А. М. БРЕНЕР, А. ЛЕСБАЕВ, М. А. СЕРИМБЕТОВ

АНАЛИЗ ЭВОЛЮЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН В КОНДЕНСАТНЫХ ПЛЕНКАХ

Нами были получены общие соотношения для нелинейных волн в конденсатных пленках, в этой статье продолжен качественный анализ полученных соотношений.

Поскольку волновое число и частота в пленке переменного расхода изменяются во времени, необходимо учитывать в их разложении в ряд Тейлора как минимум два члена

$$\theta(z,\tau,\varepsilon)=\beta(\tau,\varepsilon)(z+\phi(\tau,\varepsilon))+\beta_1(\tau,\varepsilon)(z+\phi(\tau,\varepsilon))^2. \quad (1)$$

Тогда приходим к эволюционному уравнению

$$\beta\left(\frac{\partial\phi}{\partial\tau}\right)^2(A-1)\frac{\partial H_0}{\partial\eta}-K_1\beta^3H_0\frac{\partial^3H_0}{\partial\eta^3}=$$

$$=g_{ef}H_0+\frac{\partial\phi}{\partial\tau}\frac{B}{H_0}. \quad (2)$$

В работе [1] даются необходимые соотношения и изложение методов, позволяющих описать эволюцию функций β, β_1 и ϕ, которые требуют, однако, выполнения дополнительных ограничений на коэффициенты базовых уравнений. Выполнение таких ограничений заведомо не очевидно и не обязательно в реальных ситуациях. Поэтому для построения математических моделей, способных описать эволюцию волновых возмущений профиля пленки конденсата, воспользуемся методами секулярной теории возмущений, которая широко используется во многих работах для исследования нелинейных волн и солитонов.

Предположим, что вблизи границы устойчивости стационарного режима течения процесс можно считать квазистационарным. Но тогда при условии медленности функций j_0 и h_0, описывающих стационарные решения, можно считать справедливым некоторое соотношение $j_1 = L(h_1)$, где $j_1 << j_0$ и $h_1 << h_0$ - возмущения стационарного решения задачи пленочной конденсации, а L - также медленная функция. Для конденсации на плоской стенке можно подобно тому, как это сделано для цилиндрической поверхности [2], записать систему уравнений для возмущений расхода и толщины пленки. Однако, в отличие от [2], для описания эволюции волнового пакета в слабо нелинейном приближении оставим члены второго порядка. В результате получим

$$\frac{\partial j_1}{\partial t}+\alpha_1\frac{\partial j_1}{\partial x}+\alpha_2\frac{\partial h_1}{\partial x}+\alpha_3\frac{\partial^3h_1}{\partial x^3}+\alpha_4j_1+\alpha_5h_1=$$

$$\beta_1j_1\frac{\partial j_1}{\partial x}+\beta_2h_1\frac{\partial h_1}{\partial x}+\beta_3j_1^2+\beta_4h_1^2, \quad (3)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial t}+\frac{\partial j_1}{\partial x}=zh_1+z_2h_1^2. \quad (4)$$

Для коэффициентов полученной системы уравнений имеем следующие выражения:

$$\alpha_1=\frac{2f_2}{f_1^2}\frac{j_0}{h_0};\ \alpha_2=-\frac{f_2}{f_1^2}\frac{j_0^2}{h_0^2};\ \alpha_3=-\frac{\sigma}{\rho}h_0;$$

$$\alpha_4=\frac{2f_2}{f_1^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{j_0}{h_0}\right)+\frac{1}{h_0}\left(\frac{\nu_wf_3}{f_1}-\frac{\lambda\Delta T}{r\rho f_1}\right);$$

$$\alpha_5=$$

$$=-\frac{f_2}{f_1^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{j_0^2}{h_0^2}\right)-\left(\frac{\nu_wf_3}{f_1}-\frac{\lambda\Delta T}{r\rho f_1}\right)\frac{2j_0}{h_0^3}-g-\frac{\sigma}{\rho}\frac{\partial^3h_0}{\partial x^3};$$

$$\beta_1=\frac{2f_2}{f_1^2}\frac{1}{h_0};\ \beta_2=\frac{2f_2}{f_1^2}\frac{j_0^2}{h_0^3};\ \beta_3=-\frac{f_2}{f_1^2h_0^2}\frac{\partial h_0}{\partial x};$$

$$\beta_4=\frac{f_2}{f_1^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{j_0^2}{h_0^3}\right)+\left(\frac{\nu_wf_3}{f_1}-\frac{\lambda\Delta T}{r\rho f_1}\right)\frac{3j_0}{h_0^4};$$

$$z_1=-\frac{\lambda\Delta T}{r\rho h_0^2};\ z_2=\frac{\lambda\Delta T}{r\rho h_0^3}.$$

