К. А. КАСЫМОВ, Н. САПАР

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПОГРАНСЛОЙНЫХ И РЕГУЛЯРНЫХ ФУНКЦИЙ ЗАДАЧИ КОШИ С НАЧАЛЬНЫМ СКАЧКОМ

Рассмотрим задачу Коши для линейного дифференциального уравнения третьего порядка с начальным скачком вида:

$$L_\varepsilon y(t,\varepsilon) \equiv \varepsilon y''' + \mathrm{A}(t)y'' + \mathrm{B}(t)y' + C(t)y = F(t) \tag{1}$$

с растущими при $\varepsilon \to 0$ начальными условиями вида:

$$y(0,\varepsilon) = a_1, \quad y'(0,\varepsilon) = \frac{\alpha(\varepsilon)}{\varepsilon}, \quad y''(0,\varepsilon) = \frac{\beta(\varepsilon)}{\varepsilon^2}, \tag{2}$$

где a_1 – известная постоянная, $\alpha(\varepsilon)$ и $\beta(\varepsilon)$ – регулярно зависящие от ε постоянные вида

$$\alpha(\varepsilon) = \alpha_0 + \varepsilon\alpha_1 + \ldots, \quad \beta(\varepsilon) = \beta_0 + \varepsilon\beta_1 + \ldots. \tag{3}$$

Предположим, что: 1^0. Функция $A(t), B(t), C(t)$ и $F(t)$ достаточно гладкие функции на отрезке [0,1], т.е. дифференцируемы столько раз, сколько этого требуется в ходе рассуждений; 2^0. Функция $A(t)$ на отрезке [0,1] удовлетворяет неравенству:

$$A(t) \ge \gamma \equiv const > 0, \quad 0 \le t \le 1.$$

Решение $y(t,\varepsilon)$ задачи Коши (1), (2) ищем в виде:

$$y(t,\varepsilon) = y_\varepsilon(t) + W_\varepsilon(\tau), \tag{4}$$

где $\tau = \dfrac{t}{\varepsilon}$ – погранслойная независимая переменная, $y_\varepsilon(t)$, $0 \le t \le 1$ – регулярная часть решения, а $W_\varepsilon(\tau)$ – погранслойная часть решения, определяемая при $\tau \ge 0$, и их будем искать в виде:

$$y_\varepsilon(t) = y_0(t) + \varepsilon y_1(t) + \ldots, \; W_\varepsilon(\tau) = W_0(\tau) + \varepsilon W_1(\tau) + \ldots\ . \tag{5}$$

Предварительно умножаем уравнение (1) на ε^2 и подставляем формулу (4) в уравнение (1), а затем приравниваем слева и справа, зависящее t и τ отдельно. Тогда получим два типа уравнения для $y_\varepsilon(t)$ и $W_\varepsilon(\tau)$:

$$L_\varepsilon y_\varepsilon(t) \equiv \varepsilon y_\varepsilon''' + A(t)y_\varepsilon'' + B(t)y_\varepsilon' + C(t)y_\varepsilon = F(t), \qquad 0 \le t \le 1, \tag{6}$$

$$\dddot{W}_\varepsilon(\tau) + A(\varepsilon\tau)\ddot{W}_\varepsilon(\tau) + \varepsilon B(\varepsilon\tau)\dot{W}_\varepsilon(\tau) + \varepsilon^2 C(\varepsilon\tau)W_\varepsilon(\tau) = 0, \qquad \tau \ge 0. \tag{7}$$

Разлагаем коэффициенты дифференциального уравнения (7) в ряды по ε и подставляем разложения (5) соответственно в (6), (7) с учетом разложения коэффициентов дифференциального уравнения (7) а затем сравниваем коэффициенты при одинаковых степенях ε, получим:

$$L_0 y_0(\tau) \equiv A(t)y_0'' + B(t)y_0' + C(t)y_0 = F(t), \tag{8_0}$$

$$L_0 y_k(t) \equiv A(t)y_k'' + B(t)y_k' + C(t)y_k = F_k(t), k \ge 1; \tag{8_k}$$

$$\dddot{W}_0(\tau) + A(0)\ddot{W}_0(\tau) = 0, \tag{9_0}$$

$$\dddot{W}_k(\tau) + A(0)\ddot{W}_k(\tau) = G_k(\tau), k \ge 1, \tag{9_k}$$

где свободные члены $F_k(t), G_k(\tau)$, $k \ge 1$ соответственно выражаются формулами:

