

О. КАНЛЫБАЕВ

ЗАДАЧА СИНТЕЗА ПАРАМЕТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЕХАНИЗМА V КЛАССА В ВИДЕ СИСТЕМЫ СТЕПЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим решение задачи синтеза пространственного механизма V класса общего вида в соответствии с рисунком по семи положениям входных звеньев 1, 7 и выходного звена 4:

$$\varphi_{1i} = \varphi_{1i}(t), \quad \varphi_{7i} = \varphi_{7i}(t) \quad \text{и} \quad \psi_{4i} = \psi_{4i}(t), \quad i = \overline{1,7}. \quad (1)$$

Для решения задачи синтеза используем метод интерполирования. В данном случае число узлов интерполирования равно семи, поэтому будем рассматривать задачу синтеза по шести геометрическим параметрам. Для решения задачи синтеза кинематической цепи DENMR механизма использовано выражение взвешенной разности [1].

$$\Delta q = l_5^2 - l_{5\phi}^2, \quad (2)$$

где $l_{5\phi}$ – расстояние между точками E и N звена 5 механизма:

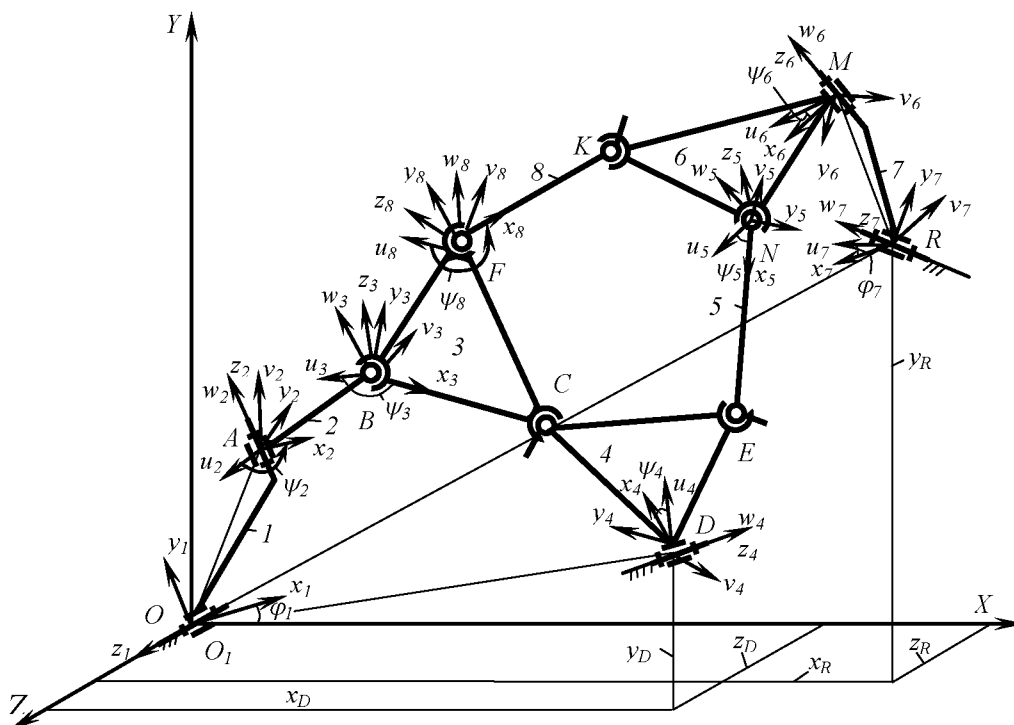
$$l_{5\phi}^2 = (X_E - X_N)^2 + (Y_E - Y_N)^2 + (Z_E - Z_N)^2,$$

$X_E, Y_E, Z_E, X_N, Y_N, Z_N$ – соответствующие координаты точек E и N в неподвижной системе координат OXYZ [2]. Для вычисления семи геометрических параметров рассматриваемой кинематической цепи DENMR механизма из набора 16 геометрических параметров определим число вариантов из семи параметров [3] с учетом того, что длина l_5 звена 5 входит во все варианты:

$$C_{15}^6 = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5005 \text{ вариантов.}$$

