

К. З. САРТАЕВ

ДИНАМИЧЕСКОЕ УПРУГОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ

В последнее время огромный интерес представляют исследования в области пространственных параллельных манипуляторов (ППМ) с несколькими степенями свободы и повышенной жесткостью, грузоподъемностью и точностью позиционирования за счет использования параллельных пространственных кинематических цепей замкнутого типа (например, работы J. Anjeles, H. Funabashi, M. Uchiyama, C. Gosselin, K. Hunt, J.-P. Merlet, R. W. Daniel, B. Roth, X. Liu, X. Tang, J. Wang и др.).

На основе пространственных механизмов высоких классов (МВК) [1,2] созданы новые конструкции ППМ, структурные схемы которых защищены патентами Республики Казахстан [3,4].

В работах [5, 6] исследуются проблемы механики и управления ППМ позиционирующего и ориентирующего типов с жесткой платформой и со сложной платформой с функционально независимыми приводами.

В реальных ППМ в процессе работы их звенья находятся в сложном напряженно-деформированном состоянии (НДС), которое оказывает решающее влияние на их прочность и точность.

В настоящее время в робототехнике развиваются исследования, посвященные расчету упругих манипуляторов. В работах [7–11] впервые разработаны математические модели и алгоритмы для кинетоупругого, квазистатического, динамического анализа свободных и вынужденных колебаний упругих плоских и пространственных МВК с привлечением прямолинейных, криволинейных двух-, трехузловых расчетных элементов без учета и с учетом сил трения в кинематических парах, а также квазистатической упругой устойчивости от критической нагрузки с использованием метода конечных элементов (МКЭ) [12, 13].

Обзор научных работ показывает, что отсутствуют теоретические и численные расчеты, обеспечивающие комплексное исследование динамического НДС ППМ с упругодеформируемыми звеньями.

В данной работе МКЭ проводится компьютерное моделирование динамики упругого ППМ (рис. 1). Разработаны системный подход к созданию методической, теоретической основы механико-математической модели динамического НДС ППМ и алгоритм, а также составлен пакет прикладных программ, обеспечивающих комплексное исследование НДС, параметров жесткости и прочности ППМ с различными кинематическими парами и физико-механическими характеристиками материалов, геометрии звеньев при упругих деформациях.

Рассматриваемый алгоритм расчета ППМ реализует МКЭ в форме метода перемещений. МКЭ по сравнению с другими численными методами наиболее эффективен применительно к расчету упругих ППМ.

Для описания конечно-элементной модели ППМ разбиваем его на прямолинейные стержневые элементы, соединенные в узлах через кинематические пары. Для ППМ, состоящих в основном из отдельных стержневых звеньев, такое расчленение является естественным. Узлы ППМ имеют нумерацию в ГСК, которая служит для их идентификации в перечне узлов. Элементы имеют свои номера – начальный и конечный, с помощью которых, в свою очередь, проводится их идентификация.

Исследуемый ППМ [14] (см. рис. 1) при конечно-элементном моделировании состоит из 15 стальных элементов, 13 узлов. Манипулятор включает только вращательные кинематические пары. Узлы на рисунке пронумерованы жирными цифрами. Законы движения ведущих звеньев 1, 12, 13 считаются заданными. Длины звеньев следующие:

$$\begin{aligned}l_1 &= l_8 = l_{10} = 0, \exists M_i = l_4 \quad l_6 \quad 2l_2 \quad M, \\l_2 &= l_5 = l_7 = l_{11} = l_1 \sqrt{2} \quad M, \\l_3 &= l_4 = l_5 = l_{c_1} = l_{c_2} = l_{c_3} = 2l_1 \quad M.\end{aligned}\quad (1)$$