$$F_k(\tau) = -y''_{k-1}(\tau),$$

$$G_k(\tau) = -\left[\sum_{i=1}^{k} \frac{\tau^i}{i!} \mathrm{A}^{(i)}(0)\ddot{W}_{k-1}(\tau) + \sum_{i=0}^{k-1} \frac{\tau^i}{i!} \mathrm{B}^{(i)}(0)\dot{W}_{k-1-i}(\tau) + \sum_{i=0}^{k-2} \frac{\tau^i}{i!} C^{(i)}(0) W_{k-2-1}(\tau) \right], k \geq 1. \quad (10_k)$$

Для однозначного определения коэффициентов $y_k(t), w_k(\tau)$, получим следующие начальные условия для $y_k(t), w_k(\tau)$, $k \geq 0$:

$$\ddot{W}_0(0) = \beta_0, \dot{W}_0(0) = \alpha_0, W_0(0) + y_0(0) = a_1,$$
$$\ddot{W}_k(0) + y''_{k-2}(0) = \beta_k, \dot{W}_k(0) + y'_{k-1}(0) = \alpha_k, W_k(0) + y_k(0) = 0, k \geq 1. \quad (11_k)$$

Из (11_k) видно, что начальные условия недостаточно для однозначного определения коэффициентов $W_k(\tau), y_k(t)$, $k \geq 0$ и они неразделены. Для однозначнего определения коэффициентов недостающих начальных условий будем использовать свойства погранслойных функций $W_k(\tau)$ на бесконечности:

$$W_k(\infty) = 0, \quad \dot{W}_k(\infty) = 0, \quad \ddot{W}_k(\infty) = 0, \quad k \geq 0. \quad (12)$$

Рассмотрим задачу (9_0), (11_0) для нулевого приближения $W_0(\tau)$. Интегрируем погранслойное дифференциальное уравнение (9_0) от 0 до ∞ и примем (12) для $W_0(\tau)$. Тогда получим:

$$\ddot{W}_0(\tau) + A(0)\dot{W}_0(0) = 0.$$

Отсюда с начальным условием (11_0) имеем:

$$\beta_0 + A(0)\alpha_0 = 0. \quad (13)$$

Теперь интегрируем уравнение (9_0) от 0 до τ и в силу (13) будем иметь:

$$\ddot{W}_0(\tau) + A(0)\dot{W}_0(\tau) = 0. \quad (14)$$

Интегрируя уравнение (14) от 0 до ∞ и в силу (12), имеем:

$$\dot{W}_0(0) + A(0)W_0(0) = 0.$$

Если учесть (11_0), то получим:

$$\alpha_0 + A(0)(a_1 - y_0(0)) = 0.$$

Отсюда найдем:

$$y_0(0) = a_1 + \frac{\alpha_0}{A(0)}. \quad (15)$$

Если подставить (15) в (11) для $y_0(0)$, то будем иметь:

$$W_0(0) = -\frac{\alpha_0}{A(0)}. \quad (16)$$

Если интегрировать дифференциальное уравнение (14) от 0 до τ, то с учетом (11_0) для $\dot{W}_0(\tau)$, (16) получим:

$$\dot{W}_0(\tau) + A(0)W_0(\tau) = 0. \quad (17)$$

Таким образом, начальные условия для дифференциального уравнения (9_0) для $W_0(\tau)$ с учетом (11_0), (13), (16) имеет вид:

$$\ddot{W}_0(0) = \beta_0, \ \dot{W}_0(0) = \alpha_0 = -\frac{\beta_0}{A(0)}, \ W_0(0) = -\frac{\alpha_0}{A(0)} = \frac{\beta_0}{A^2(0)}. \tag{18}$$

Обратимся к задаче, определяющей первое приближение $W_1(\tau)$ погранслойной при $\tau \geq 0$ части решения:

$$\dddot{W}_1(\tau) + A(0)\ddot{W}_1(\tau) = G_1(\tau), \ \ddot{W}_1(0) = \beta_1, \ \ddot{W}_1(0) = \beta_1,$$

$$\dot{W}_1(0) = -\frac{1}{A(0)}\left[\ddot{W}_1(0) + \int_0^\infty G_1(\tau)\,d\tau\right], \ W_1(0) = -\frac{1}{A(0)}\left[\dot{W}_1(0) - \int_0^\infty \tau\, G_1(\tau)\,d\tau\right], \tag{19}$$

