

А. С. КАРИМОВА, Л. О. МАРДАНОВА

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ МАТЕРИАЛА НА НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ

Рассмотрим бурильную колонну как стержень длиной L и составим для него функционал [1]

$$\Phi = \int_0^t \int_0^L \left[\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 - E \left(\frac{1}{2} \sigma \varepsilon - \eta \sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) \right] dx dt, \quad (1)$$

где $u(x, t)$ – перемещение сечения стержня.

Минимизируя этот функционал, можно определить для линейных колебаний следующее уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(u + \eta \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0, \quad (2)$$

где $a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$.

Решение уравнения (2), удовлетворяющее начальным условиям и заданному перемещению верха колонны $u_0(t)$, представим в виде

$$u = u_0(t) \frac{(L-x)^2}{L^2} + \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin \frac{(2n-1)\pi}{2L} x. \quad (3)$$

Подстановка (3) в (2) позволяет получить для $T_n(t)$ уравнение [2]

$$T_n'' + \lambda_n^2 \eta T_n' + \lambda_n^2 T_n = a_n u_0 + b_n \dot{u}_0 + c_n \ddot{u}_0, \quad (4)$$

где

$$\lambda_n^2 = \frac{a^2 (2n-1)^2 \pi^2}{4L};$$

$$a_n = \frac{2a^2}{L^2} \int_0^L \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2L} dx;$$

$$b_n = \frac{2a^2}{L^2} \eta \int_0^L \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2L} dx;$$

$$c_n = -\frac{1}{L^2} \int_0^L (L-x)^2 \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2L} dx.$$

Анализ уравнений (4) показывает, что при наличии линейно-вязкого демпфирования (в зависимости от коэффициента η) коэффициенты разложения $T_n(t)$ меняются либо по колебательно-

затухающему, либо по экспоненциальному (лимитационному) законам. Если $\eta > 2/\lambda_n$, то функ-

ции $T_n(t)$ при $n > E \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{4L}{\eta a} \right) \right]$ ($E[x]$ – целое

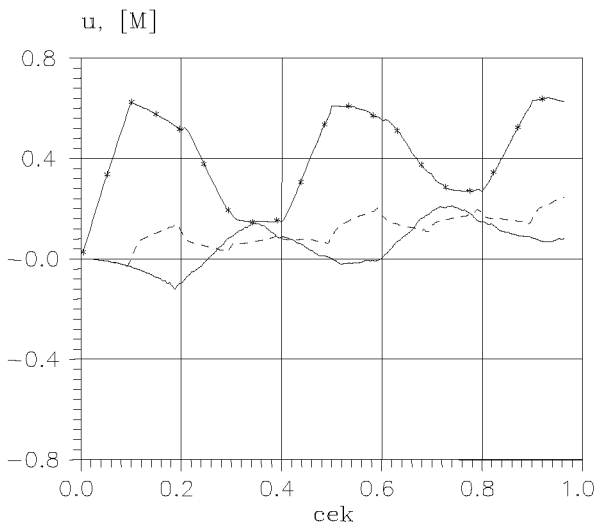
число величины x) меняются по затухающему закону, для остальных же n они меняются по колебательно-затухающему закону, т.е. высокие частоты исчезают монотонно (экспоненциальный закон), а низко частотные гармоники затухают в процессе колебаний (колебательно-затухающий закон).

Для оценки влияния вязкости на участке 500-600 м бурильной колонны, моделируемой однородным стержнем длиной 1000 м и площадью поперечного сечения 40 см², при воздействии кратковременной динамической нагрузки на торце продолжительностью $\tau=0,1$ с и амплитудой $A=2.2$ МПа, на рис.2 показана динамика изменений перемещений и напряжений в теле колонны в зависимости от коэффициента η , принимающего последовательно значения 0.5; 10. Рассмотрим теперь влияние вязкости материала на нестационарные колебания колонны при многократном импульсном воздействии на торец исследуемой колонны.

