0)}{\partial x}=-\frac{\sigma_0}{E}\cdot p-\frac{\sigma_0}{E}\cdot p\sum_{k=1}^{n}\left[e^{-p\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+\right.$$

$$\left.+e^{-p\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}\right], \qquad (8)$$

$$x=L;\ \frac{\partial u(p,L)}{\partial x}=0. \qquad (9)$$

Общее решение задачи в изображениях будет:

$$\bar{u}(p,x)=c_1e^{-\frac{x}{a}p}+c_2e^{\frac{x}{a}p}+\tilde{u}(p,x). \qquad (10)$$

Из общего решения в изображениях, применяя к (10) метод неопределенных коэффициентов Лагранжа, получаем:

$$\bar{u}(p,x)=c_1e^{-\frac{x}{a}p}+c_2e^{\frac{x}{a}p}-\frac{\tau_k a^2v_0}{EF(a^2-v_0^2)}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{p}\left[e^{-p\frac{x+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{x+l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+\right.$$

$$\left.+e^{-p\frac{x+2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{x+2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{x+3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{x+4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}\right]+$$

$$+\alpha\cdot a\sum_{i=1}^{m}\bar{u}(p,x_i)\frac{1}{p}e^{-\frac{p}{a}x_i}. \qquad (11)$$

Использование граничных условии задачи дает:

$$\bar{u}(p,x)=\frac{\tau_k a^3}{EF\left(a^2-v_0^2\right)}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{p}\left[\frac{e^{-p\frac{x-L}{a}}+e^{p\frac{x-L}{a}}+e^{-p\frac{L}{v_0}}\left(e^{-p\frac{x}{a}}-e^{p\frac{x}{a}}\right)}{e^{p\frac{L}{a}}-e^{-p\frac{L}{a}}}-\frac{v_0}{a}e^{-p\frac{x}{v_0}}\right]\times$$

$$\times\left[+e^{-p\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+\right.$$

$$\left.+e^{-p\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}\right]+\frac{\sigma_0\cdot a}{E}\cdot\frac{e^{-p\frac{x-L}{a}}+e^{p\frac{x-L}{a}}}{e^{p\frac{L}{a}}+e^{-p\frac{L}{a}}}\times$$

$$\times\left\{1+\sum_{k=1}^{n}\left[e^{-p\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+e^{-p\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}\right]\right\}+\alpha a\sum_{i=1}^{m}\bar{u}(p,x_i)\frac{1}{p}e^{-\frac{p}{a}x_i}. \qquad (12)$$

Разлагая решение в изображениях по бегущим волнам, будем иметь:

$$\bar{u}(p,x)=\alpha\cdot a\sum_{i=1}^{m}\bar{u}(p,x_i)\frac{1}{p}e^{-\frac{p}{a}x_i}+$$

$$+\frac{\tau_k a^3}{EF\left(a^2-v_0^2\right)}\sum_{k=1}^{n}\sum_{r=0}^{s}\frac{1}{p}e^{-\frac{(2r+1)L}{a}p}\left[e^{-p\frac{x-L}{a}}+e^{p\frac{x-L}{a}}-e^{-p\left(\frac{x}{a}+\frac{L}{v_0}\right)}-e^{p\left(\frac{x}{a}-\frac{L}{v_0}\right)}\right]\times$$

$$\times\left[e^{-p\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+\right.$$

$$\left.+e^{-p\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}\right]-\frac{\tau_k a^2 v_0}{EF\left(a^2-v_0^2\right)}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{p}\left[e^{-p\frac{x+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{x+l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+\right.$$

$$\left.+e^{-p\frac{x+2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{x+2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{x+3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}+e^{-p\frac{x+4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}}\right]+$$

$$+\frac{\sigma_0\cdot a}{E}\sum_{r=0}^{s}\left(e^{-p\frac{x+2rL}{a}}+e^{p\frac{x-2(r+1)L}{a}}\right)+\frac{\sigma_0\cdot a}{E}\sum_{k=1}^{n}\sum_{r=0}^{s}\left[{}^{-p\frac{x+2rL}{a}}+e^{p\frac{x-2(r+1)L}{a}}\right]\times$$

$$\times\left[e^{-p\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}} + e^{-p\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}} + e^{-p\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}} + e^{-p\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}} + \right.$$

$$\left. + e^{-p\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}} + e^{-p\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}} \right]. \qquad (13)$$