где свободный член $G_1(\tau) \equiv G_{10}(\tau)$ выражается формулой:

$$G_1(\tau) \equiv G_{10}(\tau) = -\left[\tau A'(0)\ddot{W}_0(\tau) + B(0)\dot{W}_0(\tau)\right]. \tag{20}$$

Интегрируем дифференциальное уравнение (19) от 0 до τ :

$$\ddot{W}_1(\tau) + A(0)\dot{W}_1(\tau) - \left[\ddot{W}_1(0) + A(0)\dot{W}_1(0)\right] = \int_0^\tau G_1(S)dS, \quad G_1(\tau) \equiv G_{10}(\tau).$$

Отсюда в силу начального условия (19) для $\dot{W}_1(\tau)$, имеем:

$$\ddot{W}_1(\tau) + A(0)\dot{W}_1(\tau) - \ddot{W}_1(0) + \frac{A(0)}{A(0)}\left[\ddot{W}_1(0) + \int_0^\infty G_{10}(\tau)d\tau\right] = \int_0^\tau G_{10}(s)ds,$$

$$\ddot{W}_1(\tau) + A(0)\dot{W}_1(\tau) + \int_0^\tau G_{10}(s)ds + \int_0^\infty G_{10}(s)ds = \int_0^\tau G_{10}(s)ds.$$

Интегрируя это уравнение от 0 до τ и учитывая начальное условие (19) для $W_1(\tau)$, получим:

$$\dot{W}_1(\tau) + A(0)W_1(\tau) - \left[\dot{W}_1(0) + A(0)W_1(0)\right] = \int_0^\tau G_{11}(s)ds,$$

$$\dot{W}_1(\tau) + A(0)W_1(\tau) - \dot{W}_1(0) + \frac{A(0)}{A(0)}\left[\dot{W}_1(0) - \int_0^\infty \tau\, G_1(\tau)d\tau\right] = \int_0^\tau G_{11}(s)ds. \tag{21}$$

Если учесть формулу:

$$\int_0^\infty G_{1i}(\tau)d\tau = \frac{(-1)^i}{i!}\int_0^\infty \tau\, G_1(\tau)d\tau, \ i \geq 1,$$

то отсюда при $i = 1$ имеем:

$$\int_0^\infty G_{11}(\tau)d\tau = -\int_0^\infty \tau\, G_1(\tau)d\tau.$$

Следовательно, выражение (21) примет вид:

$$\dot{W}_1(\tau) + A(0)W_1(\tau) + \int_0^\infty G_{11}(\tau)d\tau = \int_0^{t=\tau} G_{11}(s)ds.$$

Отсюда непосредственно получаем следующее уравнение:

$$\dot{W}_1(\tau) + A(0)W_1(\tau) = -\int_\tau^\infty G_{11}(s)ds = G_{12}(\tau). \tag{22}$$

Обратимся к задаче для определения нулевого приближения $y_0(t)$ регулярной на отрезке [0,1] части решения $y_\varepsilon(t)$:

$$L_0 y_0(t) \equiv A(t) y_0'' + B(t) y_0' + C(t) y_0 = F(t),$$
$$y_0(0) = a_1 + \frac{\alpha_0}{A(0)}, \quad y_0'(0) = \alpha_1 - \dot{W}_1(0), \tag{23}$$

где $\dot{W}_1(0)$ определяется из формулы (19):

$$\dot{W}_1(0) = -\frac{1}{A(0)}\left[\beta_1 + \int_0^\infty G_1(\tau) d\tau\right],$$

а $G_1(\tau)$ имеет вид (20):

$$G_1(\tau) = -\left[\tau A'(0)\ddot{W}_0(\tau) + B(0)\dot{W}_0(\tau)\right]$$

и $\dot{W}_0(t), \ddot{W}_0(\tau)$ с учетом (11_0) для $\dot{W}_0(0)$ и (13), (14) явно выражаются формулами:

$$\dot{W}_0(\tau) = -\frac{B_0}{A(0)} e^{-A(0)\tau}, \quad \ddot{W}_0(\tau) = \beta_0 e^{-A(0)\tau}.$$