Решение задачи синтеза семи геометрических параметров рассмотрим на примере одного из полученных вариантов:

$$a_{67}, x_{6N}, y_{6N}, z_{6N}, x_{4E}, y_{4E}, l_5.$$



Выражение взвешенной разности (2) запишем в виде обобщенного полинома

$$\begin{aligned} \Delta q &= p_1 f_1(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_2 f_2(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_3 f_3(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_4 f_4(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + \\ &+ p_5 f_5(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_6 f_6(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_7 f_7(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_1 p_2 f_8(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + \\ &+ p_1 p_3 f_9(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_1 p_5 f_{10}(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_1 p_6 f_{11}(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_2 p_5 f_{12}(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + \\ &+ p_2 p_6 f_{13}(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_3 p_5 f_{14}(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_3 p_6 f_{15}(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) + p_4 p_5 f_{16}(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6) - \\ &- F(\varphi_1, \psi_4, \varphi_7, \psi_6). \end{aligned} \quad (3)$$

При решении задачи синтеза по методу интерполирования для семи заданных положений механизма отклонения взвешенной разности Δq должны равняться нулю [4]. С учетом этого из выражения (3) имеем

$$\begin{aligned} p_1 f_1(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + p_2 f_2(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + p_3 f_3(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + p_4 f_4(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + \\ + p_5 f_5(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + p_6 f_6(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + p_7 f_7(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + p_1 p_2 f_8(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + \\ + p_1 p_3 f_9(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + p_1 p_5 f_{10}(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + p_1 p_6 f_{11}(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + \\ + p_2 p_5 f_{12}(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + p_2 p_6 f_{13}(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + p_3 p_5 f_{14}(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + \\ + p_3 p_6 f_{15}(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) + p_4 p_5 f_{16}(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) - F(\varphi_{1i}, \psi_{4i}, \varphi_{7i}, \psi_{6i}) = 0, \quad i = \overline{1, 7}. \end{aligned} \quad (4)$$

Исключим из системы уравнений (4) неизвестное p_7 . Получим

$$\begin{aligned} b_{1i} p_1 + b_{2i} p_2 + b_{3i} p_3 + b_{4i} p_4 + b_{5i} p_5 + b_{6i} p_6 + b_{7i} p_1 p_2 + b_{9i} p_1 p_5 + b_{10i} p_1 p_6 + b_{11i} p_2 p_5 + b_{8i} p_1 p_3 + \\ + b_{12i} p_2 p_6 + b_{13i} p_3 p_5 + b_{14i} p_3 p_6 + b_{15i} p_4 p_5 + b_{16i} p_4 p_6 = B_i, \quad i = \overline{1, 6}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} b_{ji} &= f_{ji}(\varphi_{1i}, \psi_{2i}, \psi_{4i}) - f_{j,7}(\varphi_{1,7}, \psi_{2,7}, \psi_{4,7}), \quad i = \overline{1, 6}, \quad j = \overline{1, 6}, \\ b_{j+1,i} &= f_{j+1,i}(\varphi_{1i}, \psi_{2i}, \psi_{4i}) - f_{j+1,7}(\varphi_{1,7}, \psi_{2,7}, \psi_{4,7}), \quad j = \overline{7, 16}, \\ B_i &= F(\varphi_{1i}, \psi_{2i}, \psi_{4i}) - F(\varphi_{1,7}, \psi_{2,7}, \psi_{4,7}). \end{aligned} \quad (5)$$

Систему (5) из четырех уравнений при $i = 1, 2, 3$ и $i = j$ представим в матрично-векторной форме [5] и запишем в виде системы алгебраических уравнений от неизвестного p_1 :