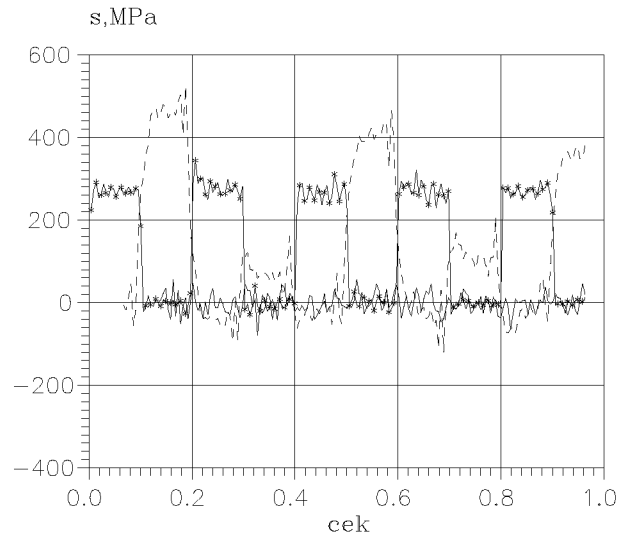
На рис. 1 представлены результаты изменения перемещений и продольных напряжений в сечениях колонны с вязкостью $\eta=0,5$; $\eta=100$ при воздействии импульса продолжительности $\tau=0,1$ с и периодом чередования $T=0,2$ с. Характер воздействия можно проследить на рис.1б по полученному изменению напряжений в верхнем сечении колонны (линия $\equiv \times \equiv \times \equiv$). Амплитуда импульса $P=1.1$ МН выбиралась такой, чтобы напряжения в центральном сечении не превышали предела прочности трубы.

Анализ динамики перемещений колонны с увеличением вязкости (рис. 1) показывает, что при большой вязкости ($\eta=100$) с течением времени высокие частоты исчезают и перемещения сечений колонны, удаленных от источника приложения воздействия носят плавный характер (пунктирная и сплошная тонкая линия на рис. 1, а при $\eta=100$) и имеют положительное направление

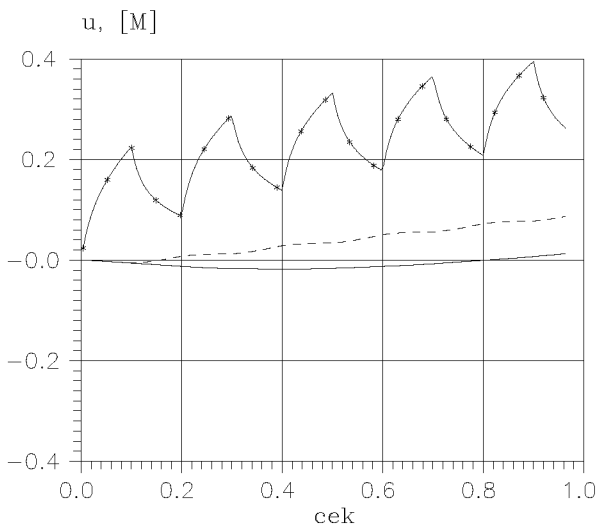
а) $\eta=0,5$



б)



а) $\eta=100$



б)