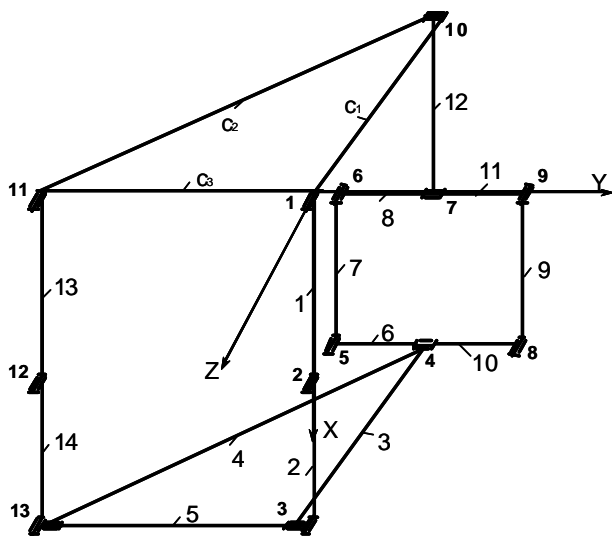


Рис. 1. Пространственный параллельный манипулятор

Силами и моментами трения в кинематических парах пренебрегается. Каждому элементу ППМ присваивается набор упругих постоянных материала, характеризующих его физические свойства:

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \rho = 7900 \text{ кг/м}^3, \nu = 0,25, \quad (2)$$

где E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; ρ – плотность материала.

Звенья механизма изготовлены из стальных стержней кругового поперечного сечения диаметром 0,006. Форма и размеры поперечного сечения, упругие свойства материалов постоянны. Размерами и конструкцией узлов пренебрегается.

Для описания НДС упругих ППМ необходимо провести кинематический анализ. Кинематика манипулятора исследуется в силу общности аналитического подхода матричным методом Денавит–Хартенберга с шестью параметрами [15, 16].

Составлены матричные уравнения замкнутости контуров ППМ, разработаны алгоритм и программа анализа перемещений.

Инерциальная система координат XYZ жестко соединена неподвижным звеном 15 (см. рис. 1). Координаты X, Y, Z узлов расчетной модели определены в глобальной системе координат (ГСК).

Механизм находится под действием узловых сил инерции КЭ, дополнительных сил, узловых внешних сил КЭ. Величины каждой силы, которая равна 0,1 кН, приложены в узлах 3,4,13.

В реальных условиях в звеньях ППМ возникают упругие перемещения. Для получения матрицы жесткости конечно-стержневого элемента (КСЭ) можно подойти с точки зрения равновесия отдельного КСЭ. Для любой точки КСЭ можно ввести соответствующие внутренние усилия через его узловые перемещения, тогда уравнения обобщенного закона Гука для пространственного призматического КСЭ записываются в виде [7,12,13]:

$$N = EF\varepsilon_\xi = EF \frac{du_\xi}{d\xi}, \quad M = GJ\chi = GJ \frac{d\varphi_\xi}{d\xi},$$

$$M_\eta = EJ_\eta \chi_\eta = -EJ_\eta \frac{d^2 w_\xi}{d\xi^2},$$

$$M_\zeta = -EJ_\zeta \frac{d^2 \vartheta_\eta}{d\xi^2} = EJ_\zeta \chi_\zeta, \quad (3)$$

$$Q_\eta = \frac{dM_\zeta}{d\xi} = -EJ_\zeta \frac{d^3 \vartheta_\eta}{d\xi^3} = EJ_\zeta \chi'_\zeta,$$

$$Q_\zeta = \frac{dM_\eta}{d\xi} = -EJ_\eta \frac{d^3 w_\xi}{d\xi^3} = EJ_\eta \chi'_\eta.$$

Здесь N – продольная сила; M – крутящий момент; M_η и M_ζ – изгибающие моменты; Q_η , Q_ζ – поперечные силы; u_ξ , ϑ_η , w_ξ – составляющие линейного перемещения в направлениях осей локальных систем координат (ЛСК) ξ, η, ζ и $\varphi_\xi, \varphi_\eta, \varphi_\zeta$ – составляющие угла поворота поперечного сечения элемента вокруг этих осей; E, G – модули упругости и сдвига КСЭ; F – площадь поперечного сечения стержня; J, J_η, J_ζ – моменты инерции сечения относительно оси стержня и центральных осей инерции сечения.