Если температура стенки может изменяться, то некоторые коэффициенты системы нужно записать иначе:

$$\alpha_4=\frac{f_2}{f_1^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2j_0}{h_0}\right)+\frac{\nu_wf_3}{f_1}\frac{1}{h_0^2}-\frac{1}{f_1}\left(\frac{j_0}{h_0^2}\frac{\partial I}{\partial j}\bigg|_0+\frac{I|_0}{h_0^2}\right);$$

$$\alpha_5=-\frac{\nu_wf_3}{f_1}\frac{2j_0}{h_0^3}+\left(\frac{j_0}{h_0^2}\frac{\partial I}{\partial h}\bigg|_0-\frac{2h_0I|_0}{h_0^3}\right)-g-\frac{\sigma}{\rho}\frac{\partial^3h_0}{\partial x^3};$$

$$\beta_3=-\frac{f_2}{f_1^2h_0^2}\frac{\partial h_0}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{j_0}{h_0^2}\frac{\partial^2I}{\partial j^2}\bigg|_0+\frac{2}{h_0^2}\frac{\partial I}{\partial j}\bigg|_0\right);$$

$$\beta_4 = \frac{f_2}{f_1^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{j_0^2}{h_0^3}\right) + \frac{\nu_w f_3}{f_1}\frac{3j_0}{h_0^4} +$$

$$+\frac{1}{2}\left(\frac{j_0}{h_0^2}\frac{\partial^2 I}{\partial h^2}\bigg|_0 - \frac{4j_0}{h_0^3}\frac{\partial I}{\partial h}\bigg|_0 + \frac{6j_0}{h_0^4} I\big|_0\right).$$

Прежде чем анализировать полученную систему, отметим некоторые ее особенности.

Во-первых, помимо обычных конвективных нелинейностей, в уравнениях появляются нелинейные члены, обусловленные подкачкой энергии и массы за счет прироста расхода жидкости в пленке. Подкачка энергии в систему идет также за счет другого источника- гравитационных сил. Полученную систему вследствие этой и других причин не удается расцепить в рамках формальных математических выкладок. Однако это можно сделать, используя результаты анализа линеаризованной задачи и оставаясь в рамках адекватного описания качественного поведения малых возмущений стационарного решения [3].

Введем, как и ранее, растянутые переменные $X=\varepsilon x$, $T=\varepsilon t$ и быструю переменную $\eta = \theta(X,T)/\varepsilon$ и будем далее искать решение системы (3), (4) в виде

$$h_1 = H\exp(\eta), \quad j_1 = J\exp(\eta). \qquad (5)$$

Тогда, разделяя члены уравнений по степеням малого параметра ε и отбрасывая быстро осциллирующие составляющие малой амплитуды типа $H^2\exp(2\eta)$ и $J^2\exp(2\eta)$, придем к приближенной линейной системе для амплитуд

$$J\left[\frac{\partial\theta}{\partial T} + \alpha_1(X)\frac{\partial\theta}{\partial X} + \alpha_4(X)\right] +$$

$$+H\left[\alpha_2(X)\frac{\partial\theta}{\partial X} + \alpha_3(X)\left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)^3 + \alpha_5(X)\right] = 0, \quad (6)$$

$$J\frac{\partial\theta}{\partial X} + H\left(\frac{\partial\theta}{\partial T} - z_1(X)\right) = 0. \qquad (7)$$

Для разрешимости системы (6), (7) требуется выполнение дисперсионного соотношения

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial\theta}{\partial T} + \alpha_1\frac{\partial\theta}{\partial X} + \alpha_4 & \alpha_2\frac{\partial\theta}{\partial X} + \alpha_3\left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)^3 + \alpha_5 \\ \frac{\partial\theta}{\partial X} & \frac{\partial\theta}{\partial T} - z_1 \end{vmatrix} = 0. \quad (8)$$

Из выражений (6), (7) получаем искомое представление $J = L(X,T)H$, где

$$L(X,T) = \frac{(\partial\theta/\partial T - z_1)}{\partial\theta/\partial X}. \qquad (9)$$

Учитывая, что $L(X,T)$ - функция медленных переменных, и подставляя последнее соотношение в исходную систему, приходим к уравнению нулевого порядка для функции h_1:

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{L}\right)\frac{\partial h_1}{\partial X} + \alpha_3\frac{\partial^3 h_1}{\partial X^3} + \left(\alpha_4 + \frac{\alpha_5}{L}\right)h_1 =$$

$$\left(\beta_1 L + \frac{\beta_2}{L}\right)h_1\frac{\partial h_1}{\partial X} + \left(\beta_3 L + \frac{\beta_4}{L}\right)h_1^2. \qquad (10)$$

