Б.-Б. С. ЕСМАГАМБЕТОВ

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОТОКОВ СЖАТЫХ СООБЩЕНИЙ

Исходя из общих свойств фундаментальной матрицы

$$F_j = \begin{vmatrix} L_1\ (L_2 - L_1)\ (L_3 - L_2)\ \dots\ (L_n - L_{n-1}) \\ L_1 \quad L_2 \quad (L_3 - L_1)\ \dots\ (L_n - L_{n-2}) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad \dots \quad L_n \end{vmatrix}$$

можно (через компоненты вектора среднего времени до поглощения L_j) выразить основные характеристики системы формирования потоков сжатых сообщений. Такими характеристиками являются ряд распределений вероятностей π_j некоторого числа требований в системе, оценки среднего и дисперсии числа существенных отсчетов в очереди, вероятности занятости системы, характеристики переполнения и опустошения памяти, а также оценки среднего и дисперсии времени ожидания существенных отсчетов в системе и общего времени пребывания в ней.

Ряд распределений π_j определяется через элементы фундаментальной матрицы следующим образом:

$$\pi_j = f_{ij} P_{зан} \ / \sum_{j=1}^{n} f_{ij}\ , \qquad (1)$$

где $P_{зан} = M[t_{зан}] \ / \ (M[t_{зан}] + M[t_{св}])$, причем для простейшего входного потока $M[t_{зан}] = 1/\lambda$.

Учитывая, что

$$M[t_{зан}] = L_n = \sum_{j=1}^{n} f_{ij},$$

имеем следующее

$$P = p\mu L_n /(\ p\mu L_n + 1). \qquad (2)$$

С учетом выражения (2) соотношение для ряда распределений можно записать в виде

$$\pi_j = p\mu f_{ij} \ / \ (p\mu f_{ij} + 1).$$

Выражение для среднего числа существенных отсчетов, находящихся в очереди в точках регенерации (t_{k+0}), определяется как математическое ожидание этой дискретной случайной величины

$$M[N(t_{k+0})] = \sum_{j=1}^{n} j\pi_j = \sum_{j=1}^{n} p\mu f_{ij} j \ /(p\mu L_n + 1).$$

Это значение является нижней границей для среднего числа требований inf{M[N]}. После некоторых преобразований получим следующую зависимость:

$$\inf\{M[N]\} = p(n\mu L_n - \sum_{j=1}^{n-1} \mu L_j\ ) \ /(\ p\mu L_n + 1). \qquad (3)$$

Для моментов времени непосредственно перед окончанием обслуживания (t_{k-0}) можно получить верхнюю грань для средней длины очереди из существенных отсчетов:

$$\sup\{M[N]\} = M[N(t_{k-0})] =$$

$$= p[(n+1)\mu L_n - \sum_{j=1}^{n-1} \mu L_{j-1}] \ /(\ p\mu L_n + 1). \qquad (4)$$

Зависимости среднего числа требований в системе от ее загрузки и объема памяти, вычисленные по формулам (3) и (4), приведены на рис. 1.

Используя формулу Литтли $M[N] = \mu M[t_з]$, с помощью приведенных выше зависимостей можно получить выражения для среднего времени задержки их в системе $M[t_{зан}]$ с учетом времени на обслуживание:

$$\inf\{M[t_з]\} = (n\mu L_n - \sum_{j=1}^{n-1} \mu L_j) \ / \ \mu(p\mu L_n + 1).$$

Пользуясь общими правилами нахождения дисперсии $D_j = \sum_{j=1}^{n} j^2 \pi_j - M_j^2$, можно также определить вторые центральные моменты длины очереди D[N] и времени задержки существенных отсчетов в системе $D[t_{зан}]$:

$$\inf\{D[N]\} = p(n^2\ \mu Ln - \sum_{j=1}^{n-1} (2j+1)\mu L_j\ ) \ /$$

$$/\ (\ p\mu L_n + 1) - \inf\{M^2[N]\},$$

$$\sup\{D[N]\} = p[(n+1)^2\ \mu L_n - \sum_{j=1}^{n-1} (2j+3)\mu L_{j-1} - 3] \ /$$