Выражение для перемещений и углов поворота для произвольной точки КСЭ в ЛСК имеет вид

$$(u_\xi, \vartheta_\eta, w_\xi, \varphi_\xi, \varphi_\eta, \varphi_\zeta)^T = [\bar{N}] \{ \delta_\Lambda \}. \quad (4)$$

Компоненты $N_{1i}, N_{1j}, N_{2i}, N_{2j}, N_{3i}, N_{3j}, N'_{2i}, N'_{2j}, N'_{3i}, N'_{3j}$ функции $[\bar{N}]$ в (4) называ-

ются функциями формы, а вектор перемещений имеет следующие компоненты узлов i, j элемента:

$$\{\delta_{\Lambda}\}^T = (u_{i\xi}, \vartheta_{i\eta}, w_{i\zeta}, \varphi_{i\xi}, \varphi_{i\eta}, \varphi_{i\zeta}, \\ u_{j\xi}, \vartheta_{j\eta}, w_{j\zeta}, \varphi_{j\xi}, \varphi_{j\eta}, \varphi_{j\zeta}). \quad (5)$$

Обозначим через $\{f_n\}$ вектор узловых усилий КСЭ с компонентами внутренних усилий в начальном и конечном узлах стержня i, j :

$$\{f_n\}^T = (N_i, Q_{i\eta}, Q_{i\zeta}, M_{\xi i}, M_{\eta i}, M_{\zeta i}, \\ N_j, Q_{j\eta}, Q_{j\zeta}, M_{\xi j}, M_{\eta j}, M_{\zeta j}). \quad (6)$$

Вычислим внутренние усилия на концах КСЭ в ЛСК $O'\xi\eta\zeta$:

$$\{f_A^s\} = [k_A^s] \cdot \{\delta_A^s\}, \quad s=1, \dots, n, \quad (7)$$

где $[k_A^s]$ – матрица жесткости s -го элемента в его ЛСК; $\{\delta_A^s\}$ – вектор перемещений s -го элемента в ЛСК этого элемента; $s=1, \dots, n$ – номер элемента, n – количество КСЭ в системе.

Построена также матрица масс элементов (ММЭ) $[m_{\Lambda}]$. ММЭ и матрицы жесткости элементов (МЖЭ) $[k_{\Lambda}]$ преобразованы с учетом наличия пространственных кинематических пар. В МКЭ ППМ рассматриваются два типа узлов – жесткие и шарнирные. Во вращательных, сферических и цилиндрических кинематических парах КСЭ отсутствуют изгибающие моменты относительно оси вращения, а остальные составляющие усилий передаются для всех КСЭ.

Образованы матрицы жесткости и масс системы (МЖС, ММС). Матрица демпфирования системы (МДС) $[C] = a[M] + b[K]$ получена решением задачи о собственных значениях:

$$([K] - \omega_i^2 [M]) \{U_0^{*(i)}\} = 0, \quad (8)$$

где $[K], [C], [M]$ – МЖС, ММС, МДС рассматриваемой конечно-элементной модели, которые построены с учетом вида кинематических пар в зависимости от физико-механических характеристик материалов и геометрии звеньев; $\omega_i, \{U_0^{*(i)}\}$ – круговая частота и собственный вектор соответственно, характеризующие i -ю форму колебаний; i – порядок системы; константы a и b при матрице $[C]$ определяются по двум данным значе-

ниям коэффициентов демпфирования, относящимся к двум различным частотам колебаний [12,13].

Для вычисления собственных значений и собственных векторов несимметричной матрицы в виде: обратная матрица $[M]^{-1}$, умноженная на $[K]$, в пакет прикладных программ введена стандартная подпрограмма. $[K]$ и $[M]$ – действительные симметричные матрицы и $[M]$ – положительно определенная. Собственные значения и собственные векторы действительных симметричных матриц вычисляются стандартной подпрограммой.

