

Теорема 4. Решение задачи (8)–(11) является устойчивым по $f(t)$, $F(t)$ и $W_0(z)$, т.е. справедлива оценка

$$\begin{aligned} & \|\psi - \tilde{\psi}\|^2 + A \left\| \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial z} \right\|^2 + \\ & + 2 \int_t^T \left\| \sqrt{D(W)} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial z} \right) \right\|^2 d\tau \leq \\ & \leq C_5 \left(\|W_0 - \tilde{W}_0\|^2 + A \left\| \frac{\partial W_0}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{W}_0}{\partial z} \right\|^2 + \right. \\ & \left. + \int_t^T |f(\tau) - \tilde{f}(\tau)|^2 d\tau + \int_t^T |F(\tau) - \tilde{F}(\tau)|^2 d\tau \right). \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Чудновский А.Ф. Теплофизика почвы. – М.: Наука, 1976, 352 с.
2. Hallaire. L'eau et la productions vegetable. Institute National de la Recherche Agronomique. 1964. № 9.

3. Нерпин С.В., Юзефович Г.И. О расчете нестационарного движения влаги в почве // Докл. ВАСХНИЛ. 1966. № 6.

4. Бондаренко И.Ф. и др. Расчетные методы прогноза водного режима и его регулирование. // М.: В сб.: Физика, химия, биология и минералогия почв СССР. 1964.

5. Юзефович Г.И., Янгарбер В.А. Исследование нелинейного уравнения влагопереноса. // Л.: Колос. Сб. трудов по агрофизике. Вып. № 14. 1967.

6. Янгарбер В.А. Сеточная схема для решения модифицированного уравнения влагопереноса // М.: Докл. ВАСХНИЛ. 1966. № 8.

7. Рысбайулы Б., Байманкулов А.Т., Маханбетова Г.И. Обратная задача кондуктивного распространения тепла в однородной среде // Вестник НАН РК. 2008. №1. С. 11-13.

Резюме

Топырақтаң ылғал мөлшерінің өзгеру процесінің математикалық моделі қарастырылады. Топырақтың диффузиялық коэффициентін табатын итерациялық тәсіл құрылып, тура және кері есептің орнықтылығы дәлелденеді.

Summary

This work considers mathematical model of distribution of moisture in a soil. The iterative method was developed for definition the coefficient of diffusion soils, and stability of the solution of the direct and interfaced problem was proved.

Поступила 10.01.09г.

А. Т. БАЙМАНКУЛОВ, Г. И. МАХАНБЕТОВА

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МНОГОСЛОЙНОГО ГРУНТА

Экспериментальное и численное определение коэффициента теплопроводности является самостоятельной задачей современной теории геокриологии. Проблемы и теоретические основы кондуктивного распространения тепла описаны в основополагающих работах [1, 2]. В работах [3, 4] было изучено распространение тепла и влаги в многослойных грунтах, а в работах [5, 6] теоретические вопросы определения коэффициента теплопроводности грунта. В настоящей работе описан алгоритм, с помощью которого определяется коэффициент теплопроводности однородного грунта.

1. Постановка задачи. В области $Q = (0, H) \times (0, T)$, $z \in (0, H)$, $t \in (0, T)$ изучается задача

$$\gamma_0 C \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right), \quad (1)$$

$$\theta|_{z=0} = T_1,$$

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H} + \alpha (\theta_1(t) - T_b) \Big|_{z=H} = 0, \quad (2)$$

$$\theta|_{t=0} = \theta_0(z), \quad 0 \leq z \leq H. \quad (3)$$

Требуется определить коэффициент теплопроводности λ , используя условие

$$\theta|_{z=H} = \theta_1(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (4)$$

Для того чтобы решить поставленную задачу, в работе [8] нами была предложена приближенная задача для температуры и сопряженная задача, которая определяется приближенным значением коэффициента теплопроводности. Приближенная задача имеет вид:

$$\begin{aligned} \gamma_0 c Y_{i,\bar{z}}^{j+1} &= (\lambda Y_{i,z}^{j+1})_{\bar{z}}, \quad (5) \\ Y_0^{j+1} &= T_1, \quad \lambda Y_{N,\bar{z}}^{j+1} + \alpha(Y_N^{j+1} - T_b) = 0, \\ Y_i^0 &= \theta_0(z_i), \quad z_i = i * h; i = 0, 1, \dots, N, \quad (6) \end{aligned}$$

где Y_i^{j+1} – разностный аналог температуры $\theta(z_i, t_{j+1})$, $z_i = i * h$; $t_{j+1} = (j + 1)\Delta t$. Причем

$$h = \frac{H}{N}, \Delta t = \frac{T}{m} - \text{соответственно шаги по}$$

пространственным координатам и по времени. В дальнейшем будем пользоваться обозначениями

Таблица 1.

