Е. Ж. СМАГУЛОВ

МЕТОДИКА РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Развитие мышления осуществляется в основном через решения задач. Тем не менее, такие исследователи как К. И. Нешков, Ю. М. Колягин, А. А. Столяр и многие другие утверждают, что постановка математических развивающих задач в школьном образовании до сих пор не имеет удовлетворительного решения.

Б. А. Викол в работе [1, с. 43] отмечает, что сложившаяся система задач курса математики не может быть базой для вовлечения на ее основе в исследовательскую деятельность учащихся и для формирования математического мышления учащихся.

Характерной чертой курса алгебры и начал анализа является множество задач алгоритмического типа, где действия заданы заранее, которые нужно выполнить, не привнося в решение практически ничего от себя. Выполнение таких упражнений предполагает по существу репродуктивную деятельность учащихся. Но так как в алгебре и началах анализа в отличие от других предметов на решение задач отводится значительное количество учебного времени, то здесь имеется возможность осуществления и специальной работы по совершенствованию мышления учащихся при усилении прикладной направленности этого курса.

Мы считаем, что в большинстве случаев учителя заставляют учащихся выполнять работу, не разъясняя ее смысла («делайте, как я»), приучая тем самым учащихся не задумываться над смыслом заданий.

Конечно, старшеклассники понимают основные цели обучения в школе: овладение культурой, подготовка к продолжению образования, трудовой деятельности и т.д. Однако эти цели слишком общи, чтобы служить стимулом: на этом этапе молодые люди еще нуждаются в мотивировках более конкретных, более близких, более связанных с их непосредственными стремлениями.

Вместе с тем, школьники, изучающие курс алгебры и начал анализа, подчас имеют весьма смутное представление о реальных возможностях его применения. Такое положение отчасти объясняется абстрактностью ведущих понятий и основных положений курса и акцентированием внимания на их изучении, а не на применении. За сложными, громоздкими, абстрактными определениями производной и интеграла трудно увидеть живой, диалектический по своему существу математический анализ, понять его «земное» происхождение и почувствовать силу его методов.

«При обучении решению проблемных ситуаций можно выделить четыре этапа. Первый из них – мотивационный: ученик должен знать, зачем решать проблему, нужно ли это ему. Второй этап – определительный: учащийся должен понять, какие действия и после каких нужно выполнить. Третий этап – деятельный: ученик, поняв проблему и пути ее решения, уже может практически заняться намеченными действиями. Четвертый этап – коррекционный: проконтролировав работу учащихся, указываем на ошибки, помогая их преодолеть и внести уточнения.

В первую очередь, постановка и решение проблем связаны с развитием интеллектуальных чувств, так как только человек, умеющий сомневаться и удивляться, может активно, творчески мыслить» [2, с. 73].

Абстрактность изучаемого материала – это не вина учителя математики или автора учебников. Это – вынужденная необходимость, стремление к соблюдению дидактического принципа научности. На самом же деле, анализ бесконечно малых таким, каким он был завершен в трудах Лейбница и Ньютона, имел реальную осязаемую основу (XVII в.) и лишь в XIX в. в трудах Веерштраса, Кантора, Дедекинда, Коши и др. был создан его научный фундамент. Не случайно XIX в. называют веком арифметизации математического анализа.

В результате многие абстракции (нужные и второстепенные) формально были перенесены в школу и зачастую при изучении теоретического материала к учащемуся предъявляются требования строгости, более чем предъявляли их к себе основоположники этого исчисления.

Устранению такого положения, на наш взгляд, может способствовать предварительная (ориентировочная) мотивация курса и усиление внимания к раскрытию прикладных возможностей изучаемого аппарата.

Как показал опыт, мотивацию курса целесообразно проводить в начале его изучения в специальном разделе «Введение». Известный психолог В. В. Давыдов отмечает: «Изучение понятия должно начинаться с выявления того основного отношения реального мира, которое вызывает необходимость введения этого научного понятия и определяет его строение».

В психолого-педагогической литературе выделяют три основных способа формирования понятий:

Первый, конкретно-индуктивный способ, заключается в том, что ученики изучают конкретные объекты, по возможности с широкой вариацией несущественных свойств, тщательно подобранные учителем. На этих примерах выделяются существенные признаками изучаемого понятия, которые отделяют его от других понятий.

Второй, абстрактно-дедуктивный способ, заключается в том, что учащимся сразу дается готовое определенное, а затем приводятся несколько примеров, с помощью которых они обучаются применять определяемые для опознания принадлежности объектов данному понятию. При этом, конечно, ставится и другая цель: дать пищу для конкретных представлений о данном понятии.