$$T_{j3}(p_5, p_6) p_1^3 + T_{j2}(p_5, p_6) p_1^2 + T_{j1}(p_5, p_6) p_1 + T_{j0}(p_5, p_6) = 0, \quad j = 4, 5, 6, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} T_{j0}(p_5, p_6) &= (\gamma_{j0} + \gamma_{j2} p_5 + \gamma_{j3} p_6 + \gamma_{j6} p_5 p_6 + \gamma_{j9} p_5^2 + \gamma_{j10} p_6^2 + \gamma_{j15} p_5^2 p_6 + \gamma_{j16} p_5 p_6^2 + \\ &+ \gamma_{j19} p_5^2 p_6^2 + \gamma_{j27} p_5^3 + \gamma_{j28} p_6^3 + \gamma_{j33} p_5^3 p_6 + \gamma_{j34} p_5 p_6^3 + \gamma_{j38} p_5^4 + \gamma_{j39} p_6^4); \\ T_{j1}(p_5, p_6) &= (\gamma_{j1} + \gamma_{j4} p_5 + \gamma_{j5} p_6 + \gamma_{j7} p_5 p_6 + \gamma_{j12} p_5^2 + \gamma_{j14} p_6^2 + \gamma_{j21} p_5^2 p_6 + \gamma_{j22} p_5 p_6^2 + \\ &+ \gamma_{25} p_5^2 p_6^2 + \gamma_{j30} p_5^3 + \gamma_{j32} p_6^3 + \gamma_{j36} p_5^3 p_6 + \gamma_{j37} p_5 p_6^3 + \gamma_{j40} p_5^4 + \gamma_{j41} p_6^4); \\ T_{j2}(p_5, p_6) &= (\gamma_{j8} + \gamma_{j11} p_5 + \gamma_{j13} p_6 + \gamma_{j17} p_5^2 + \gamma_{j18} p_6^2 + \gamma_{j20} p_5 p_6 + \gamma_{j23} p_5^2 p_6 + \gamma_{j24} p_5 p_6^2 + \gamma_{j42} p_5^3 + \gamma_{j43} p_6^3); \\ T_{j3}(p_5, p_6) &= (\gamma_{j26} + \gamma_{j29} p_5 + \gamma_{j31} p_6 + \gamma_{j35} p_5 p_6 + \gamma_{j44} p_5^2 + \gamma_{j45} p_6^2). \end{aligned}$$

Коэффициенты $\{\gamma_{j,m}\}$ ($j = 4, 5, 6$; $m = \overline{1, 45}$) системы алгебраических уравнений (6) не содержат неизвестных p_2, p_3, p_4 . Исключив неизвестное p_1 из системы алгебраических уравнений (6), получим два уравнения относительно неизвестных p_5, p_6 в виде

$$\begin{bmatrix} T_{40}(p_5, p_6) & T_{41}(p_5, p_6) & T_{42}(p_5, p_6) & T_{43}(p_5, p_6) & 0 \\ T_{50}(p_5, p_6) & T_{51}(p_5, p_6) & T_{52}(p_5, p_6) & T_{53}(p_5, p_6) & 0 \\ T_{60}(p_5, p_6) & T_{61}(p_5, p_6) & T_{62}(p_5, p_6) & T_{63}(p_5, p_6) & 0 \\ 0 & T_{40}(p_5, p_6) & T_{41}(p_5, p_6) & T_{42}(p_5, p_6) & T_{43}(p_5, p_6) \\ 0 & T_{50}(p_5, p_6) & T_{51}(p_5, p_6) & T_{52}(p_5, p_6) & T_{53}(p_5, p_6) \end{bmatrix} = 0, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} T_{40}(p_5, p_6) & T_{41}(p_5, p_6) & T_{42}(p_5, p_6) & T_{43}(p_5, p_6) & 0 \\ T_{50}(p_5, p_6) & T_{51}(p_5, p_6) & T_{52}(p_5, p_6) & T_{53}(p_5, p_6) & 0 \\ T_{60}(p_5, p_6) & T_{61}(p_5, p_6) & T_{62}(p_5, p_6) & T_{63}(p_5, p_6) & 0 \\ 0 & T_{40}(p_5, p_6) & T_{41}(p_5, p_6) & T_{42}(p_5, p_6) & T_{43}(p_5, p_6) \\ 0 & T_{50}(p_5, p_6) & T_{51}(p_5, p_6) & T_{52}(p_5, p_6) & T_{53}(p_5, p_6) \end{bmatrix} = 0. \quad (8)$$

Каждое из уравнений (7) и (8) представляет собой многочлен от двух неизвестных p_5, p_6 . Левая часть уравнения (7) является алгебраическим уравнением 11 степени относительно неизвестного p_6 [5]:

$$\sum_{s=0}^{11} \tau_s \cdot p_6^s = 0, \quad (9)$$

где $\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_{11}$ выражаются через $\{\gamma_{j,m}\}$ ($j = 4, 5, 6; m = \overline{1, 45}$).