Введем обозначение:

$$f(p,x) = \frac{\tau_k a^3}{EF\left(a^2 - v_0^2\right)} \sum_{k=1}^{n} \sum_{r=0}^{s} \frac{1}{p} \left[e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} + e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} + \right.$$

$$e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} + e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} + e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} +$$

$$+ e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} + e^{-p\left(\frac{-x+2rL+2L}{a}+\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} + e^{-p\left(\frac{-x+2rL+2L}{a}+\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} +$$

$$+ e^{-p\left(\frac{-x+2rL+2L}{a}+\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} + e^{-p\left(\frac{-x+2rL+2L}{a}+\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} + e^{-p\left(\frac{-x+2rL+2L}{a}+\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} +$$

$$+ e^{-p\left(\frac{-x+2rL+2L}{a}+\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} - e^{-p\left(\frac{x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} - e^{-p\left(\frac{x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} -$$

$$- e^{-p\left(\frac{x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} - e^{-p\left(\frac{x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} - e^{-p\left(\frac{x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} -$$

$$- e^{-p\left(\frac{x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} - e^{-p\left(\frac{-x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} - e^{-p\left(\frac{-x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} -$$

$$- e^{-p\left(\frac{-x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} - e^{-p\left(\frac{-x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} -$$

$$\left. - e^{-p\left(\frac{-x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} - \cdot e^{-p\left(\frac{-x+(2r+1)L}{a}+\frac{L+4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} \right] -$$

$$- \frac{\tau_k a^2 v_0}{EF\left(a^2 - v_0^2\right)} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{p} \left[e^{-p\frac{x+k}{v_0}} + e^{-p\frac{x+l_1+k}{v_0}} + e^{-p\frac{x+2l_1+k}{v_0}} + e^{-p\frac{x+2l_1+l_2+k}{v_0}} + e^{-p\frac{x+3l_1+l_2+k}{v_0}} + \right.$$

$$\left. + e^{-p\frac{x+4l_1+l_2+k}{v_0}} \right] + \frac{\sigma_0 \cdot a}{E} \sum_{r=0}^{s} \left(e^{-p\frac{x+2rL}{a}} + e^{p\frac{x-2(r+1)L}{a}} \right) - \frac{\sigma_0 \cdot a}{E} \sum_{k=1}^{n} \sum_{r=0}^{s} \left[e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)} + \right.$$

$$+e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)}+e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)}+e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)}+$$

$$+e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)}+e^{-p\left(\frac{x+2rL}{a}+\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)}+$$

$$+e^{p\left(\frac{x-2(r+1)L}{a}-\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)}+e^{p\left(\frac{x-2(r+1)L}{a}-\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)}+e^{p\left(\frac{x-2(r+1)L}{a}-\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)}+ \tag{14}$$

$$+e^{p\left(\frac{x-2(r+1)L}{a}-\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)}+e^{p\left(\frac{x-2(r+1)L}{a}-\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)}+e^{p\left(\frac{x-2(r+1)L}{a}-\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)}\Bigg].$$

Решение (13) компактно представим в виде:

$$\bar{u}(p,x)=f(p,x)+\alpha\cdot a\sum_{i=1}^{m}\bar{u}(p,x_i)\frac{1}{p}e^{-\frac{p}{a}x_i}. \tag{15}$$

Оригинал Φ(t,x) функции $f(p,x)$ запишем в виде:

$$\Phi(t,x)=\frac{\tau_k a^3}{EF\left(a^2-v_0^2\right)}\sum_{k=1}^{n}\sum_{r=0}^{s}\Bigg[\left(t-\frac{x+2rl}{a}-\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x+2rl}{a}-\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2rL}{a}-\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2rL}{a}-\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+\left(t-\frac{x+2rL}{a}-\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x+2rL}{a}-\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+\left(t-\frac{x+2rL}{a}-\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x+2rL}{a}-\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+\left(t-\frac{x+2rL}{a}-\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x+2rL}{a}-\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+\left(t-\frac{x+2rL}{a}-\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x+2rL}{a}-\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}+\frac{L+2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}+\frac{L+2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)-$$

$$-\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{L+4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)\Bigg]+$$

$$+\frac{\sigma_0\cdot a}{E}\sum_{r=0}^{s}\left[H\left(t-\frac{2rL}{a}\right)+H\left(t+\frac{2(r+1)L}{a}\right)\right]+$$

$$+\frac{\sigma_0\cdot a}{E}\sum_{k=1}^{n}\sum_{z=0}^{s}\Bigg[H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2rL}{a}-\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2rL}{a}-\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2rL}{a}-\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2rL}{a}-\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2rL}{a}-\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+H\left(t-\frac{x}{a}-\frac{2rL}{a}-\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+ \quad (16)$$

$$+H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{2l_1+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{2l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+$$

$$+H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{3l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)+H\left(t+\frac{x}{a}-\frac{2(r+1)L}{a}-\frac{4l_1+l_2+k(4l_1+l_2+l_3)}{v_0}\right)\Bigg]\Bigg].$$

Запишем решения в оригиналах для нескольких выражений $\bar{u}(p,x_i)$

$$u(t,x_1)=\Psi(t,x_1), \tag{17}$$

$$u(t,x_2)=\Psi(t,x_2)+\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(\alpha\cdot a)^{i+1}}{(j+1)!}\Psi(t,x_1,(j+1)x_2), \tag{18}$$

$$u(t,x_3)=\Psi(t,x_3)+\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(\alpha\cdot a)^{i+1}}{(j+1)!}\left[\Psi(t,x_1,x_1+mx_3)+\Psi(t,x_2,x_2+jx_3)\right]+$$

$$+\sum_{j=0}^{\infty}\left[\frac{(\alpha\cdot a)^{i+1}}{(j+1)!}\right]^2\Psi(t,x_1,x_1+x_2+j(x_2+x_3)). \tag{19}$$