Решение $y_0(t)$ задачи (22) определяется формулой:

$$y_0(t) = \left(a_1 + \frac{\alpha_0}{A(0)}\right)\overline{K}_1(t,0) + \left(\alpha_1 - \dot{W}_1(0)\right)\overline{K}_2(t,0) + \int_0^t \frac{\overline{K}_2(t,s)}{A(s)} F(s) ds, \tag{24}$$

где $\overline{K}_i(t,s)$, $i = 1,2, \cdots 0 \le s \le t \le 1$ – начальные функции, удовлетворяющие по t однородному дифференциальному уравнению вида:

$$L_0 \overline{K}_i(t,s) \equiv A(t)\overline{K}_i''(t,s) + B(t)\overline{K}_i'(t,s) + C(t)\overline{K}_i(t,s) = 0, \ i = 1,2$$

с начальным условием при $t = s$:

$$\overline{K}_1(s,s) = 1, \quad \overline{K}_1'(s,s) = 0, \quad \overline{K}_2(s,s) = 0, \quad \overline{K}_2'(s,s) = 1.$$

Рассмотрим теперь задачу, определяющую 2-ое приближение при $\tau \ge 0$ части решения $W_\varepsilon(\tau)$:

$$\dddot{W}_2(\tau) + A(0)\ddot{W}_2(\tau) = G_2(\tau), \quad \ddot{W}_2(0) = \beta_2 - y_0''(0), \quad \dot{W}_2(0) = -\frac{1}{A(0)}\left[\ddot{W}_2(0) + \int_0^\infty G_2(\tau) d\tau\right],$$

$$W_2(0) = -\frac{1}{A(0)}\left[\dot{W}_2(0) - \int_0^\infty \tau G_2(\tau) d\tau\right], \tag{25}$$

где свободный член $G_2(\tau) \equiv G_{20}(\tau)$ определяется формулой:

$$G_{20}(\tau) \equiv G_2(\tau) = -\left[\frac{\tau}{1!} A'(0)\ddot{W}_1(\tau) + \frac{\tau^2}{2!} A''(0)\ddot{W}(\tau) + B_0(t)\dot{W}_1(\tau) + \frac{\tau}{1!} B_0'(0)\dot{W}_0(\tau) + C(0) W_0(\tau)\right]. \tag{26}$$

Интегрируем уравнение (25) от 0 до τ. Тогда с учетом (25) для $\dot{W}_2(0)$ имеем:

$$\ddot{W}_2(\tau) + A(0)\dot{W}_2(\tau) = -\int_\tau^\infty G_{20}(s) ds \equiv G_{21}(\tau). \tag{27}$$

Интегрируя уравнение (27) от 0 до τ и учитывая (25) для $W_2(0)$, получим:

$$\dot{W}_2(\tau) + A(0) W_2(\tau) + \int_0^\tau G_{21}(s) ds + \int_0^\tau G_{21}(s) ds = \int_0^\tau G_{21}(s) ds.$$

Отсюда будем иметь:

$$\dot{W}_2(\tau)+A(0)W_2(\tau)=-\int_{\tau}^{\infty}G_{21}(s)ds\equiv G_{22}(\tau). \tag{28}$$

Рассмотрим дифференциальное уравнение второго порядка для первого приближения $y_1(t),\quad 0\le t\le 1$ регулярной части $y_\varepsilon(t)$:

$$L_0 y_1(t)\equiv A(t)y_1''+B(t)y_1'+C(t)y_1=F_1(t) \tag{29}$$

с начальными условиями:

$$y_1(0)=\frac{1}{A(0)}\left[\dot{W}_1(0)+\int_0^{\infty}\tau G_1(\tau)d\tau\right],\ y_1'(0)=\alpha_2+\frac{1}{A(0)}\left[\ddot{W}_2(0)+\int_0^{\infty}G_2(\tau)d\tau\right], \tag{30}$$

где $G_i(\tau),\quad i=1,2,\quad F_1(t)$ имеет следующие представления:

$$G_1(\tau)=-\left[\tau A'(0)\ddot{W}_0(\tau)+B(0)\dot{W}_0(\tau)\right],\quad F_1(t)=-y_0''(t),$$

$$G_2(\tau)=-\left[\sum_{i=1}^{2}\frac{\tau^i}{i!}A^{(i)}(0)\ddot{W}_{2-i}(\tau)+\sum_{i=0}^{1}\frac{\tau^i}{i!}B^{(i)}(0)\dot{W}_{1-i}(\tau)+C(0)W_0(\tau)\right]. \tag{31}$$