Наименование	ρ , кг/м ³	λ , вт/(м·град)	C , кдж/(кг·град)	$a \cdot 10^3$, м ³ /сек
Глина	1850	1,035	1,089	0,051
Сахарный песок	1600	0,582	1,256	0,278
Земля влажная	1700	0,657	2,01	0,192

Температура внешней среды меняется в зависимости от времени. Задавая максимальную и минимальную температуру в сутки, в качестве температуры внешней среды взята, приближенная формула

$$T_b(t) = \frac{Tb \max + Tb \min}{2} + \frac{Tb \max - Tb \min}{2} \sin \frac{t\pi}{12}.$$

Рис. 1. Приближенная температура грунта на поверхности земли. Температура грунта на поверхности земли: первый ряд – точное значение, второй – через 100 итерации, третий ряд – через 200 итерации



ниями $Y_i^{j+1} = Y, Y_i^j = \bar{Y}$. Задача (5)–(7) изучается в сеточной области

$$Q_N^m = \{z_i = i * h; t_j = j * \Delta t; i = 0, 1, 2, \dots, N; j = 0, 1, 2, \dots, m\}$$

Сопряженная задача

$$\begin{aligned} \gamma_0 c U_{\bar{z}} + (\lambda \bar{U}_z)_{\bar{z}} &= 0, \quad U_i^m = 0, \quad \bar{U}_o^j = 0, \\ \lambda \bar{U}_{N,\bar{z}}^j &= -2(Y_N^{j+1} - \theta_1(t_{i+1})). \end{aligned}$$

Алгоритм решения поставленной задачи приведен в работе [6].

Численный эксперимент. Чтобы убедиться в правильности теоретических выводов проводились численные расчеты для трехслойного грунта: влажная земля – сахарный песок-глина. Толщина каждого слоя соответственно равна 20, 20 и 100 см. Слои расположены в перечисленном порядке. Ось Oz направлены снизу вверх, поэтому в программе и рисунках слои расположены в обратном порядке. Характеристики влажной земли, сахарного песка и глины взяты из работ [7, 8], т. е. взяты следующие физические характеристика изучаемого грунта.

Здесь $Tb \max$ – дневная температура воздуха, $Tb \min$ – ночная температура воздуха. В численных экспериментах взяли следующие данные для температуры воздуха: $Tb \max = 21$ градусов, $Tb \min = 11$ градусов выше нуля. Шаг по пространственным переменным $\Delta z = 0,001$ метр, а шаг по времени $\Delta t = 0,1$ час. Ниже приводятся результаты проведенных численных экспериментов.

Таблица 2. Максимальное отклонение приближенного значения температуры от точного значения температуры грунта на поверхности земли

Количество итераций	100	200	300	400	500	600	700
Максимальное отклонение	0,2142	0,1478	0,1114	0,0965	0,0678	0,0528	0,0404



Рис. 2. Зависимость максимальной погрешности отклонения температуры грунта на поверхности земли от количества итерации

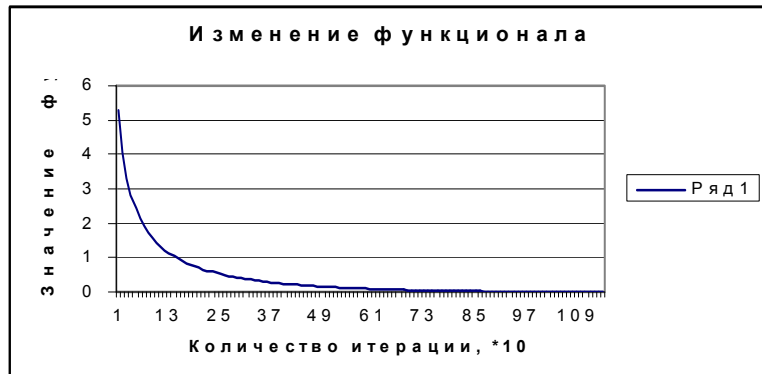


Рис. 3. Изменение значения функционала в зависимости от количества итерации

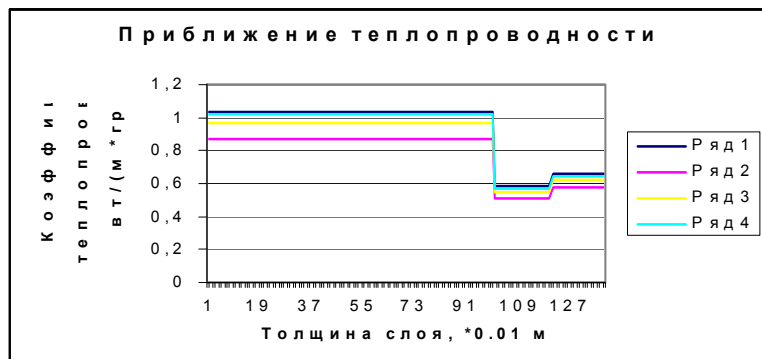


Рис. 4. Динамика приближений коэффициента теплопроводности. Первый ряд – точные значения коэффициента теплопроводности, 2 – через 100 итераций, 3 – через 500 итераций, 4 – через 1000 итераций