Для более сложных понятий математического анализа (функция, предел последовательности, непрерывность функции, производная, касательная, мгновенная скорость, интеграл и т.д.) подходит **третий (комбинированный) способ**. Он заключается в том, что на основе анализа небольшого числа конкретных объектов, необходимых в основном для мотивации введения нового понятия. Затем путем решения задач, в которых варьируются несущественные признаки понятия, но остаются инвариантными существенные, а затем путем сопоставления данного с примерами близких понятий (с контрпримерами) продолжается формирование данного понятия. Этот способ содержит в себе основные формы мыслительной деятельности: переход от частного к общему и затем от общего к частному. Каждая из этих форм важна в обучении. Причем следует подчеркнуть, что при формировании основных понятий математического анализа наиболее трудным, но наиболее важным в обучении является переход от общего, абстрактного, к частному, конкретному.

Рассматривая знакомые им реальные процессы, выделяя, участвующие в них величины, учащиеся могут учиться выделять математическую сущность рассматриваемого процесса, судить о некоторых особенностях изменения этих величин, о практической важности этого изучения. При этом они неизбежно сталкиваются с трудностями, связанными с недостаточностью известного математического аппарата. Это приводит их к мысли о целесообразности и разработки специального аппарата, направленного на исследование процессов.

Если на ранних ступенях обучениях связь математических абстракций с реальными объектами достаточно очевидна, то по мере продвижения школьников в изучении математики, с одной стороны, возрастает уровень абстракций, а с другой – увеличивается потребность в знаниях методологического характера, в неявном (и явном) философском осмыслении знаний о мире, полученных в отдельных дисциплинах. К началу изучения математического анализа у учащихся накоплен достаточный запас математических знаний для того, чтобы разговор о математическом моделировании получился предметным. Поэтому усиление внимания во введении к курсу математического моделирования способствует созданию правильных представлений о роли математики в познании мира, прикладной направленности всего курса.

У старшеклассников преобладает абстрактно-логическое мышление. При этом введение понятий идет здесь через выдвижение и проверку гипотез значимости тех или иных признаков объектов. На первом этапе гипотезы проверяют через практические действия при решении соответствующих задач, причем признаки выделяются интуитивно. На втором этапе проверка осуществляется путем мыслительных действий над признаками, которые выдвигаются сознательно на основе некоторой гипотезы.

В курсе «Алгебра и начало анализа» понятие вводится по-разному. Большинство понятий вводится путем определения. Для некоторых понятий дается термин и ряд пояснений. Многие понятия связаны с уже изученными ранее понятиями. Но есть понятия, при введении которых опора на уже известные очень мала (например, понятие предела).

В основном понятия образуются путем обобщения и абстрагирования. При этом понятие должно возникать при достаточном количестве восприятий и представлений для обобщения. По этому поводу Е. М. Кабанова-Меллер пишет, что «если учитель при введении понятия формулирует определение, иллюстрируя его только одним примером (из учебника), и не варьирует наглядным материалом, то учащиеся нередко усваивают понятие неправильно. Поскольку их при этом не обучили обобщению, они сами пытаются обобщать материал по несущественным признакам и смешивают их с существенными» [3, с. 59]. **Особенно важно учитывать эти положения при обучении через задачи с тем, чтобы учащиеся могли самостоятельно и правильно провести обобщение при определении понятия.**

Программа по математике предусматривает знакомство старшеклассников с этим методом и формирование у них умений применять его к решению задач. Задачи этого типа имеют четкую прикладную направленность если не по фабуле, то по подходам к решению – в них все фазы построения и использования математической модели (формализация, решения формализованной задачи, интерпретация) получают соответствующей условные задачи к математической задаче нахождения наибольшего или наименьшего значения функции на некотором промежутке; решение этой математической задачи с использованием производной; придание полученному результату соответствующего содержательного смысла.

Прежде чем формировать умения решать прикладные задачи на нахождение максимума или минимума, следует изучить учащихся, как с помощью производной можно находить наибольшее и наименьшее значение функции на различных промежутках.

Решение такого рода задач, как показана наша практика, чрезвычайно трудно, если с учащимися не разработать соответствующих учебных алгоритмов. «Под учебным алгоритмом мы будем понимать «предписание, пользуясь которым любой ученик, имеющий необходимые знания и точно выполняющий это предписание, правильно решит любую задачу данного вида»» [4, с.69]

Владение алгоритмическими предписаниями расширяет класс задач, которые ученик может решить и обогащает средства для решения этих задач. При этом постепенно вырабатывается гибкость, активность, целенаправленность мышления. Весьма эффективным является составление различных алгоритмов для решения одной и той же задачи, сравнения их, выбор наилучшего. Немаловажным следствием употребления алгоритмов в процессе обучения является приучение учащихся к лаконизму речи и записи, устранению логических скачков в рассуждениях.