Методом математической индукции удается записать выражение $u(t,x_i)$ для общего случая

$$u(t,x_i)=\Psi(t,x_i)+\sum_{g=0}^{i-1}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(\alpha\cdot a)^{j+1}}{(j+1)!}\Psi(t,x_g,x_g+jx_g)+\sum_{g=2}^{i-2}\sum_{j=0}^{\infty}\left[\frac{(\alpha\cdot a)^{j+1}}{(j+1)!}\right]^g\times$$

$$\times\Psi(t,x_{g-1},(j+1)x_g^{i-2})+\sum_{j=0}^{\infty}\left[\frac{(\alpha\cdot a)^{ij1}}{(j+1)!}\right]^{i-1}\Psi\left(t,x_1,\sum_{g=1}^{i-1}(j+1)x_g\right), \tag{20}$$

где $\Psi(t,x_i)$ – оригинал функции $(\alpha a/p)^j\exp(-jx_i p/a)f(p,x_i)$, полученный в процессе последовательного интегрирования и учета теоремы запаздывания [4], x_g^{i-2} – сумма сочетаний g элементов из множества элементов $x_1,x_2,\ldots,x_{i-2}$.

Таким образом, решение поставленной задачи в окончательном виде примет вид:

$$u(t,x)=\Phi(t,x)+\sum_{i=1}^{m}u(t,x_i), \tag{21}$$

где $u(t,x_i)$ определяется формулой (23).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nikitin L.V., Tyurehodgaev A.N.* Wave Propagation and Vibration of Elastic Rods with Interfacial Frictional Slip. Wave Motion 12 (1990) 513-526 North-Holland.

2. *Nikitin L.V., Tyurehodgaev A.N.* Defor d'un pipeline souterrain sous l'action de l'onde sismique. Deformation of the Underground Pipeline under Action of Seismic Wave. XII[th] European Conference of Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. 7-10 June 1999 Amsterdam, the Netherlands.

3. *Никитин Л.В., Тюреходжаев А.Н.* Воздействие ударной волны в грунте на подземный трубопровод // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. 1987. №1. С. 98-106.

4. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексного переменного. М., 1965.

Резюме

Ұзындығы шектелген шпалдарда жатқан рельске, тұрақты қозғалыстағы теміржол құрамасының доңғалағы мен рельс арасындағы құрғақ үйкелісті ескере отырып, рельстің бойлық тербелістерін қарастырып, оның аналитикалық шешімі алынған.

Summary

Solution of the problem about longitudinal vibration of the rail in railway motion which consists of six-axis van and lies on ties taking into account dry friction on the "wheel-rail" contact are provided.

КазНТУ им. К. И. Сатпаева,
г. Алматы

Поступила 2.04.06г.

Г. А. МУСТАФИНА

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ УГЛЕЙ РАЗНОЙ СТАДИИ МЕТАМОРФИЗМА В ОРГАНИЧЕСКОМ СИНТЕЗЕ

Сообщение 2. Химические связи и функциональные группы химической структуры углей

Введение. Уголь издавна используют как ископаемое топливо и как сырье для дальнейшей химической переработки. Химическая промышленность, созданная первоначально для производства органических веществ (анилиновые красители, лекарственные средства) на основе продуктов из угля, с середины прошлого столетия все больше стала отдавать предпочтение жидкому и газообразному сырью (нефть и газ) с более высоким содержанием водорода. Каменный уголь в соответствии с его химическим составом оставался основой для обеспечения химической промышленности ароматическими углеводородами и углеродистыми продуктами, бедными водородом [1].

В настоящее время отмечается тенденция зависимости химической промышленности от обеспечения нефтью, поэтому задачей будущего является уменьшение потребления нефтепродуктов путем расширения использования угля в данной отрасли. Для химической модификации угля важно исследовать особенности его химического строения, которое включает установление природы химической связи и функционального состава в молекулярной структуре органической массы угля [2–4].

Уголь представляет собой сложную многокомпонентную горную породу органического происхождения, которая сформировалась в результате физико-химических превращений из различных растительных материалов под воздействием разнообразных геологических факторов. В процессе углеобразования органические вещества исходного растительного материала претерпевали различные превращения, сопровождающиеся их распадом и синтезом новых химических соединений. В процессе генезиса вновь образующиеся органические и неорганические вещества, внесенные водой, формировались в сложные молекулярные образования, которые для гумусовых углей складывались в петрографические разности, состоящие из витринита, фюзинита и липтинита. В настоящее время считается, что в образовании угля принимали участие все растительные элементы, преимущественно целлюлоза и лигнин. Все угли состоят основном из углерода, водорода и кислорода; присутствуют также в небольшие количества азота и серы [5–7].

Поскольку в процессе генезиса углей образуется сложная смесь, то термин «молекулярная структура» в применении к ископаемым углям