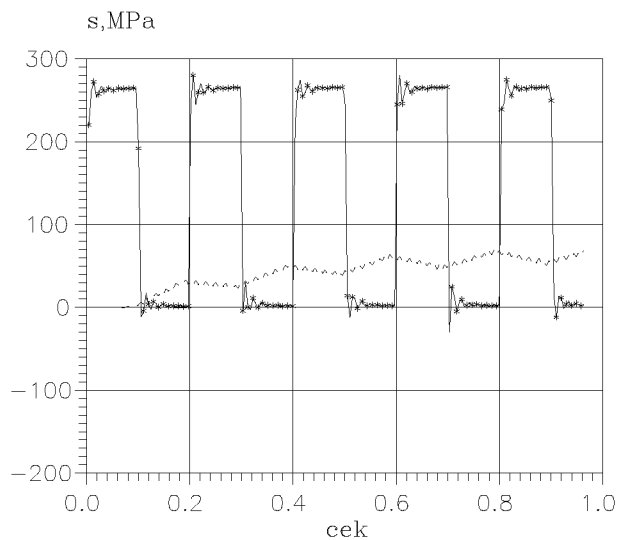


Рис. 1. Изменение перемещений (а) и напряжений (б) в сечениях колонны с $\eta=0,5; 100$ при импульсном воздействии на торце с амплитудой $A=1.1$ МН продолжительностью $\tau=0,1$ с и периодом $T=0.2$ с:
 $\equiv \times \equiv$ – верх; $\equiv \equiv \equiv$ – низ; - - - - - верхняя граница прихвата (500 м)

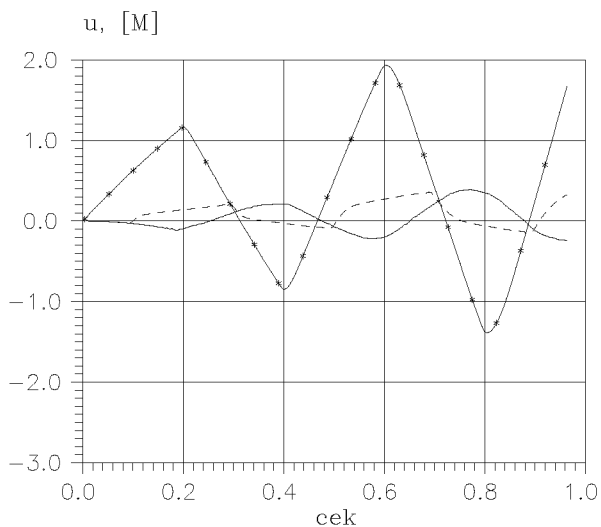
(из скважины). Также медленно растут и напряжения в этих сечениях (пунктир на рис. 1, б при $\eta=100$). Напряжения в верхнем сечении, где влияние вязкости не сказывается – неизменны и повторяют характер приложенной нагрузки (прямоугольные импульсы на рис. 1, б при $\eta=100$).

В рассмотренном случае период воздействия ($T=0.2$ с) меньше основного периода упругих продольных колебаний рассматриваемой колонны, который составляет, как было указано выше, $T_0=0.4$ с. Также как и для упругой колонны рассмотрим следующие варианты периодического

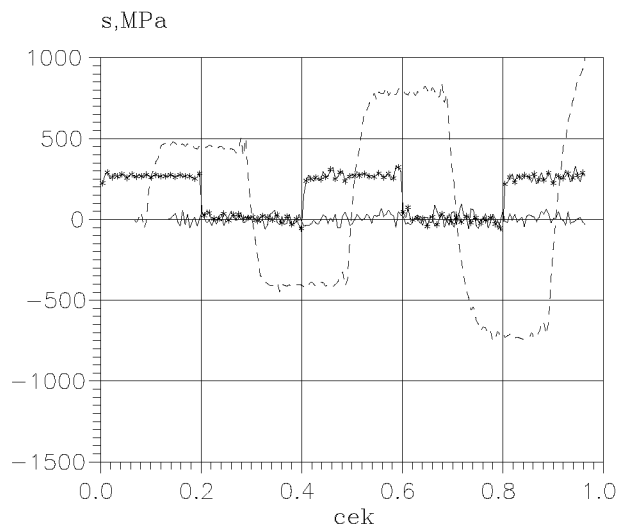
воздействия: с частотой собственных колебаний ($T=0.4$ с) и низкочастотное воздействие с частотой ($T=0.6$ с). При этом расчеты представим только для двух значений вязкости: $\eta=0.5$ и $\eta=100$ на рис. 2 ($T=0.4$ с) и на рис. 3 ($T=0.6$ с).