Алгебраическое уравнение 11 степени относительно неизвестного p_6 имеет вид

$$\begin{aligned} & S_{11}(p_5^5) p_6^{11} + S_{10}(p_5^{12}) p_6^{10} + S_9(p_5^{12}) p_6^9 + S_8(p_5^{12}) p_6^8 + S_7(p_5^{12}) p_6^7 + S_6(p_5^{12}) p_6^6 + \\ & + S_5(p_5^{12}) p_6^5 + S_4(p_5^{12}) p_6^4 + S_3(p_5^{12}) p_6^3 + S_2(p_5^{12}) p_6^2 + S_1(p_5^{12}) p_6 + S_0(p_5^{12}) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Левая часть уравнения (9) представляет собой аналогичное алгебраическое уравнение 11 степени относительно неизвестного p_6 :

$$\sum_{s=0}^{11} h_s \cdot p_6^s = 0, \quad (11)$$

где h_0, h_1, \dots, h_{11} выражаются через $\{\gamma_{j,m}\}$ ($j = 4, 5, 6; m = \overline{1, 45}$).

Алгебраическое уравнение 11 степени относительно неизвестного p_6 имеет вид

$$\begin{aligned} & H_{11}(p_5^5) p_6^{11} + H_{10}(p_5^{12}) p_6^{10} + H_9(p_5^{12}) p_6^9 + H_8(p_5^{12}) p_6^8 + H_7(p_5^{12}) p_6^7 + H_6(p_5^{12}) p_6^6 + \\ & + H_5(p_5^{12}) p_6^5 + H_4(p_5^{12}) p_6^4 + H_3(p_5^{12}) p_6^3 + H_2(p_5^{12}) p_6^2 + H_1(p_5^{12}) p_6 + H_0(p_5^{12}) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Анализ уравнений (10) и (12) приводит к степенным уравнениям относительно неизвестного p_6 . Исключив неизвестное p_6 из указанных систем уравнений, получим алгебраическое уравнение 257 степени относительно неизвестного p_5 :

$$\sum_{k=0}^{257} s_k \cdot p_5^k = 0, \quad (13)$$

где $k_0, k_1, k_3, \dots, k_{257}$ выражаются через составляющие уравнений (10) и (12):

$$\begin{aligned} & S_{11}(p_5^5), S_{10}(p_5^{12}), S_9(p_5^{12}), \dots, S_0(p_5^{12}), \\ & H_{11}(p_5^5), H_{10}(p_5^{12}), H_9(p_5^{12}), \dots, H_0(p_5^{12}). \end{aligned}$$

Решив уравнение (13), найдем вещественные решения относительно неизвестного p_5 . Число вещественных решений уравнения (13) определяется по теореме Штурма [5]. Для положительных вещественных значений неизвестного параметра p_5 вычислим значения остальных параметров $p_1, p_2, p_3, p_4, p_6, p_7$. Определим неизвестные геометрические параметры рассматриваемой кинематической цепи *DENMR* механизма по формулам

$$a_{67} = p_1, x_{6N} = p_2, y_{6N} = p_3, z_{6N} = p_4, x_{4E} = p_5, y_{4E} = p_6, l_5 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 + p_5^2 + p_6^2} - p_7.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А.* Синтез плоских механизмов. М.: Госиздат, 1959. 1084 с.

2. *Саткалиева М.О.* Уравнения преобразования кинематических цепей пространственного рычажного механизма V класса // Вестник МОН РК, НАН РК. 2004. № 5. С. 178-181.

3. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. М.: Наука, 1986. 544 с.

4. *Канлыбаев О.* Синтез пространственного передаточного рычажного механизма V класса с двумя входными звеньями по заданным шести положениям // Материалы международной научной конференции, КазНТУ им. К. Сатпаева. Алматы, 2005. Т. II. С. 236-238.

5. *Курош А.Г.* Курс высшей алгебры. М., 2003. 431 с.

Резюме

V класты кеңістікті механизмнің жетекші буыны мен шығыс буынның берілген жағдайына байланысты, осы механизмнің жеті параметрлерінің синтез есебі қарастырылды. үш белгісізі бар үш теңдеуден құралған дәрежелі теңдеулер жүйесінің бір белгісізін шығару шешімі көрсетілген.

Summary

The task of synthesis of seven parameters of a spatial mechanism of V class upon set positions of input and output links is considered. The solving of excluding of unknown from a system of the power multinomials with the unknowns

УДК 621.01:531

Казахский национальный университет

им. аль-Фараби. г. Алматы

Поступила 17.03.06 г.