$$/\ (\ p\mu L_n + 1) - \sup\{M^2[N]\},$$

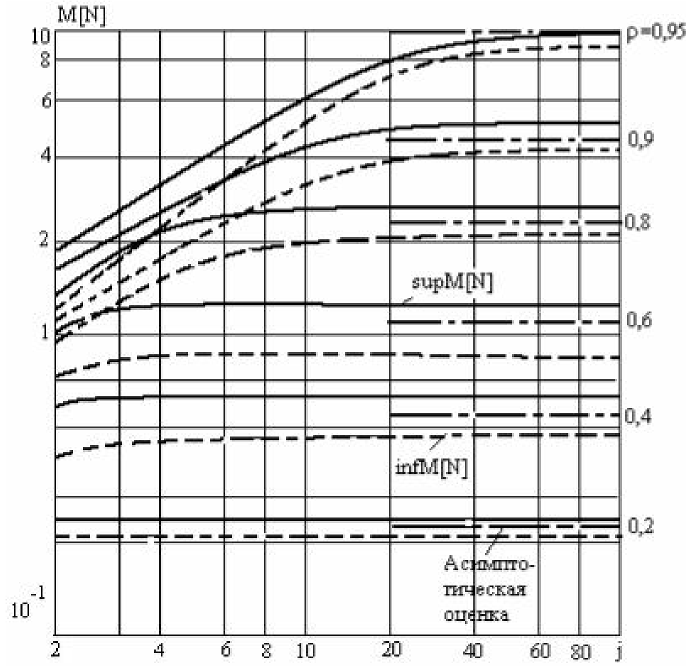

Рис. 1

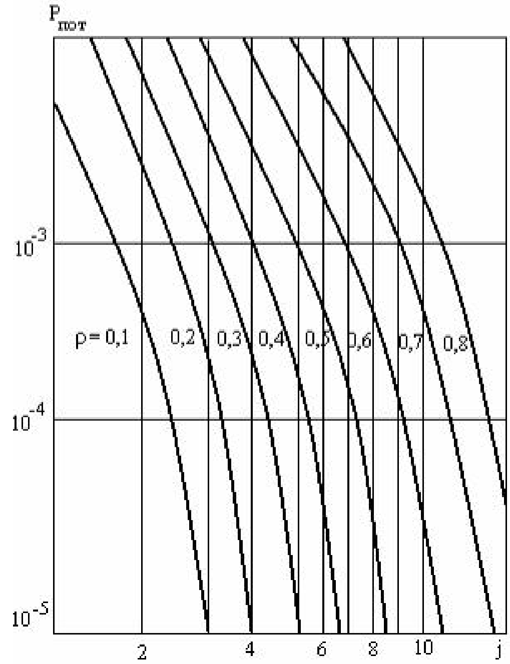

Рис. 2

$$\inf\{D[t_з]\} = (n^2\, \mu L_n - \sum_{j=1}^{n-1}(2j+1)\mu L_j\,)) \,/$$

$$/\ \mu^2 p(p\mu L_n + 1) - \inf\{M^2[tз]\},$$

$$\sup\{D[t_з]\} = [(n+1)^2\, \mu L_n - \sum_{j=1}^{n-1}(2j+3)\mu L_{j-1} - 3] \,/$$

$$/\ \mu^2 p(\, p\mu L_n + 1) - \sup\{M^2[t_з]\}.$$

Из анализа приведенных выше зависимостей следует, что учет ограничения объема памяти приводит к повышению эффективности устройства обслуживания, особенно при больших загрузках системы. Так, при p = 0,95 и j = 10 учет уменьшает среднюю длину очереди вдвое по сравнению с асимптотическими оценками (рис. 1). Еще больше уменьшается время задержки, особенно при малых интенсивностях λ потоков для сообщений с высокими приоритетами. Через среднюю длину интервала занятости можно выразить такие важные характеристики устройства обслуживания, как вероятность обслуживания поступающих требований $P_{об}$, потерь из-за ограничения объема памяти $P_{пот}$ и ее опустошения $P_о$:

$$P_{об} = \mu L_n \,/\, p\mu L_n + 1,\ P_{пот} = 1 - \mu L_n/(p\mu L_n + 1),$$

$$P_о = 1 \,/\, (p\mu L_n + 1).$$

Зависимость вероятностей потерь $P_{пот}$ от объема памяти показана на рис. 2.

Изложенный метод вычисления характеристик систем массового обслуживания можно применить также для входных потоков, отличающихся от пуассоновского и при нерегулярном обслуживании. При этом необходимо лишь отсутствие вероятностной зависимости между интервалом занятости и свободным интервалом.

Резюме

Қысылған деректердің ағындар жүйесінің пайда болуының негізгі сипаттамалары қарастырылған. Қанағаттандыру орташа санның естелік көлемінен тәуелділігі және жоғалтудың ықтималдығының естелік көлемінен тәуелділігі келтірілген.

УДК 629.7.05.001

КазАТК им. М. Тынышпаева,
Шымкентский филиал,
г. Шымкент

Поступила 3.03.06г.