

условие (8). Значит, по теореме И.С. Ломова, системы $\{u_k(x)\}$ и $\{v_k(x)\}$ образуют безусловный базис в $L_2(G)$. С другой стороны из соотношений (10) вытекает также

$$\|u_k(x)\|_{L_2(G)} \leq C'_2 \|u_k(x)\|_{L_\infty(G)} \leq C_2, \quad (13)$$

$$\|v_k(x)\|_{L_2(G)} \leq C'_3 \|v_k(x)\|_{L_\infty(G)} \leq C_3, \quad (14)$$

т.е. L_2 – нормы элементов каждой из систем $\{u_k(x)\}$ и $\{v_k(x)\}$ равномерно ограничены сверху. В силу биортонормированности этих систем и условия (8) имеем

$$1 = \|(u_k(x), v_k(x))\| \leq \|u_k(x)\|_{L_2(G)} \cdot \|v_k(x)\|_{L_2(G)} \leq C_4.$$

Отсюда, ввиду (14), (13), будет следовать выполнение оценок снизу

$$\|u_k(x)\|_{L_2(G)} \geq \frac{1}{C_3}, \quad \|v_k(x)\|_{L_2(G)} \geq \frac{1}{C_2}. \quad (15)$$

Неравенства (13), (14), (15) обеспечивают почти нормированность элементов каждой из систем $\{u_k(x)\}$, $\{v_k(x)\}$.

Таким образом, мы имеем почти нормированные безусловные базисы $\{u_k(x)\}$, $\{v_k(x)\}$. По теореме Лорча [6.С. 381], такие базисы являются базисами Рисса. Теорема доказана.

Автор выражает искреннюю признательность всем участникам научного семинара под руководством д-ра физ.-мат. наук М. А. Садыбекова за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ломов И.С. Неравенство Бесселя, теорема Рисса и безусловная базисность для корневых векторов обыкновенных дифференциальных операторов // Вестник МГУ. Сер. 1. матем. механ. 1992. №5. С. 33-43.
2. Будаев В.Д. Безусловная базисность систем корневых функций обыкновенных дифференциальных операторов: Дис. ... докт. ф.-м. н. М., 1993. 291 с.
3. Курбанов В.М. Распределения собственных значений и сходимости биортгональных разложений по корневым функциям обыкновенных дифференциальных операторов: Дис. ... докт. ф.-м. н. М., 210 с.
4. Курбанов В.М. О распределении собственных значений и критерий бесселевости корневых функций дифференциального оператора. 1 // Дифференциальные уравнения. 2005. Т. 41, № 4. С. 464-478.
5. Сарсенби А.М. Критерий базисности Рисса корневых функций дифференциального оператора второго порядка // Доклады НАН РК. 2006. № 1. С. 44-48.
6. Гохберг И.Ц., Крейн М.Г. Введение в теорию линейных несамосопряжённых операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1965. 448 с.

Резюме

Жоғары ретті дифференциалдық операторлардың түпкілікті функциялары Рисс базисі болуы үшін қажетті және жеткілікті шарттарды сол функциялардың бірқалыпты шектелгендігі түрінде беруге болатындығы көрсетілген.

Summary

New criterions of Riss basisnes of system of own and joined functions of differential operators of high orders have been proved in the work.

УДК517.927.25

Поступила 2.03.07г.