Решение задачи (29), (30) определяется формулой:

$$y_1(t)=y_1(0)\overline{K}_1(t,0)+y_1'(0)\overline{K}_2(t,0)+\int_0^t\frac{\overline{K}_2(t,s)}{A(s)}F_1(s)ds\ , \tag{32}$$

где $\overline{K}_i(t,s),\quad i=1,2,\quad 0\le s\le t\le 1$ – начальные функции, удовлетворяющие по *t* линейному однородному дифференциальному уравнению второго порядка (29) при $F_1(t)=0$:

$$L_0\overline{K}_i(t,s)\equiv A(t)\overline{K}_i''(t,s)+B(t)\overline{K}_i'(t,s)+C(t)K_i(t,s)=0,\quad i=1,2$$

с начальными условиями при *t* = *s*:

$$\overline{K}_1(s,s)=1,\ \overline{K}_1{}'(s,s)=0,\ \overline{K}_2(s,s)=0,\ \overline{K}_2'(s,s)=1.$$

Таким образом, получена явная формула (32) для первого приближения $y_1(t)$ регулярной на отрезке [0,1] части решения $y_\varepsilon(t)$.

Рассмотрим теперь задачу, определяющую *k*-ое приближение $W_k(\tau), k\ge 2$ погранслойной при $\tau\ge 0$ части решения $W_\varepsilon(\tau)$:

$$\dddot{W}_k(\tau)+A(0)\ddot{W}_k(\tau)=G_k(\tau)\ ,\ k\ge 2\ ,\ \ddot{W}_k(0)=\beta_k-y_{k-2}''(0)\ ,$$

$$\dot{W}_k(0)=-\frac{1}{A(0)}\left[\ddot{W}_k(0)+\int_0^{\infty}G_k(\tau)d\tau\right], \tag{33}$$

$$W_k(0)=-\frac{1}{A(0)}\left[\dot{W}_k(0)-\int_0^{\infty}\tau\ G_k(\tau)d\tau\right]-\frac{1}{A(0)}\left[\dot{W}_k(0)+\int_0^{\infty}G_{k1}(\tau)d\tau\right],$$

где свободный член $G_k(\tau)\equiv G_{k0}(\tau)$ выражается формулой:

$$G_k(\tau)\equiv G_{k0}(\tau)=-\left[\sum_{i=1}^{k}\frac{\tau^i}{i!}A^{(i)}(0)\ddot{W}_{k-i}(\tau)+\sum_{i=0}^{k-1}\frac{\tau^i}{i!}B^{(i)}(0)\dot{W}_{k-1-i}(\tau)+\sum_{i=0}^{k-2}\frac{\tau^i}{i!}C^{(i)}(0)W_{k-2-i}(\tau)\right], \quad (34)$$

$k\geq 1.$

Интегрируем дифференциальное уравнение (33) от 0 до τ. Тогда с учетом начальных условий получим:

$$\ddot{W}_k(\tau)+A(0)\dot{W}_k(t)-\left[\ddot{W}_k(0)+A(0)\dot{W}_k(0)\right]=\int_0^{\tau}G_k(s)ds,\ G_k(t)\equiv G_{k0}(\tau).$$

$$\ddot{W}_k(\tau)+A(0)\dot{W}_k(\tau)-\left[\ddot{W}_k(0)+A(0)\dot{W}_k(0)\right]=\int_0^{\tau}G_k(s)ds,\ G_k(t)\equiv G_{k0}(\tau),$$

$$\ddot{W}_k(\tau)+A(0)\dot{W}_k(\tau)-\left[\ddot{W}_k(0)-\frac{A(0)}{A(0)}\left(\ddot{W}_k(0)+\int_0^{\infty}G_{k0}(s)ds\right)\right]=\int_0^{\tau}G_{k0}(s)ds.$$

Отсюда имеем:

$$\ddot{W}_k(\tau)+A(0)\dot{W}_k(\tau)+\int_0^{\infty}G_{k0}(s)ds=\int_0^{\tau}G_{k0}(s)ds. \quad (35)$$

Если учесть

$$\int_0^{\infty}G_{k0}(s)ds=\int_0^{\tau}G_{k0}(s)ds+\int_{\tau}^{\infty}G_{k0}(s)ds,$$