Чтобы нагляднее представить динамику вязкой колонны в течении длительного времени при воздействии периодически повторяемого импульса увеличим время процесса последней задачи до 4.5 с (рис. 4). Из результатов видно, что движение колонны в течение всего времени процесса возрастает (рис. 4, а), в то же время макси-

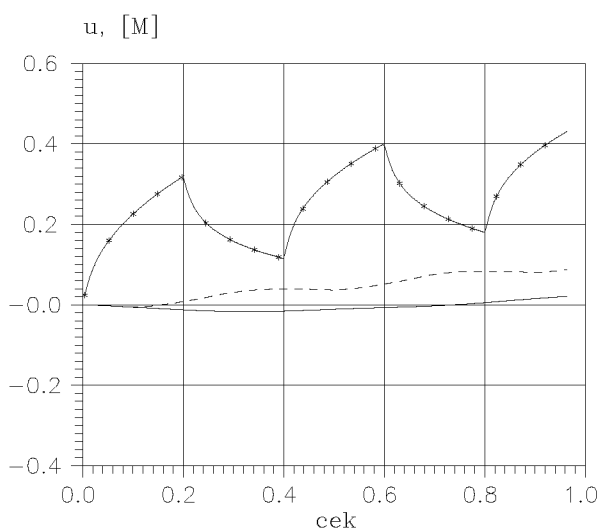
а) $\eta=0,5$



б)



а) $\eta=100$



б)

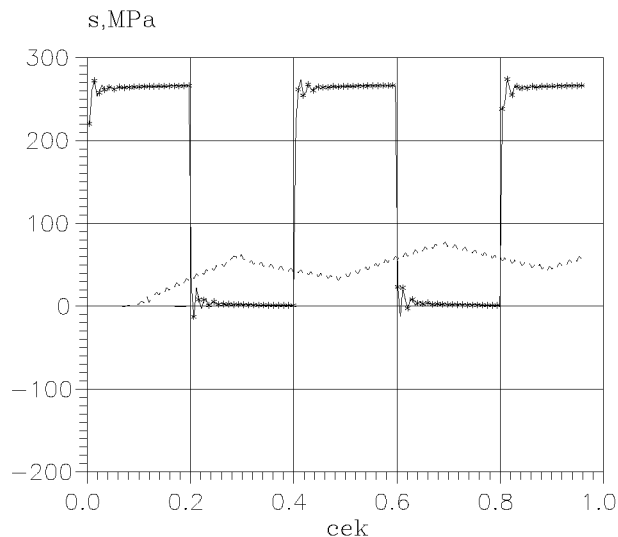


Рис. 2. Изменение перемещений (а) и напряжений (б) в сечениях прихваченной колонны с вязкостью $\eta=0,5; 100$ при повторяющемся импульсном воздействии на торце с амплитудой $A=1.1$ МН продолжительностью $\tau=0,2$ с и периодом $T=0.4$ с: $\times \times \times \times$ – верх; $\equiv \equiv \equiv$ – низ; $- - - -$ – верхняя граница прихвата (500 м)

мальные напряжения в удаленных сечениях стабилизируются на отметке, не превышающей допустимого предела и значительно меньше напряжений в верхнем сечении колонны (рис. 4, б).

Анализируя и сравнивая результаты, представленные на рис. 1–4, можно отметить следующее:

1. При малой вязкости ($\eta=0,5$) с увеличением продолжительности импульса наблюдается увеличение перемещений колонны (рис. 1, а – 3, а).