Для алгоритмической деятельности характерно четкое выделение отдельных этапов, полное осознание выполняемых действий. Алгоритмы и алгоритмические схемы влияют на выработку интуитивного мышления, потому что, чем больше запас традиционных приемов, усвоенных с помощью алгоритмов, тем более вероятен момент внезапного озарения и решения долго не поддававшейся логическим усилиям задачи.

Независимо от целевых установок можно сделать следующие выводы:

1. Обучение алгоритмам и алгоритмическим предписаниям, их конструирование способствует развитию творческого мышления учащихся. Конструируя алгоритмы, они познают значение общих методов мышления, учатся их выявлять, анализировать, синтезировать, задумываться над рациональностью способов действий.

2. Алгоритмы и алгоритмические предписания ведут к выработке обобщаемых навыков (при этом навык рассматривается как высшая стадия алгоритмического процесса, на которой алгоритмы выполняются автоматически).

3. Применение уже известного алгоритма позволяет экономить время и силы для решения творческих задач.

Необходимость введения в школьный курс приложения математики, связанных с использованием ЭВМ, обусловила целесообразность рассмотрения алгоритмов с позиции компьютеризации для внутри-модельного решения задачи.

Главными аргументами в пользу необходимости применения алгоритмов и алгоритмических предписаний были следующие:

1. Данное понятие используется при составлении программ для вычислительных машин.

2. Его систематическое применение способствует лучшему усвоению математических знаний, повышает культуру мышления, создает условия для выработки математического стиля мышления.

3. С тех пор, как широкое распространение ЭВМ стало неизбежным, математическое мышление проникает всюду. Поэтому применение алгоритмов и алгоритмических предписаний способствует повышению общей культуры человека.

Приведем пример алгоритмического предписания по нахождению наименьшего и наибольшего значения функции на промежутке [a, b]:

1. Находим производную функции.
2. Находим критические точки функции.
3. Выбираем критические точки, лежащие внутри [a, b].
4. Находим значения функции в критических точках (внутри данного отрезка) и на концах отрезка.
5. Из найденных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее.

Конструкция алгоритмические предписания для решения прикладных задач, мы имели в виду тот факт, что непременным условием развития мышления учащихся является наличие задач на схематизацию и систематизацию, так как психологами установлено, что схематизация есть необходимый компонент отражения в мышлении реальности, и систематизация один из основных путей развития отражательной способности мозга [5, с.186].

Такими задачами являются задачи на нахождение наименьшего и наибольшего значения функции на отрезке, т.е. завершающим этапом при изучении данной темы было построение блок-схемы учащимися с помощью учителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Викол Б.А.* Формирование элементов исследовательской деятельности при углубленном изучении математики: Автореф. дис. … канд. пед. наук. М., 1977. 22 с.

2. *Кудайкулов М., Мырзакулова Н.* Технология развития творческого мышления учащихся // Научно-педагогический журнал «Білім – образование». Алматы, 2006. №4 (28). С. 73.

3. *Кабанова-Меллер С.Н.* Психология формирования знаний и навыков школьников. М.: Изд-во АПН РСФСР, 1970. 376 с.

4. *Фридман Л.М.* Логико-психологический анализ школьных учебных задач. М.: Педагогика, 1987. 208 с.

5. *Циген Т.* Физиологическая психология. М., 1949. 246 с.

Резюме

Ұғымның құрастырылуының негізгі тәсілдері қарастырылады, ол оқушылардың математикалық ойларын дамытуға көмектеседі. Автордың шешуі бойынша, математикалық ойларды дамыту тапсырмаларды шешу арқылы жүзеге асырылады. Ол белгілі ғалымдардың ойларын қарастыра келгенде, қазіргі уақытта мектептегі математика жүйесіндегі тапсырмалар жүйесі оқушылардың зерттеу қызметінің базасына және оқушылардың математикалық ойлардың дамуына қатысты болуы мүмкін еместігін білдіреді. Шынында да, мектеп жүйесіндегі математикалық көп тапсырмалар алгоритмдық болып келеді, олардың шешімдері алдын ала белгілі және тапсырманы шешу үшін өз ойынан ешнәрсе қоспай-ақ орындау керек.

Summary

In this work there are considered principal methods of formation of notions which serve to development of mathematical thinking of pupils. The author confirms that mathematical thinking is mainly performed through a task solution. He gives statements of popular scientists-supervisors about the fact that the presently existing system of tasks of a course in mathematics cannot be the base for involvement in the research activity of students on its base and for formation of mathematical thinking of students. Indeed, many tasks of the school course in mathematics are tasks of an algorithmic type where actions are given beforehand and, which should be performed not introducing practically nothing “clever” on one’s behalf in the course of a task solution.

УДК 372.851.02

Жетысуский государственный университет им. И. Жансугурова, г. Талдыкорган

Поступила 16.10.07г.