Дискретная расчетная схема обуславливает описание НДС исследуемого объекта в виде системы алгебраических уравнений, порядок которой может быть весьма высоким. Это во многом объясняет ориентацию МКЭ на современную вычислительную технику. Моделировано уравнение движения ППМ с использованием МКЭ:

$$[M] \left\{ \frac{\delta}{\delta} \right\} + [C] \left\{ \frac{\delta}{\delta} \right\} + [K] \left\{ \bar{Q} \right\} = \\ = \left\{ \bar{F}_B \right\} + \left\{ \bar{G} \right\} + \left\{ \bar{J} \right\}. \quad (9)$$

Здесь $\left\{ \frac{\delta}{\delta} \right\}, \left\{ \frac{\delta}{\delta} \right\}, \left\{ \bar{Q} \right\}$ – векторы полных узловых ускорений, скоростей и перемещений конечно-элементной модели, состоящих из глобальных кинематических перемещений $\{\bar{W}^{(i)}\}, \{\bar{W}^{\&1(i)}\}, \{\bar{W}^{\&2(i)}\}$, которые не связаны с изменением его формы и накоплением в ней энергии упругой деформации, и деформационных узловых перемещений, скоростей и ускорений $\{\bar{U}^{(i)}\}, \{\bar{U}^{\&1(i)}\}, \{\bar{U}^{\&2(i)}\}$ механизмов; $\left\{ \bar{F}_B \right\}, \left\{ \bar{J} \right\}, \left\{ \bar{G} \right\}$ – векторы внешних статических или переменных во времени сил, сил инерции, а также дополнительных сил, зависящих от кинематики механизмов.

Для определения компонентов упругих перемещений узлов ППМ в ГСК в уравнении (9) с учетом граничных условий используются различные модификации методов исключения Гаусса–Зейделя.

Для решения уравнений динамики (9) используется метод Ньюмарка [12,13]. Шаг интегрирования по времени Δt выбирается исходя из величины угловой скорости ведущих звеньев и

по параметрам, определяющим требуемую точность воспроизведения исследуемых процессов и устойчивость метода интегрирования, что соответствует выводам работ [12,13]. Внутри каждого шага по времени учитывается изменение как кинематических, так и упругих перемещений, скоростей и ускорений.

Векторы скоростей и ускорений системы, соответствующие данному моменту, вычисляются по формуле [12]:

$$\begin{aligned} \ddot{U}_{t+\Delta t} &= a_0(U_{t+\Delta t} - U_t) - a_2\dot{U}_t - a_3\ddot{U}_t, \\ U_{t+\Delta t} &= U_t + a_6\dot{U}_t + a_7\ddot{U}_{t+\Delta t}, \end{aligned} \quad (10)$$

где коэффициенты a_i, b_i определяются через шаги по времени Δt .

Подставив (10) в (9), для упругой части получим

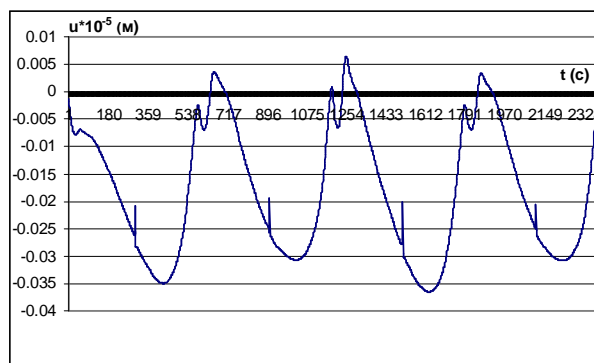
$$[S]\{U^*\}_{t+\Delta t} = \{R_s\}, \quad (11)$$

где $[S] = a_n[M] + a_m[C] + [K]$ – эффективная матрица жесткости; $\{R_s\} = \{F_s\} + [M]\{b_n\} + [C]\{b_m\} + \{J\} + \{G\}$ – эффективная нагрузка для момента времени $t + \Delta t$.

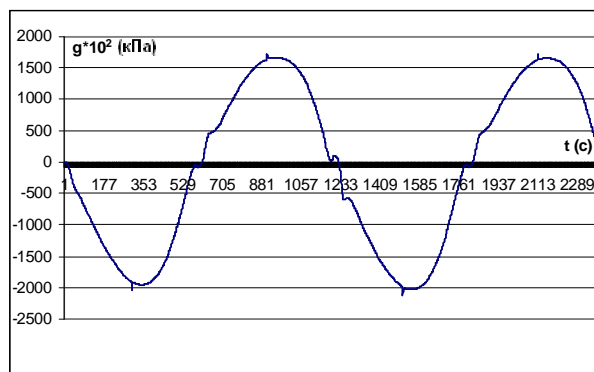
Коэффициенты a_n, a_m зависят от Δt ; коэффициенты $\{b_n\}, \{b_m\}$ являются линейной комбинацией векторов упругих и кинематических перемещений, скоростей и ускорений, полученных в предыдущих шагах интегрирования.

Преобразование узловых перемещений и упругих реакций элемента из общей координатной системы в местные проводится по разработанному алгоритму, и находятся внутренние усилия, напряжения.

Результаты численного расчета упругого ППМ приведены на рис. 2. По горизонтальной оси отложено время, по вертикальной оси – значения упругих перемещений и напряжений на наиболее нагруженных звеньях ППМ в зависимости от внешних сил. Действие сил инерции увеличивает значения вышеуказанных величин. Разработанные и отработанные алгоритм и комплекс программ эффективного применения МКЭ для многовариантных расчетов НДС ППМ устанавливают также закономерности распределения этих величин в зависимости от различных кинематических, геометрических, упругих параметров и материалов ППМ.



а



б

Рис. 2. Распределение перемещений и напряжений на наиболее нагруженных звеньях ППМ в зависимости от времени. Распределение наибольшего поперечного упругого перемещения в 6-м звене при полном функционировании манипулятора (а) и наибольшего нормального напряжения на 1-м звене манипулятора (б)

ЛИТЕРАТУРА

1. Baigunchekov Zh.Zh., Joldasbekov U.A. High Class Spatial Mechanisms // The Theory of Machines and Mechanisms. Proc. of the 7-th World Congress, 17-22 September, 1987, Sevilla, Spaine, V. 1, P. 309-312.
2. Байгунчечков Ж.Ж., Джолдасбеков С.У. Основы структурного, кинематического и динамического анализа пространственных механизмов высоких классов. Алматы: Ыльым, 1994. 148 с.
3. Байгунчечков Ж.Ж., Уайт А., Гилл Р., Чанмугам Р. и др. Патент РК. №9429. Исполнительный механизм параллельного манипулятора. Оpubл. 21.05.1999г.
4. Байгунчечков Ж.Ж., Дайжонг Су, Барри Хулл, Мир Насири, Нурахметов Б.К. и др. Патент РК. №11956. Исполнительный механизм параллельного манипулятора. Оpubл. 19.10.2000г.
5. Baigunchekov Zh.Zh., Nurakhmetov B.K., Absadykov B.N., Baigunchekov N.Zh., Kondybaev E.S. Kinematics of the Parallel Manipulators with Functionally Independent Drives (Part I, Part II) // Proceedings of the 11th World IFToMM Congress. 1-4 April, 2004, Tianjin, China.
6. Baigunchekov Zh.Zh., Nurakhmetov B.K., Absadykov B.N. Kinematic Synthesis of Positioning Parallel Manipulator With

Functionally Independent Drives by Quadratic Approximation (Part I, Part II) // Proceedings of the International Workshop on Computational Kinematics CK 2005. May 4-6. 2005. Cassino, Italy.

7. Масанов Ж.К., Темирбеков Е.С., Биртанов Е.А. Анализ сил и колебаний конструкций механизмов высоких классов пространственной топологии. Деп. КазГосИНТИ, №6871-КА96. Деп. От 12.04.96г., 254 с.

8. Масанов Ж.К., Байгунчиков Ж.Ж., Сартаев К.З., Абдраимова Г.А. Упругое напряженно-деформированное состояние пространственных параллельных манипуляторов // Материалы II международной конференции «Проблемы механики современных машин». Улан-Удэ, 23-29 июня 2003 г. Т.3. С.59-62.

9. Масанов Ж.К., Абдраимова Г.А. Квазистатическая упругая устойчивость пространственных МВК // Там же. С.62-65.

10. Масанов Ж.К., Елеусинова А.Е., Тулепов А.С. Квазистатика трехмерных МВК с криволинейными упругими звеньями и силами трения в кинематических парах // Вестник КазНУ. Сер. мат. мех. инфор. 2002. №2 (30). С.132-138.

11. Масанов Ж.К., Сартаев К., Хаджиева Л.А., Жолдасов С. Конечно-элементная модель движения упругих механизмов // Тр. VI Международный конф. Санкт-Петербург. 14-17 июня 2005. С. 299-303.

12. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982. 447 с.

13. Курков С.В. Метод конечных элементов в задачах динамики механизмов и приводов. СПб.: Политехника, 1991. 224 с.

14. Liu X., Tang X., Wang J. Singularity Analysis of a New Parallel Manipulator with Revolute Actuators. Proceedings of the XI World IFTOMM Congress. 1-4 April, 2004. P. 1977-1981. Tianjin, China.

15. Уикер мл. Динамика пространственных механизмов. Часть 1. Точные уравнения движения // Конструирование и технология машиностроения. 1969. №1. С. 264-270.

16. Фу К., Гансалес Р., Ли К. Робототехника. М.: Мир, 1989. 624 с.

Резюме

Кеңістік параллель манипуляторлардың, яғни серпімді-деформацияланатын буындары бар табиғи дискретті жүйелердің динамикасы олардың қозғалысы кезінде пайда болатын күштер әсерінен шекті элемент әдісімен модельденеді.

Summary

The finite element method models the dynamic process of naturally discrete systems with elastically deformable links under dynamic forces originating when of space parallel manipulators is moving.

УДК 621.01; 539.3; 539.62

Казахстанско-Британский
технический университет,
г. Алматы

Поступила 02.07.2006 г.

С. С. УСУПОВ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ ИЗДЕЛИЯ НА ТОКАРНОМ СТАНКЕ С ЧПУ

В работах [1, 2, 3] рассмотрены порознь каждый элемент упругой системы и его влияние на горизонтально радиальное положение оси вала относительно режущей кромки инструмента. Таких наиболее существенных элементов оказалось шесть:

1. Изгиб оси вала под действием силы P_y .
2. Смещение линии центров под действием силы P_y .
3. Отжатие суппорта, вызванное действием силы P_y .
4. Смещение линии центров под действием момента M_x .
5. Изгиб оси вала под действием момента M_x .
6. Смещение оси вала, вызванное продольным смещением бабок.

Как было показано, влияние этих факторов на диаметр обтачиваемой поверхности за время одного движения инструмента различно: одни из них вызывают увеличение диаметра обточенной поверхности, другие, наоборот – уменьшение.

Одновременное влияние всех этих факторов выразится алгебраической суммой податливостей элементов системы:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (1)$$

Подставив найденные выше значения слагаемых, имеем

$$\varepsilon_i = \frac{K^2 i}{10d} (2i^2 - 3i + 1) + \frac{0,3}{K} \left((\varepsilon_n + \varepsilon_s) \left(\frac{l-i}{l} \right) - \varepsilon_n \right) + \frac{x^5}{3EJ_1 l^2} + \frac{1}{EJ_2} \left(\frac{l^3 - x^3}{3} \right) \left(1 - \frac{x^2}{l} \right) -$$