Рис. 5. Зависимость максимальной погрешности коэффициента теплопроводности от количества итерации

Подобранный коэффициент итерационного процесса: для первого слоя $\beta_k = 0,079/(k+1)$, для второго $\beta_k = 0,14/(k+1)$, для третьего $\beta_k = 0,0055/(k+1)$, где k – номер итерации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мартынов Г.А. Тепло- и влагоперенос в промерзающих и оттаивающих грунтах. Основы геокриологии (мерзлотоведения). М., 1959 / Под ред. Н. А. Цытович. Гл. VI. С. 153-192.
2. Чудновский А.Ф. Теплообмен в дисперсных средах. М.: Гостехиздат, 1954. 444 с.
3. Адамов А.А. Процессы протаивания грунта // Доклады НАН РК. 2007. №1. С. 16-19.
4. Жумагулов Б.Т., Рысбайулы Б., Адамов А.А. Сходимость разностной схемы для обобщенной задачи Стефана конвективного распространения влаги // Вестник НАН РК. 2007. №5. С. 30-41.
5. Рысбайулы Б., Байманкулов А.Т., Маханбетова Г.И. Обратная задача кондуктивного распространения тепла в однородной среде // Вестник НАН РК. 2008. №1. С. 11-13.

6. Рысбайулы Б., Маханбетова Г.И. Разностная схема для обратной задачи кондуктивного распространения тепла в однородной среде // ДАН РК. 2008. №1. С. 15-18.

7. Нацокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача. Высшая школа, 1985. 497 с.

8. Справочник машиностроителя. М.: Изд-во машиностроительной литературы. 1956. Т. 2.

Резюме

Үш қабатты топырақ кыртысының жылу өткізгіш-тігін табу есебі қарастырылады. Итерациялық тәсілді пайдалана отырып құрылған программамен есептеулер жүргізіліп, оның нәтижелері графиктер және таблица түрінде келтіріледі, оларға қысқаша талдау жасалады.

Summary

This work considers the problem of definition coefficient of heat conductivity of a three-layer ground. The program made on the basis of an iterative method, numerical calculations was carried out. Results of the calculations were issued in the form of the schedule and tables; the short analysis of results was given.

Поступила 5.12.08г.

Ф. Б. БАИМБЕТОВ, Т. С. РАМАЗАНОВ, С. К. КОДАНОВА, О. Ф. ПЕТРОВ*,
С. Н. АНТИПОВ*, К. Н. ДЖУМАГУЛОВА, М. К. ДОСБОЛАЕВ, А. Н. ЖУМАБЕКОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПЫЛЕВОЙ ЧАСТИЦЫ ВБЛИЗИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗОНДА В ГАЗОРАЗРЯДНОЙ ПЛАЗМЕ

Введение. Пылевая плазма представляет собой ионизированный газ, содержащий частицы конденсированного вещества, которые либо самопроизвольно образуются в плазме в результате различных процессов, либо вводятся в плазму извне. Иногда эту плазму называют коллоидной или плазмой с конденсированной дисперсной фазой (КДФ). Наличие макроскопических частиц может существенно влиять на свойства низкотемпературной плазмы. Нагретые до достаточно высокой температуры частицы, эмитируя электроны и заряжаясь положительно, могут значительно повысить концентрацию электронов в плазме. Аналогичный эффект может иметь место в условиях, где доминирующим процессом является фотоземиссия или вторичная электронная эмиссия. Холодные частицы, наоборот, поглощают электроны из плазмы, заряжаются отрицательно и уменьшают концентрацию сво-

бодных электронов. Заряд пылевых частиц может быть также иницирован радиоактивностью материала частиц, или внешним источником радиации. В лабораторных условиях пылевая плазма была впервые обнаружена Лэнгмюром еще в 1920-х годах. Однако ее активное исследование началось лишь в последние десятилетия в связи с целым рядом приложений, таких как электрофизика и электродинамика продуктов сгорания ракетных топлив, электрофизика рабочего тела магнетогидродинамических генераторов на твердом топливе, физика пылегазовых облаков в атмосфере [1–3]. Пыль и пылевая плазма широко распространены в космосе. Они обнаружены в планетных кольцах, хвостах комет, в межпланетных и межзвездных облаках [4]. Пылевая плазма обнаружена также вблизи искусственных спутников Земли и в пристеночной области термоядерных установок с магнитным удержанием.