Н. С. ХАНЖАРОВ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТЕЧЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ВЯЗКОГО ГАЗА В ЦИЛИНДРАХ ХОЛОДИЛЬНЫХ ПОРШНЕВЫХ КОМПРЕССОРОВ

В пищевой промышленности тенденция, направленная на производство высококачественных продуктов низкой себестоимости, требует изучения менее энергоемких методов. Математическое описание процессов сушки в различных элементах вакуумно-атмосферных сушильных установок, в частности в цилиндрах холодильных поршневых компрессоров, способствует решению этой проблемы. Это объясняется тем, что холодильные компрессоры в пищевой промышленности являются одними из основных потребителей электроэнергии. Поэтому оптимизация технических характеристик компрессоров с целью увеличения их полезной холодопроизводительности является актуальным. Особый интерес в этом направлении представляют работы теоретического плана, поскольку их применение позволяет оптимизировать технические характеристики холодильных компрессоров ещё на стадии проектирования.

Моделирование процессов в рабочих цилиндрах холодильных поршневых компрессоров наиболее сложно. Модель должна учитывать турбулентность и нестационарность течения рабочего вещества. К тому же необходимо учесть переменность объёмов цилиндров, которые в процессах всасывания и расширения газа увеличиваются и уменьшаются в процессах сжатия и нагнетания. Математическая модель, с достаточной степенью адекватности описывающая турбулентное нестационарное течение вязкого газа в цилиндре холодильного поршневого компрессора, основана на уравнениях движения, энергии и неразрывности [1]. Однако полученная математическая модель течения газа в цилиндрах холодильных компрессоров, представлена в общей постановке. Реализация этой модели для получения картины течения газа в цилиндрах холодильных поршневых компрессоров вызывает большие сложности. В связи с этим, учитывая конструктивные особенности поршневых компрессоров, целесообразно упростить модель. В абсолютном большинстве газораспределительные органы поршневых холодильных компрессоров имеют цилиндрическую форму (кольцевые всасывающие и нагнетательные клапаны), форма рабочей камеры компрессора также имеет цилиндрическую форму. Поэтому с достаточной степенью точности можно допустить осесимметричность течения газа в камере компрессора.

Кроме того, с достаточным соответствием реальным процессам, происходящим в цилиндре компрессора, можно предположить, что температура газа на входе в цилиндр и температура стенок камеры постоянны, перетечки газа из рабочей камеры отсутствуют, а сам газ в каждой точке объема камеры сжимается одинаково. Тогда все процессы, происходящие в цилиндре компрессора, целесообразно сгруппировать по родственным по физической сущности процессам и рассматривать их раздельно. В данном случае имеем две группы процессов: «всасывание-нагнетание» и «сжатие-расширение». Применительно к цилиндрической системе координат уравнения, составляющие модель течения газа в цилиндре холодильного компрессора выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial\left(\rho\overline{U}\right)}{\partial\tau}+\frac{\rho\overline{U}}{S}\cdot\frac{dS}{d\tau}+$$

$$+\frac{1}{S}\cdot\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\rho\overline{U}\left(\overline{U}-\eta\frac{dS}{d\tau}\right)\right)+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\left(\rho\cdot\overline{V}\cdot\overline{U}\cdot r\right)}{\partial r}= \quad (1)$$

$$=-\frac{1}{S}\cdot\frac{\partial\overline{P}}{\partial\eta}+\left(\mu+\mu_t\right)\cdot\left(\frac{1}{S^2}\cdot\frac{\partial^2\overline{U}}{\partial\eta^2}+\frac{\partial^2\overline{U}}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\overline{U}}{\partial r}\right),$$

$$\frac{\partial\left(\rho\cdot\overline{V}\right)}{\partial\tau}+\frac{\rho\overline{V}}{S}\cdot\frac{d\overline{S}}{d\tau}+$$

$$+\frac{1}{S}\cdot\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\rho\overline{V}\left(\overline{U}-\eta\frac{dS}{d\tau}\right)\right)+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\left(\rho\cdot\overline{V}^2\cdot r\right)}{\partial r}= \quad (2)$$

$$=-\frac{\partial\overline{P}}{\partial r}+\left(\mu+\mu_t\right)\cdot\left(\frac{1}{S^2}\cdot\frac{\partial^2\overline{V}}{\partial\eta^2}+\frac{\partial^2\overline{V}}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\overline{V}}{\partial r}-\frac{\overline{V}}{r^2}\right),$$

$$\frac{\partial\left(\rho\cdot\overline{T}\right)}{\partial\tau}+\frac{\rho\overline{T}}{S}\cdot\frac{dS}{d\tau}+$$

$$+\frac{1}{S}\cdot\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\rho\overline{T}\left(\overline{U}-\eta\frac{dS}{d\tau}\right)\right)+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\left(\rho\cdot\overline{V}\cdot\overline{T}\cdot r\right)}{\partial r}= \quad (3)$$

$$=\frac{\left(\mu+\mu_t\right)\cdot K}{P_r}\left(\frac{1}{S^2}\cdot\frac{\partial^2\overline{T}}{\partial\eta^2}+\frac{\partial^2\overline{T}}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\overline{T}}{\partial r}\right)-\frac{P}{C_VS}\cdot\frac{dS}{d\tau},$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau}+\frac{\rho}{S}\cdot\frac{dS}{d\tau}+\frac{1}{S}\cdot\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\rho\left(\overline{U}-\eta\frac{dS}{d\tau}\right)\right)+$$

$$+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\left(\rho\cdot\overline{V}\cdot r\right)}{\partial r}=0. \quad (4)$$