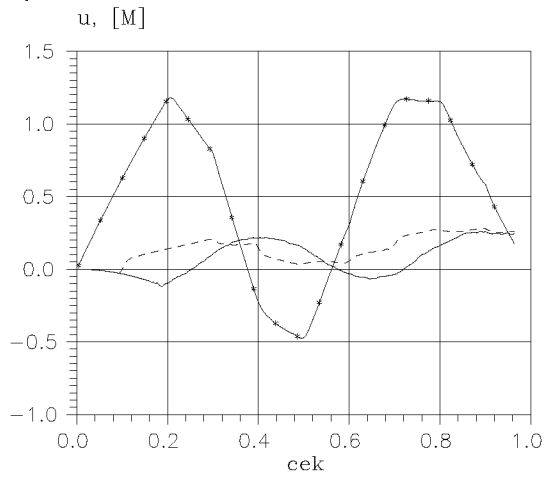
2. При малой вязкости наблюдается характерный для резонанса рост амплитуд перемещений и напряжений в сечениях колонны (рис. 2).

3. Большая вязкость ($\eta=100$) с течением времени гасит высокие частоты и перемещения сечений колонны, удаленных от источника приложения воздействия приобретают плавный характер и медленное положительное направление из скважины.

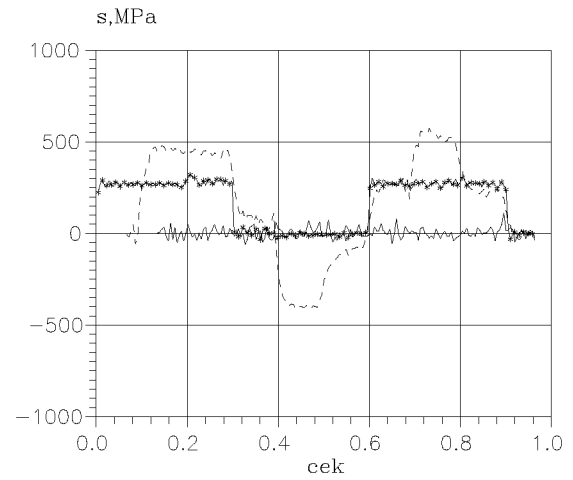
4. Напряжения в верхнем сечении, где влияние вязкости не сказывается – неизменны и повторяют характер приложенной нагрузки.

5. Напряжения в удаленных сечениях зависят от вязкости материала: с увеличением вязкости они линейно возрастают с момента прихода в

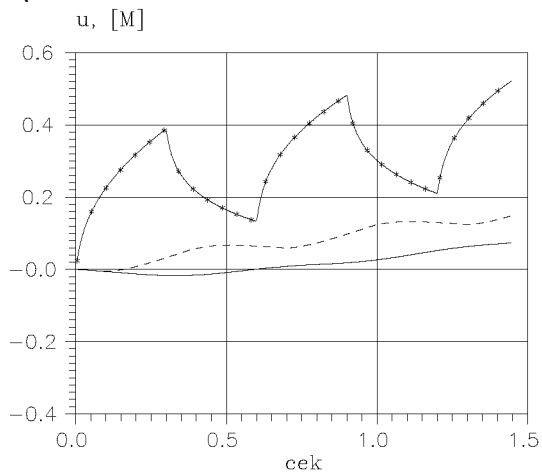
а) $\eta=0,5$



б)



а) $\eta=100$



б)