В полученном уравнении удобно перейти в подвижную систему координат:

$$t; \qquad \xi = t - \int\frac{dX}{\alpha_1 + \alpha_2/L}. \qquad (11)$$

В итоге получаем

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{\beta_1 L + \beta_2/L}{\alpha_1 + \alpha_2/L}h_1\frac{\partial h_1}{\partial\xi} - \frac{\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2/L}\frac{\partial^3 h_1}{\partial\xi^3} =$$

$$-(\alpha_4 + \alpha_5/L)h_1 + (\beta_3 L + \beta_4/L)h_1^2. \qquad (12)$$

Полученное уравнение по структуре близко к уравнению Кортевега-де-Фриза с нелинейным возмущением правой части и медленно меняющимися коэффициентами. Присутствие такого возмущения приводит к тому, что дисперсионное соотношение последнего уравнения (12) содержит ненулевую мнимую часть, и незатухающее волновое решение может существовать только на нейтральной линии и в области роста амплитуд. Для упрощения дальнейшего анализа удобно переписать уравнение (12) в виде

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + R_1 h_1\frac{\partial h_1}{\partial\xi} + R_2\frac{\partial^3 h_1}{\partial\xi^3} = R_3 h_1 + R_4 h_1^2. \quad (13)$$

Важно отметить, что в нашей задаче присутствует параметр I, который является управляющим параметром. Далее будем искать решение (13) в виде следующего разложения:

$$h_1 = \varepsilon\left(h_{10} + \varepsilon h_{11} + \varepsilon^2 h_{12} + \ldots\right), \qquad (14)$$

где

$$h_{10} = A\exp(i\theta) + A^*\exp(-i\theta), \qquad (15)$$

A^* - комплексно-сопряженная амплитуда; а фазовую переменную в этом случае можно представить в виде $\theta = \int k d\xi - \nu t$, где, в свою очередь, k - волновое число, ν - частота возмущения.

Для преобразования (13) воспользуемся алгоритмом многомасштабных разложений дифференциальных операторов [5], в соответствии с которым справедливы следующие представления для производных:

$$\frac{\partial}{\partial t} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2} + \ldots ,$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \equiv \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial X_2} + \ldots ,$$

$$\frac{\partial^3}{\partial \xi^3} \equiv \frac{\partial^3}{\partial \xi^3} + \varepsilon \left\{ 2 \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial X_1} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \frac{\partial}{\partial X_1} \right\} + \mathrm{O}\left(\varepsilon^2\right),$$

где $T_1 = \varepsilon t$, $T_2 = \varepsilon^2 t$, $X_1 = \varepsilon \xi$, $X_2 = \varepsilon^2 \xi$.

В качестве дисперсионного соотношения в нашей задаче используем (278), а параметр I разложим в окрестности критического значения в ряд Тейлора согласно методике [6]

$$I = I\left(k_{cr}\right) + \frac{1}{2} \varepsilon^2 I^4\left(k_{cr}\right) + \ldots . \qquad (16)$$

Согласно классификации, введенной в работах [5, 6], неустойчивость решения задачи (13) относится к категории диссипативной неустойчивости. Поэтому удаление секулярных слагаемых приводит к амплитудному уравнению типа уравнения Ландау-Гинзбурга [6]:

$$\frac{\partial A}{\partial T_2} + i\gamma_1(k,\nu) \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} = i\gamma_2(k,\nu) A^2 A^* + \gamma_3(k,\nu) BA . \qquad (17)$$

Появление дополнительной нелинейности BA-типа обусловлено наличием среднего фонового потока, имеющего в нашем случае ясный физический смысл, а именно: появляющегося за счет прироста расхода конденсата при фазовом переходе. Функция B будет влиять на следующие приближения и для h_{11} можно записать

$$h_{11} = B\left(X_1, T_1\right) + C(k,\nu)\left[A^2 \exp(2i\theta) + AA^* \exp(-2i\theta)\right]. \qquad (18)$$

Для функции B получаем уравнение

$$\frac{\partial B}{\partial T_1} - \beta_2 \frac{\partial B}{\partial X_1} = \beta_1 \frac{\partial\left(AA^*\right)}{\partial X_1}, \qquad (19)$$

а для амплитуды нулевого приближения, кроме уравнения (19), должно выполняться соотношение типа

$$\frac{\partial A}{\partial T_1} = i \frac{\nu_0''}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial X_1^2} + i\beta\left(A^2 A^*\right), \qquad (20)$$

где $\nu_0'' = d^2 \nu_0 / dk^2$ определяется на нейтральной линии.

Совокупность полученных уравнений представляет собой замкнутую математическую модель, описывающую распространение слабонелинейных волн в конденсатной пленке. Заметим, что структура полученных уравнений не зависит от вида и типа граничных условий. Вместе с тем, поскольку коэффициенты выведенных уравнений являются комбинациями функций, зависящих от стационарных решений, то тем самым зависимость от граничных условий опосредованно, через коэффициенты, оказывает влияние на поведение решений, описывающих эволюцию возмущений. Таким же образом влияет на условия распространения и характеристики образующихся волн температурная зависимость вязкости конденсата.