то (35) примет вид:

$$\ddot{W}_k(\tau)+A(0)\dot{W}_k(\tau)=-\int_{\tau}^{\infty}G_{k0}(s)ds\equiv G_{k1}(\tau). \quad (36)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (36) от 0 до τ и принимая во внимание начальное условие (33) для $W_k(0)$, получим:

$$\dot{W}_k(\tau)+A(0)W_k(\tau)-\left[\dot{W}_k(0)+A(0)W_k(0)\right]=\int_0^{\tau}G_{k1}(s)ds,$$

$$\dot{W}_k(\tau)+A(0)W_k(\tau)-\dot{W}_k(0)-A(0)\left[-\frac{1}{A(0)}\left(\dot{W}_k(0)-\int_0^{\infty}\tau\, G_k(\tau)d\tau\right)\right]=\int_0^{\tau}G_{k1}(s)ds.$$

Отсюда имеем

$$\dot{W}_k(\tau)+A(0)W_k(\tau)-\int_0^{\infty}\tau\, G_k(\tau)d\tau=\int_0^{\tau}G_{k1}(s)ds.$$

Если принять во внимание формулу

$$\int_0^{\infty}G_{ki}(\tau)d\tau=\frac{(-1)^i}{i!}\int_0^{\infty}\tau\, G_k(\tau)d\tau,\quad i\geq 1$$

при $i = 1$, то получим:

$$\dot{W}_k(\tau)+A(0)W_k(\tau)+\int_0^{\infty}G_{k1}(s)ds=\int_0^{\tau}G_{k1}(s)ds.$$

Отсюда непосредственно следует:

$$\dot{W}_k(\tau)+A(0)W_k(\tau)=-\int_{\tau}^{\infty}G_{k1}(s)ds\equiv G_{k2}(\tau). \quad (37)$$

Рассмотрим задачу Коши для $y_{k-1}(t)$:

$$L_0 y_{k-1}(t)\equiv A(t)y''_{k-1}+B(t)y'_{k-1}+C(t)y_{k-1}=F_{k-1}(t),$$
$$y_{k-1}(0)=\frac{1}{A(0)}\left[\dot{W}_{k-1}(0)+\int_0^{\infty}\tau G_{k-1}(\tau)d\tau\right],\ y'_{k-1}(0)=\alpha_k+\frac{1}{A(0)}\left[\ddot{W}_k(0)+\int_0^{\infty}G_k(\tau)d\tau\right]. \quad (38)$$

Решение $y_{k-1}(t)$ задачи Коши (38) выражается формулой:

$$y_{k-1}(t)=\frac{1}{A(0)}\left[\dot{W}_{k-1}(0)+\int_0^{\infty}\tau G_{k-1}(\tau)d\tau\right]\overline{K}_1(t,0)+\left[\alpha_k+\frac{1}{A(0)}\left(\ddot{W}_k(0)+\int_0^{\infty}G_k(\tau)d\tau\right)\right]\overline{K}_2(t,0)+$$
$$+\int_0^t\frac{\overline{K}_2(t,s)}{A(s)}F_{k-1}(s)ds, \quad (39)$$

где $\overline{K}_i(t,s),\ i=1,2$, $0\le s\le t\le 1$ – начальные функции, удовлетворяющие по t линейному однородному дифференциальному уравнению (38) при $F_{k-1}(t)=0$:

$$L_0\overline{K}_i(t,s)\equiv A(t)\overline{K}''_i(t,s)+B(t)\overline{K}'_i(t,s)+C(t)\overline{K}_i(t,s)=0$$

с начальными условиями при $t = s$:

$$\overline{K}_1(s,s)=1,\quad \overline{K}'_1(s,s)=0,\quad \overline{K}_2(s,s)=0,\quad \overline{K}'_2(s,s)=1.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Касымов К.А.* Линейные сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения второго порядка. Алма-Ата, 1981.

2. *Сапар Н.* Об одном методе решения краевой задачи для сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений 3-го порядка. Сб. трудов 3-ей международной научной конференции КазНПУ им. Абая. Алматы, 2005.

Резюме

Үшінші ретті дифференциалдық теңдеулерге қойылған Коши есебінің бастапқы секіртпесі бар болған жағдайдағы шешімін табудың әдісі қарастырылған.

Summary

There is solution of Coushy’s problems with elementary bound using new regular and borderstratum functions.

УДК 517.095

Казахский национальный университет им. аль-Фараби *Поступила 2.06.07г.*