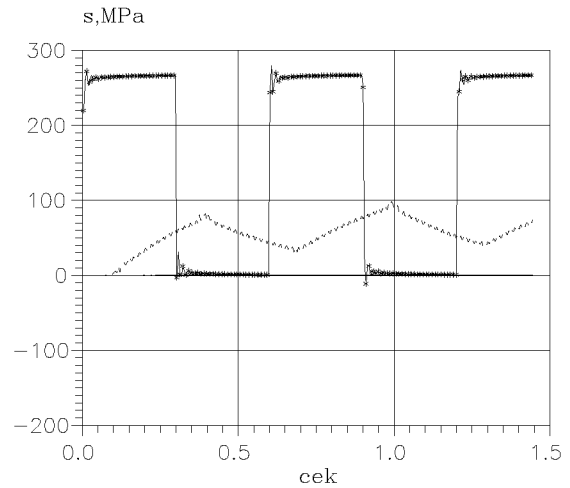
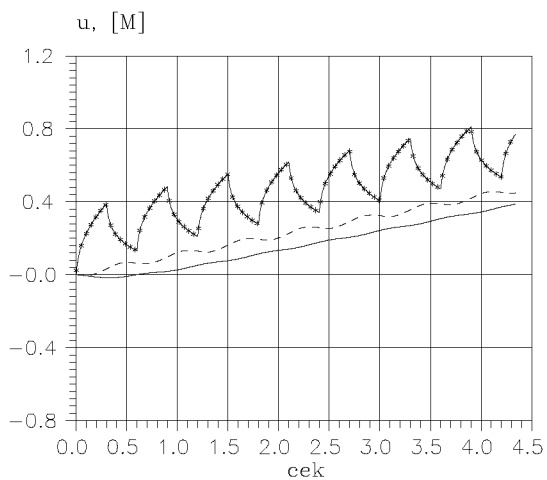


Рис. 3. Изменение перемещений (а) и напряжений (б) в сечениях прихваченной колонны с вязкостью $\eta=0,5;100$ при повторяющемся импульсном воздействии с амплитудой $A=1.1$ МН, продолжительностью импульса $\tau=0,3$ с и периодом $T=0.6$ с: $\times\times\times\times$ – верх; \equiv – низ; - - - - - верхняя граница прихвата (500 м)

а) $\eta=100$



б)

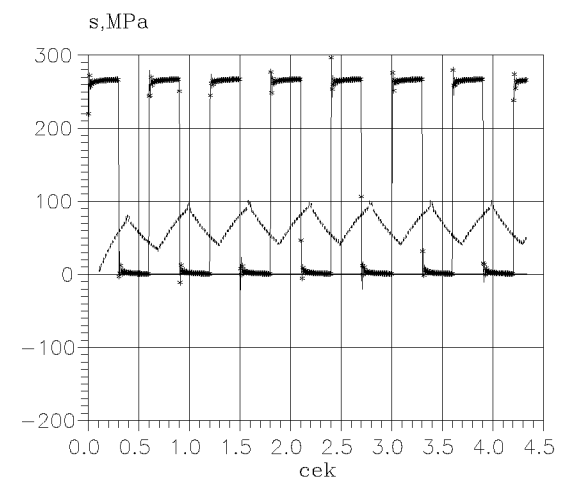


Рис. 4. Изменение перемещений (а) и напряжений (б) в сечениях прихваченной колонны с вязкостью $\eta=100$ в течение длительного процесса при повторяющемся импульсном воздействии с амплитудой $A=1.1$ МН, продолжительностью импульса $\tau=0,3$ с и периодом $T=0.6$ с: $\times\times\times\times$ – верх; \equiv – низ; - - - - - верхняя граница прихвата (500 м)

рассматриваемое сечение прямой волны и на протяжении всего времени действия импульса. Затем уменьшаются до некоторого уровня и с приходом следующей волны опять линейно увеличиваются.

6. С течением времени характер перемещений вязкой колонны остается неизменным, положительным, а напряжения в удаленных сечениях стабилизируются, не достигая предельного уровня.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Джонсон К.* Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
2. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнение математической физики. М., 1989. 735 с.

Резюме

Біртектес стерженнен құрастырылған бұрғылау құбырлар тізбегінің тербелісі қысқа мерзімді динамикалық салмақтың әсері кезінде тұтқырлықты ескере отырып қарастырылған.

Summary

The article considers the oscillation of similar pivot which is model-based on drill columns in influence of transitory dynamic loading taking into account the impact of viscosity.

УКД 621.81

*Атырауский институт
нефти и газа*

Поступила 5.06.07г.