Результаты и выводы

1. Описано влияние слабого источника массы на характеристики нелинейных волн в тонких слоях идеальной жидкости и пленках вязкого конденсата.

2. Определены условия существования решений, описывающих распространение одиночных нелинейных волн в конденсатных пленках, и выведены уравнения для расчета эволюции их волновых характеристик.

3. Получены соотношения для оценки масштаба длины распространения нелинейных волн в пленках жидкости с переменным расходом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ташимов Л.Т.* Моделирование нелинейных волн в пленках конденсата // Наука и образование Южного Казахстана. Шымкент: ЮКГУ, 1997. № 8. С. 70-73.

2. *Benjamin T.B.* Wave formation laminar flow down an inclined plane // Jour. Fluid Mech. 1957. V. 2, pt. 6. P. 554-574.

3. *Радев К.Б.* Влияние волн на тепломассообмен при пленочной конденсации // Препринт. №9. 1989. ИТМО им. А. В. Лыкова АН БССР. С. 16.

4. *Taniuti T., Wei C.C.* Reductive perturbation method in non-linear wave propagation // Int. Jour. Phys. Soc. Japan, 1968. V. 241. P. 941.

5. *Grimshaw R.* Slowly varying solitary waves.1. Korteweg-de-Vries equation // Proceedings of the Royal Soc. 1979. A368. N 1734. P. 359.

6. *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 421 с.

Резюме

Конденсатты пленкалардағы сызықтық емес толқындар үшін алынған эволюциялық теңдеулер негізінде толқындық шешімдер қасиеттерінің сапалық талдамасы жасалынды. Жылу және масса көздері бар пленкалардағы сызықтық емес дисперсиялаушы толқындардың амплитудасы мен жиілігінің бағасы алынды.

Summary

On base of the derived evolution equations for non-linear waves in the condensate films the qualitative analysis of the properties of wave solutions has been carried out. The estimations for the amplitude and frequency of the non-linear dispersing waves in films with mass and heat sources have been obtained.

УДК 513.83

ЮКГУ им. М. Ауезова,
г. Шымкент

Поступила 10.12.07г.

С. М. АЛТЫБАЕВА

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ СОВРЕМЕННОЙ КАЗАХСКОЙ ХУДОЖЕСТВЕННОЙ ПРОЗЫ И НАУКИ О ЛИТЕРАТУРЕ

Современная казахская художественная проза характеризуется большим разнообразием творческих подходов, разработкой новых тем и идей, введением широких пластов национальной и инонациональной образности и символики. Наряду с устоявшейся реалистической романной традицией, в особенности в историческом жанре, развиваются документально-мемуарная проза, фантастика, детективная и детская литература, виртуальное творчество, жанр литературной провокации, экфрасис и др. В пределах одного произведения могут взаимодействовать различные художественные методы и стили, применяются новые схемы конструирования текста (монтаж, мозаика, наложение и другие), выделяются жанровые и межжанровые модификации, углубляются интертекстуальные связи в самом широком диапазоне (от античности до современности), значительно расширяются границы художественного образа, мотивной системы.

Иными словами, в казахской художественной прозе идет достаточно интенсивный поиск новой эстетико-мировоззренческой парадигмы. Этот противоречивый (и от того еще более привлекательный) процесс сопровождается ощутимыми экспериментами с самим текстом, его композицией и характером образности. Системообразующая (если понимать произведение как систему) и концептуальная роль в этом процессе постоянного обновления принадлежит автору, уровню его профессиональной подготовки и широте его кругозора.

Мастера слова ищут ответы на злободневные вопросы вселенского масштаба сообразно собственной творческой манере, стилю мышления и мировосприятия с последующим изложением понятого, пережитого, воспринятого богатого жизненного и художественно-литературного опыта.

Художественный метод является основным концептом и «двигателем» литературного (как, впрочем, и любого другого) творчества. Говоря о модификациях художественного метода в современной литературе, уместно привести тезис известного литературоведа И. А. Тертерян о «трех возвращениях» современной литературы к реализму, правда, приведенный относительно западной литературы. Е. А. Цурганова поясняет мысль: «Это возвращение романа к связному сюжетному повествованию, восстановление ценности человеческой личности, возвращение к традиции» [1]. По-прежнему актуален и перспективен реалистический метод, обогащенный новыми возможностями стилистики, различных теорий текста, интертекстуальности [2], герменевтики, имагологии [3] и иных направлений.

Постановка и решение философских, культурологических, теологических проблем бытия, равно как и актуальных вопросов национально-культурной идентификации – в центре внимания современных казахских авторов. Книги мэтров