Уравнения (1)–(4) справедливы для процессов сжатия и расширения. Для процессов всасывания и нагнетания эти уравнения упрощаются, поскольку скорость движения газа в цилиндре много меньше скорости звука. Тогда моделируемую среду можно считать несжимаемой жидкостью. Следовательно, плотность газа в объеме цилиндра есть только функция времени, а член работы сжатия в уравнении сохранении энергии равен нулю, т. е.:

$$\frac{P}{C_VS}\cdot\frac{dS}{d\tau}=0, \quad (5)$$

В этом случае уравнения, описывающие турбулентное нестационарное течение вязкого газа в цилиндре компрессора, можно привести к виду:

$$\frac{1}{S}\cdot\frac{\partial\overline{V}}{\partial\eta}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\left(\overline{V}\cdot r\right)}{\partial r}=-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial\rho}{\partial\tau},$$

$$\rho=const. \quad (5, 6)$$

Динамический коэффициент вязкости μ является функцией температуры газа $\overline{T}$ и рассчитывается по формуле Сезерленда:

$$\mu=\mu_0\cdot\left(\frac{\overline{T}}{273}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot\frac{273+C}{\overline{T}+C}, \quad (8)$$

где μ_0 – вязкость газа при 273 К и 0,1 МПа; C – константа Сезерленда.

Турбулентный коэффициент вязкости газа μ_t определяется по формуле Прандтля:

$$\mu_t=\rho\cdot l^2\left|\frac{d\overline{U}}{dr}\right|, \quad (9)$$

где ρ – плотность газа; $\overline{U}$ – проекция вектора скорости на ось z; l – масштаб турбулентности:

$$l=r\cdot\left(0{,}14-0{,}08\cdot\left(1-\frac{r}{r_w^2}\right)-0{,}06\cdot\left(1-\frac{r}{r_w^2}\right)^4\right), \quad (10)$$

здесь r_w – координата стенки цилиндра.

Величина S определяется по уравнению движения поршня:

$$S=\frac{1}{2}\cdot S_0\cdot\left(1-\cos\left(\omega\cdot\tau\right)\right), \quad (11)$$

где S_0 – расстояние между крайними верхним и нижним положениями поршня; ω – угловая частота вращения вала электродвигателя компрессора.

Систему уравнений, описывающих турбулентное нестационарное течение вязкого газа в цилиндрах компрессоров, целесообразно решать методом конечных разностей. Учитывая перспективы проектирования компрессоров, при котором определённость интервала рабочих давлений в цилиндрах является заранее определённым параметром, явная схема представляется более перспективной. В связи с этим решение системы уравнений производится конечно-разностным методом по явной схеме. Для этого дифференциальные уравнения, описывающие течение газа в полостях, заменяются уравнениями в конечных разностях. Этот метод обоснован также тем, что реализация такой модели на ЭВМ возможна только с использованием численных методов. Решение этих уравнений на ЭВМ в такой постановке вполне возможно. При этом она реализуется раздельно для рабочих процессов «всасывание-нагнетание» и «расширение-сжатие».

Решение задачи целесообразно начинать с момента, когда поршень находится в крайнем верхнем положении. В этот момент времени объем полости цилиндра минимален и равен его линейному мертвому пространству, а скорость движения поршня равна нулю. Поэтому в качестве начальных условий можно принять, что скорости и равны нулю, а температура $\overline{T}_0$ и давление $\overline{P}_0$ газа одинаковы по всему объему рабочей полости цилиндра.

При решении задачи приняты следующие граничные условия:

На торце цилиндра: $\overline{U} = 0$; $\overline{V} = 0$; $\overline{T} = T_{т.ц.}$

На стенках цилиндра: $\overline{U} = 0$; $\overline{V} = 0$; $\overline{T} = T_{с.ц.}$.

На вытеснителе: $\overline{U} = U_n$; $\overline{V} = 0$; $\overline{T} = T_n$,

где $T_{т.ц.}$ – температуры торца и стенки цилиндра, T_n – температура рабочей поверхности поршня.

Условия истечения из щелевых зазоров всасывающих и нагнетательных клапанов определяется из уравнения:

$$V_{щ} = V_n \cdot \frac{S_n}{\sum S_{щ}}, \qquad (13)$$

где V_n – скорость движения поршня, S_n – площадь поверхности поршня, $\sum S_{щ}$ – суммарная площадь сечения щелевых зазоров всасывающих или нагнетательных клапанов в момент их открытия.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ханжаров Н.С.* Математическая модель течения газа для различных рабочих процессов в цилиндрах холодильных поршневых компрессоров // Н и О ЮКО. 2001. №25. С. 65-68.

2. Патент РФ. № 2119623. Способ вакуум-сублимационного обезвоживания и установка для его осуществления. Опубл. 27.09.98 г.

3. *Абдижаппарова Б.Т., Ханжаров Н.С., Оспанов Б.О.* Пищеконцентратная установка для термолабильных материалов // Тр. Междунар. научно-практич. конф. «проблемы хим. Технологии неорг., орг., силикат. и строит. мат-лов и подготовки инженерных кадров». Ш.: ЮКГУ им. М. Ауезова, 2002. Т. 1. С. 22-24.

УДК 517. 9: 621. 574

ШФ Каз.АТК им. М. Тынышпаева   Поступила 10.09.07г.