

А. Т. БАЙМАНКУЛОВ, Г. И. МАХАНБЕТОВА

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МНОГОСЛОЙНОГО ГРУНТА

Экспериментальное и численное определение коэффициента теплопроводности является самостоятельной задачей современной теории геокриологии. Проблемы и теоретические основы кондуктивного распространения тепла описаны в основополагающих работах [1, 2]. В работах [3, 4] было изучено распространение тепла и влаги в многослойных грунтах, а в работах [5, 6] теоретические вопросы определения коэффициента теплопроводности грунта. В настоящей работе описан алгоритм, с помощью которого определяется коэффициент теплопроводности однородного грунта.

1. Постановка задачи. В области $Q = (0, H) \times (0, T)$, $z \in (0, H)$, $t \in (0, T)$ изучается задача

$$\gamma_0 C \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right), \quad (1)$$

$$\theta|_{z=0} = T_1,$$

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H} + \alpha(\theta_1(t) - T_b) \Big|_{z=H} = 0, \quad (2)$$

$$\theta|_{t=0} = \theta_0(z), \quad 0 \leq z \leq H. \quad (3)$$

Требуется определить коэффициент теплопроводности λ , используя условие

$$\theta|_{z=H} = \theta_1(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (4)$$

Для того чтобы решить поставленную задачу, в работе [8] нами была предложена приближенная задача для температуры и сопряженная задача, которая определяется приближенным значением коэффициента теплопроводности. Приближенная задача имеет вид:

$$\gamma_0 c Y_{i,\bar{z}}^{j+1} = (\lambda Y_{i,z}^{j+1})_{\bar{z}}, \quad (5)$$

$$Y_0^{j+1} = T_1, \quad \lambda Y_{N,\bar{z}}^{j+1} + \alpha(Y_N^{j+1} - T_b) = 0, \\ Y_i^0 = \theta_0(z_i), \quad z_i = i * h; i = 0, 1, \dots, N, \quad (6)$$

где Y_i^{j+1} – разностный аналог температуры $\theta(z_i, t_{j+1})$, $z_i = i * h$; $t_{j+1} = (j + 1)\Delta t$. Причем

$$h = \frac{H}{N}, \quad \Delta t = \frac{T}{m}$$

– соответственно шаги по пространственным координатам и по времени. В дальнейшем будем пользоваться обозначениями

Таблица 1.

Наименование	ρ , кг/м ³	λ , вт/(м·град)	C , кдж/(кг·град)	$a \cdot 10^3$, м ² /сек
Глина	1850	1,035	1,089	0,051
Сахарный песок	1600	0,582	1,256	0,278
Земля влажная	1700	0,657	2,01	0,192

Температура внешней среды меняется в зависимости от времени. Задавая максимальную и минимальную температуру в сутки, в качестве температуры внешней среды взята, приближенная формула

$$T_b(t) = \frac{Tb \max + Tb \min}{2} + \frac{Tb \max - Tb \min}{2} \sin \frac{t\pi}{12}.$$

Рис. 1. Приближенная температура грунта на поверхности земли. Температура грунта на поверхности земли: первый ряд – точное значение, второй – через 100 итерации, третий ряд – через 200 итерации

ниями $Y_i^{j+1} = Y$, $Y_i^j = \bar{Y}$. Задача (5)–(7) изучается в сеточной области

$$Q_N^m = \{z_i = i * h; t_j = j * \Delta t; i = 0, 1, 2, \dots, N; j = 0, 1, 2, \dots, m\}$$

Сопряженная задача

$$\gamma_0 c U_{\bar{z}} + (\lambda \bar{U}_z)_{\bar{z}} = 0, \quad U_i^m = 0, \quad \bar{U}_o^j = 0, \\ \lambda \bar{U}_{N,\bar{z}}^j = -2(Y_N^{j+1} - \theta_1(t_{j+1})).$$

Алгоритм решения поставленной задачи приведен в работе [6].

Численный эксперимент. Чтобы убедиться в правильности теоретических выводов проводились численные расчеты для трехслойного грунта: влажная земля – сахарный песок-глина. Толщина каждого слоя соответственно равна 20, 20 и 100 см. Слои расположены в перечисленном порядке. Ось Oz направлены снизу вверх, поэтому в программе и рисунках слои расположены в обратном порядке. Характеристики влажной земли, сахарного песка и глины взяты из работ [7, 8], т. е. взяты следующие физические характеристика изучаемого грунта.

Здесь $Tb \max$ – дневная температура воздуха, $Tb \min$ – ночная температура воздуха. В численных экспериментах взяли следующие данные для температуры воздуха: $Tb \max = 21$ градусов, $Tb \min = 11$ градусов выше нуля. Шаг по пространственным переменным $\Delta z = 0,001$ метр, а шаг по времени $\Delta t = 0,1$ час. Ниже приводятся результаты проведенных численных экспериментов.

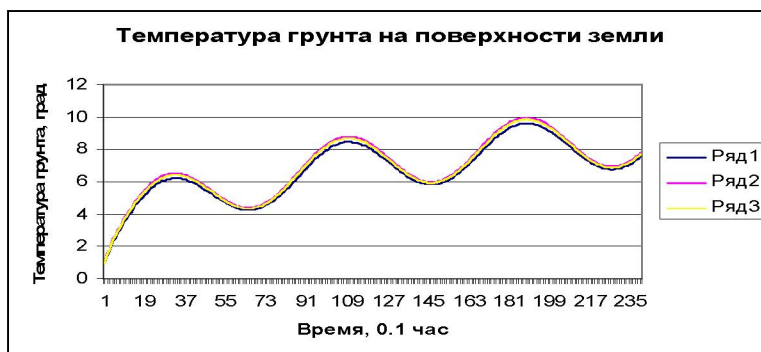


Таблица 2. Максимальное отклонение приближенного значения температуры от точного значения температуры грунта на поверхности земли

Количество итераций	100	200	300	400	500	600	700
Максимальное отклонение	0,2142	0,1478	0,1114	0,0965	0,0678	0,0528	0,0404



Рис. 2. Зависимость максимальной погрешности отклонения температуры грунта на поверхности земли от количества итерации



Рис. 3. Изменение значения функционала в зависимости от количества итерации

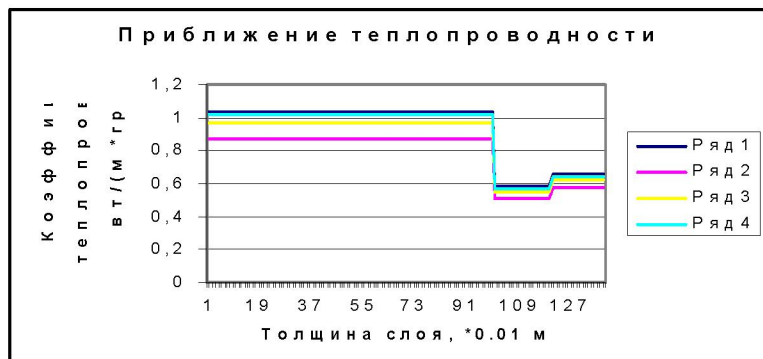


Рис. 4. Динамика приближений коэффициента теплопроводности. Первый ряд – точное значения коэффициента теплопроводности, 2 – через 100 итераций, 3 – через 500 итераций, 4 – через 1000 итераций

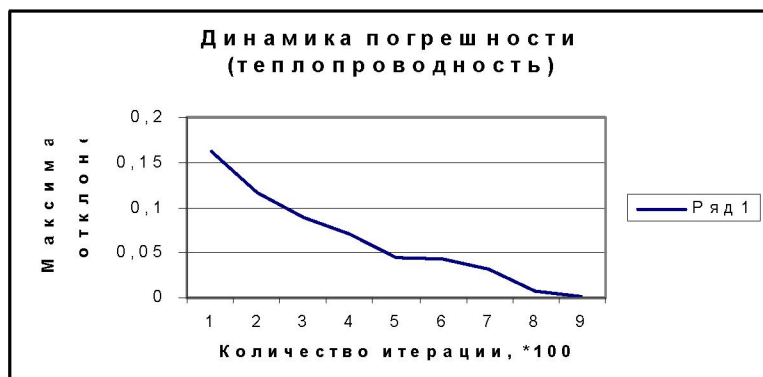


Рис. 5. Зависимость максимальной погрешности коэффициента теплопроводности от количества итерации

Подобранный коэффициент итерационного процесса: для первого слоя $\beta_k = 0,079/(k+1)$, для второго $\beta_k = 0,14/(k+1)$, для третьего $\beta_k = 0,0055/(k+1)$, где k – номер итерации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мартынов Г.А. Тепло- и влагоперенос в промерзающих и оттаивающих грунтах. Основы геокриологии (мерзлотоведения). М., 1959 / Под ред. Н. А. Цытович. Гл. VI. С. 153-192.
2. Чудновский А.Ф. Теплообмен в дисперсных средах. М.: Гостехиздат, 1954. 444 с.
3. Адамов А.А. Процессы протаивания грунта // Доклады НАН РК. 2007. №1. С. 16-19.
4. Жумагулов Б.Т., Рысбайұлы Б., Адамов А.А. Сходимость разностной схемы для обобщенной задачи Стефана конвективного распространения влаги // Вестник НАН РК. 2007. №5. С. 30-41.
5. Рысбайұлы Б., Байманкулов А.Т., Маханбетова Г.И. Обратная задача кондуктивного распространения тепла в однородной среде // Вестник НАН РК. 2008. №1. С. 11-13.

6. Рысбайұлы Б., Маханбетова Г.И. Разностная схема для обратной задачи кондуктивного распространения тепла в однородной среде // ДАН РК. 2008. №1. С. 15-18.

7. Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача. Высшая школа, 1985. 497 с.

8. Справочник машиностроителя. М.: Изд-во машиностроительной литературы. 1956. