

Ж. Ж. БАЙГУНЧЕКОВ\*, Б. К. НУРАХМЕТОВ\*, Э. М. МАЖИЕВА\*\*

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ БИНАРНОГО ЗВЕНА ВИДА ВЦ

С элементами  $j$ -ой вращательной и  $k$ -ой цилиндрической кинематических пар бинарного звена вида **ВЦ** (рис. 1) (где В – вращательная, Ц – цилиндрическая кинематические пары) жестко связываем правые декартовы координаты  $U_j V_j W_j$  и  $X_k Y_k Z_k$ , координатные оси которых выбираются следующим образом:

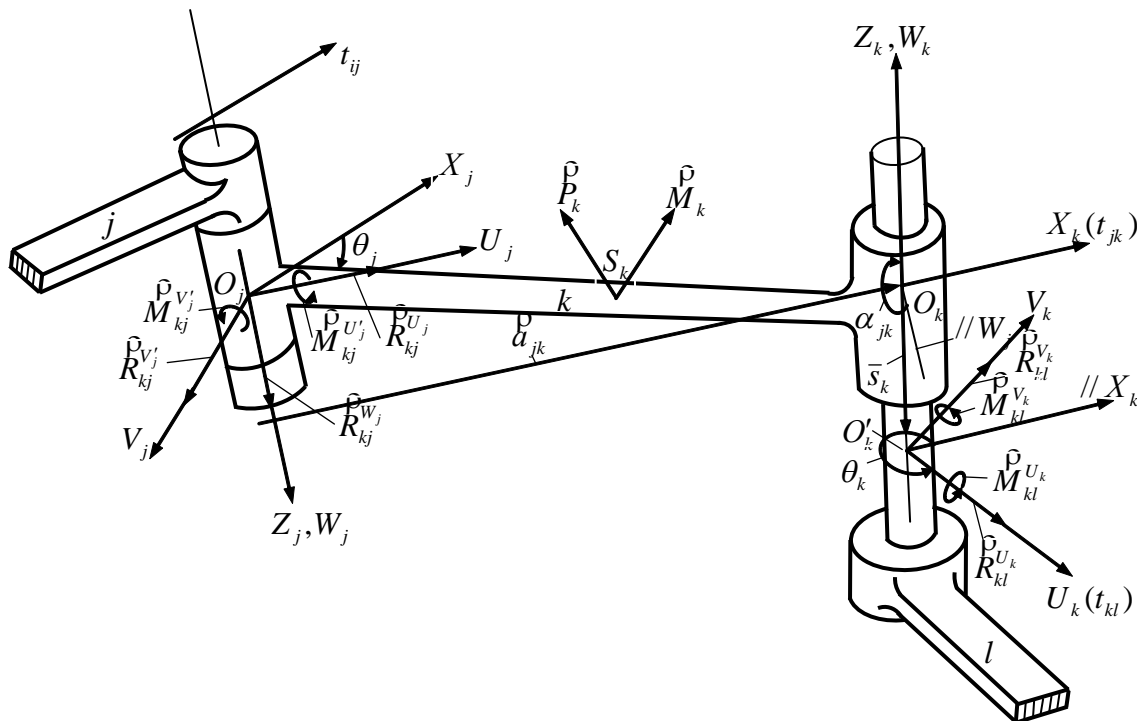
- координатные оси  $W_j$  и  $Z_k$ , лежат соответственно на оси вращения  $j$ -ой вращательной, вращения и поступательного движения  $k$ -ой цилиндрической кинематических пар;
- начало системы координат  $U_j V_j W_j$  находится в произвольно выбранной точке  $O_j$ , лежащей на оси вращения  $W_j$  вращательной кинематической пары  $j$ ;
- начало системы координат  $X_k Y_k Z_k$  находится в точке  $O_k$  пересечения общего перпендикуляра  $t_{jk}$  между осями  $W_j$  и  $Z_k$  и осью  $Z_k$ ;
- координатная ось  $U_j$  параллельна общему перпендикуляру  $t_{jk}$  и их положительные направления совпадают;

– координатная ось  $X_k$  лежит вдоль общего перпендикуляра  $t_{jk}$  и их положительные направления совпадают;

– координатные оси  $V_j$  и  $Y_k$  дополняют правые декартовы системы координат;

Все внешние силы и моменты, действующие на звено  $k$ , в том числе силы и моменты сил инерции звена, приводим в точку приведения  $S_k$  к главному вектору  $\vec{P}_k$  и главному моменту  $\vec{M}_k$ . Под действием  $\vec{P}_k$  и  $\vec{M}_k$  в кинематических парах  $j$  и  $k$  возникают силы реакции.

В кинематической паре  $j$  бинарного звена  $k$  силы реакции, действующие на бинарное звено  $k$  со стороны звена  $j$ , приведены в точку  $O_j$  – начале систем координат  $X_j Y_j Z_j$  и  $U_j V_j W_j$  и заменены главными векторами сил и моментов реакции  $\vec{R}_{kj}$  и  $\vec{M}_{kj}$ , которые в системе  $U_j V_j W_j$  имеют компоненты



Бинарное звено вида **ВЦ**

$$\left. \begin{aligned} \overset{\rho}{R}_{kj} &= [R_{kj}^{U_j}, R_{kj}^{V_j}, R_{kj}^{W_j}] \\ \overset{\rho}{M}_{kj} &= [M_{kj}^{U_j}, M_{kj}^{V_j}, 0] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В кинематической паре  $k$  силы реакции, действующие на бинарное звено  $k$  со стороны звена  $l$ , приведены в точку  $O'_k$  – начале системы координат  $U_k V_k W_k$  и заменены главными векторами сил и моментов реакции, которые в системах координат  $U_k V_k W_k$  и  $U_j V_j W_j$  имеют компоненты

$$\left. \begin{aligned} \overset{\rho}{R}_{kl} &= [R_{kl}^{U_k}, R_{kl}^{V_k}, 0] \\ \overset{\rho}{M}_{kl} &= [M_{kl}^{U_k}, M_{kl}^{V_k}, 0] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \overset{\rho}{R}_{kl} &= [R_{kl}^{U_j}, R_{kl}^{V_j}, R_{kl}^{W_j}] \\ \overset{\rho}{M}_{kl} &= [M_{kl}^{U_j}, M_{kl}^{V_j}, M_{kl}^{W_j}] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Аналогично можно выразить компоненты главных вектора  $\overset{\rho}{P}_k$  и момента  $\overset{\rho}{M}_k$  внешних сил и моментов в координатной системе  $U_j V_j W_j$

$$\left. \begin{aligned} \overset{\rho}{P}_k &= [P_k^{U_j}, P_k^{V_j}, P_k^{W_j}] \\ \overset{\rho}{M}_k &= [M_k^{U_j}, M_k^{V_j}, M_k^{W_j}] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Главный вектор  $\overset{\rho}{P}_k$  и главный момент  $\overset{\rho}{M}_k$  внешних сил, а также силу и момент реакции  $\overset{\rho}{R}_{kl}$  и  $\overset{\rho}{M}_{kl}$  в кинематической паре  $k$  приведем в точку  $O_j$  – начале систем координат  $X_j Y_j Z_j$  и  $U_j V_j W_j$ .

Тогда уравнения равновесия бинарного звена  $k$  вида **ВЦ** имеют вид

$$\left. \begin{aligned} R_{kj}^{U_j} + R_{kl}^{U_j} + P_k^{U_j} &= 0 \\ R_{kj}^{V_j} + R_{kl}^{V_j} + P_k^{V_j} &= 0 \\ R_{kj}^{W_j} + R_{kl}^{W_j} + P_k^{W_j} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

и

$$\left. \begin{aligned} M_{kj}^{U_j} + M_{kl}^{U_j} + M_{O_j}^{U_j}(\overset{\rho}{R}_{kl}) + M_k^{U_j} + M_{O_j}^{U_j}(\overset{\rho}{P}_k) &= 0 \\ M_{kj}^{V_j} + M_{kl}^{V_j} + M_{O_j}^{V_j}(\overset{\rho}{R}_{kl}) + M_k^{V_j} + M_{O_j}^{V_j}(\overset{\rho}{P}_k) &= 0 \\ M_{kl}^{W_j} + M_{O_j}^{W_j}(\overset{\rho}{R}_{kl}) + M_k^{W_j} + M_{O_j}^{W_j}(\overset{\rho}{P}_k) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где компоненты силы реакции  $\overset{\rho}{R}_{kl}$  и момента реакции  $\overset{\rho}{M}_{kl}$  в системах координат  $U_j V_j W_j$  и  $U_k V_k W_k$  связаны между собой следующими матричными уравнениями

$$\begin{bmatrix} R_{kl}^{U_j} \\ R_{kl}^{V_j} \\ R_{kl}^{W_j} \end{bmatrix} = [g_{jk}]^{BC} \cdot [p_k]^U \cdot \begin{bmatrix} R_{kl}^{U_k} \\ R_{kl}^{V_k} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} M_{kl}^{U_j} \\ M_{kl}^{V_j} \\ M_{kl}^{W_j} \end{bmatrix} = [g_{jk}]^{BC} \cdot [p_k]^U \cdot \begin{bmatrix} M_{kl}^{U_k} \\ M_{kl}^{V_k} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где  $[g_{jk}]^{BC}$  и  $[p_k]^U$  – подматрицы вращений матриц бинарного звена  $k$  вида **ВЦ** (9) и цилиндрической кинематической пары  $k$  (10), которые имеют вид

$$[g_{jk}]^{BC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{jk} & -\sin \alpha_{jk} \\ 0 & \sin \alpha_{jk} & \cos \alpha_{jk} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$[p_k]^U = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & -\sin \theta_k & 0 \\ \sin \theta_k & \cos \theta_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Подставляя подматрицы вращения (9) и (10) в уравнения (7) и (8), получим

$$\left. \begin{aligned} R_{kl}^{U_j} &= l_{11}^k R_{kl}^{U_k} + l_{12}^k R_{kl}^{V_k} \\ R_{kl}^{V_j} &= l_{21}^k R_{kl}^{U_k} + l_{22}^k R_{kl}^{V_k} \\ R_{kl}^{W_j} &= l_{31}^k R_{kl}^{U_k} + l_{32}^k R_{kl}^{V_k} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

и

$$\left. \begin{aligned} M_{kl}^{U_j} &= l_{11}^k M_{kl}^{U_k} + l_{12}^k M_{kl}^{V_k} \\ M_{kl}^{V_j} &= l_{21}^k M_{kl}^{U_k} + l_{22}^k M_{kl}^{V_k} \\ M_{kl}^{W_j} &= l_{31}^k M_{kl}^{U_k} + l_{32}^k M_{kl}^{V_k} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned}
 l_{11}^k &= \cos \theta_k, l_{12}^k = -\sin \theta_k, l_{13}^k = 0, \\
 l_{21}^k &= \cos \alpha_{jk} \sin \theta_k, \\
 l_{22}^k &= \cos \alpha_{jk} \cos \theta_k, l_{23}^k = -\sin \alpha_{jk}, \\
 l_{31}^k &= \sin \alpha_{jk} \sin \theta_k, \\
 l_{32}^k &= \sin \alpha_{jk} \cos \theta_k, l_{33}^k = \cos \alpha_{jk}.
 \end{aligned}$$

Тогда уравнения сил (5) бинарного звена  $k$  принимают вид

$$\left. \begin{aligned}
 R_{kj}^{U_j} + l_{11}^k R_{kl}^{U_k} + l_{12}^k R_{kl}^{V_k} &= -P_k^{U_j} \\
 R_{kj}^{V_j} + l_{21}^k R_{kl}^{U_k} + l_{22}^k R_{kl}^{V_k} &= -P_k^{V_j} \\
 R_{kj}^{W_j} + l_{31}^k R_{kl}^{U_k} + l_{32}^k R_{kl}^{V_k} &= -P_k^{W_j}
 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В системе уравнений (6) величины  $M_{O_j}^{U_j}(\overset{P}{R}_{kl})$ ,  $M_{O_j}^{V_j}(\overset{P}{R}_{kl})$  и  $M_{O_j}^{W_j}(\overset{P}{R}_{kl})$  являются компонентами вектора момента силы реакции  $\overset{P}{R}_{kl}$  относительно точки  $O_j$  в системе координат  $U_j V_j W_j$ , определяемого выражением

$$M_{O_j}^{\overset{P}{R}_{kl}}(\overset{P}{R}_{kl}) = \overset{P}{F}_j^{O_k'} \times \overset{P}{R}_{kl} = \begin{vmatrix} \overset{P}{u}_j & \overset{P}{v}_j & \overset{P}{w}_j \\ U_j^{O_k'} & V_j^{O_k'} & W_j^{O_k'} \\ R_{kl}^{U_j} & R_{kl}^{V_j} & R_{kl}^{W_j} \end{vmatrix}, \quad (14)$$

где  $\overset{P}{u}_j, \overset{P}{v}_j, \overset{P}{w}_j$  – единичные векторы системы координат  $U_j V_j W_j$ , а  $U_j^{O_k'}, V_j^{O_k'}, W_j^{O_k'}$  – координаты точки приложения  $O_k'$  силы реакции  $\overset{P}{R}_{kl}$  в системе координат  $U_j V_j W_j$ .

Кроме того, точка  $O_k'$  в системе координат  $X_k Y_k Z_k$  имеет координаты  $[0, 0, s_k]$ . Тогда между координатами точки  $O_k'$  в системах координат  $U_j V_j W_j$  и  $X_k Y_k Z_k$  существует связь в виде уравнения

$$\begin{bmatrix} 1 \\ U_j^{O_k'} \\ V_j^{O_k'} \\ W_j^{O_k'} \end{bmatrix} = [G_{jk}]^{BC} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ s_k \end{bmatrix} \quad (15)$$

Подставляя матрицу  $[G_{jk}]^{BC}$  бинарного звена вида **BC** (9) в уравнение (15), получим

$$\left. \begin{aligned}
 U_j^{O_k'} &= a_{jk} \\
 V_j^{O_k'} &= -s_k \sin \alpha_{jk} \\
 W_j^{O_k'} &= c_{jk} s_k \cos \alpha_{jk}
 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Если подставить (16) и (11) в определитель (14) и раскрыть его относительно элементов первой строки, то получим

$$\left. \begin{aligned}
 M_{O_j}^{U_j}(\overset{P}{R}_{kl}) &= h_{11}^k R_{kl}^{U_k} + h_{12}^k R_{kl}^{V_k} \\
 M_{O_j}^{V_j}(\overset{P}{R}_{kl}) &= h_{21}^k R_{kl}^{U_k} + h_{22}^k R_{kl}^{V_k} \\
 M_{O_j}^{W_j}(\overset{P}{R}_{kl}) &= h_{31}^k R_{kl}^{U_k} + h_{32}^k R_{kl}^{V_k}
 \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned}
 h_{11}^k &= -s_k \sin \theta_k - c_{jk} \cos \alpha_{jk} \sin \theta_k, \\
 h_{12}^k &= -s_k \cos \theta_k - c_{jk} \cos \alpha_{jk} \cos \theta_k, \\
 h_{21}^k &= c_{jk} \cos \theta_k + s_k \cos \alpha_{jk} \cos \theta_k - \\
 &\quad - a_{jk} \sin \alpha_{jk} \sin \theta_k, \\
 h_{22}^k &= c_{jk} \sin \theta_k - s_k \cos \alpha_{jk} \sin \theta_k - \\
 &\quad - a_{jk} \sin \alpha_{jk} \cos \theta_k, \\
 h_{31}^k &= a_{jk} \cos \alpha_{jk} \sin \theta_k - s_k \sin \alpha_{jk} \cos \theta_k, \\
 h_{32}^k &= a_{jk} \cos \alpha_{jk} \cos \theta_k - s_k \sin \alpha_{jk} \sin \theta_k.
 \end{aligned}$$

Подставляя полученные выражения компонентов момента  $\overset{P}{M}_{O_j}(\overset{P}{R}_{kl})$  и выражения компонентов момента  $\overset{P}{M}_{kl}$  из (12) в систему уравнений (6), получим окончательный вид уравнений моментов бинарного звена  $k$  вида **BC**

$$\left. \begin{aligned}
 M_{kj}^{U_j} + l_{11}^k M_{kl}^{U_k} + l_{12}^k M_{kl}^{V_k} + h_{11}^k R_{kl}^{U_k} + \\
 + h_{12}^k R_{kl}^{V_k} &= -M_k^{U_j} - M_{O_j}^{U_j}(\overset{P}{P}_k) \\
 M_{kj}^{V_j} + l_{21}^k M_{kl}^{U_k} + l_{22}^k M_{kl}^{V_k} + h_{21}^k R_{kl}^{U_k} + \\
 + h_{22}^k R_{kl}^{V_k} &= -M_k^{V_j} - M_{O_j}^{V_j}(\overset{P}{P}_k) \\
 l_{31}^k M_{kl}^{U_k} + l_{32}^k M_{kl}^{V_k} + h_{31}^k R_{kl}^{U_k} + h_{32}^k R_{kl}^{V_k} &= \\
 &= -M_k^{W_j} - M_{O_j}^{W_j}(\overset{P}{P}_k)
 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

которые совместно с уравнениями сил (13) образуют уравнения равновесия рассматриваемого бинарного звена.

Системы уравнений равновесия (13) и (8) имеют следующие матричные формы

$$[R_{kj}] = [L_{jk}] \cdot [R_{kl}] + [Q_k], \quad (19)$$

$$[M_{kj}] = [L_{jk}] \cdot [M_{kl}] + [H_{jk}] \cdot [R_{kl}] + [M_k], \quad (20)$$

где

$$[R_{kj}] = \begin{bmatrix} R_{kj}^{U_j} \\ R_{kj}^{V_j} \\ R_{kj}^{W_j} \end{bmatrix}, [R_{kl}] = \begin{bmatrix} R_{kl}^{U_k} \\ R_{kl}^{V_k} \\ 0 \end{bmatrix}, [Q_k] = - \begin{bmatrix} P_k^{U_j} \\ P_k^{V_j} \\ P_k^{W_j} \end{bmatrix},$$

$$[M_{kl}] = \begin{bmatrix} M_{kl}^{U_k} \\ M_{kl}^{V_k} \\ 0 \end{bmatrix}, [M_{kj}] = \begin{bmatrix} M_{kj}^{U_j} \\ M_{kj}^{V_j} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$[M_k] = - \begin{bmatrix} M_k^{U_j} + M_{O_j}^{U_j} \left( \frac{P_k}{P_k} \right) \\ M_k^{V_j} + M_{O_j}^{V_j} \left( \frac{P_k}{P_k} \right) \\ M_k^{W_j} + M_{O_j}^{W_j} \left( \frac{P_k}{P_k} \right) \end{bmatrix},$$

$$[L_{jk}] = - \begin{bmatrix} l_{11}^k & l_{12}^k & 0 \\ l_{21}^k & l_{22}^k & l_{23}^k \\ l_{31}^k & l_{32}^k & l_{33}^k \end{bmatrix},$$

$$[H_{jk}] = - \begin{bmatrix} h_{11}^k & h_{12}^k & 0 \\ h_{21}^k & h_{22}^k & 0 \\ h_{31}^k & h_{32}^k & 0 \end{bmatrix}$$

#### ЛИТЕРАТУРА

Baigunchekov Zh.Zh., Nurakhmetov B.K. and et. ab. Kinematics of the Parallel Manipulators with Functionally Independent Drives (Part I and II). The XI World IFToMM Congress. 1-4 April, 2004, Tianjin, China. 1647-1656 p.ъ

#### Резюме

Ғылыми жұмыста АЦ түрлі бинарлық буынның матрицалық және тендік тендеулері алынды (А – айналмалы, Ц – цилиндрлі кинематоикалық жұп).

#### Summary

In the given paper the equilibrium equations of a RC binary link are made.

УДК 621.01

\*Казахстанско-Британский  
технический университет;

\*\*Алматынский технологический  
университет

Поступила 3.05.07г.

Д. КАСЫМБЕКОВА, Г. МЕЙИРОВА, М. Б. УМЕРЗАКОВА, Б. А. ЖУБАНОВ

## ПОЛИМЕРНАЯ МОДИФИКАЦИЯ 1,2,5-ТРИМЕТИЛ-4-АЦЕТИНИЛПИПЕРИДОЛА-4

Проведены комплексные исследования процесса иммобилизации  $\gamma$ - и  $\beta$ -изомеров 1,2,5-триметил-4-ацетинилпиперидола-4 на сополимер стирола и малеинового ангидрида. Определены оптимальные условия синтеза. Установлено, что  $\gamma$ -изомер в изучаемой реакции активнее, чем  $\beta$ -изомер.

Пиперидиновое кольцо содержится в составе многих природных и синтетических биоактивных соединений, обладающих широким спектром биологического действия, начиная с психотропных, болеутоляющих лекарственных средств и заканчивая рострегулирующими препаратами для растений [1].

Из сельскохозяйственных препаратов полученных на основе пиперидина наиболее изучены

моно- и диацетинил производные пиперидолов. Многолетними исследованиями, проведенными под руководством И.Н. Азербайева, К.Б. Ержанова, установлено влияние заместителей в кольце на реакционную способность и ростстимулирующие свойства пиперидолов [2, 3]. В частности, в работе [3] приведены данные о биоактивности стереоизомеров и рацематов моно- и диацетинилпиперидолов. Например, рацематы 1,2,5-триметил-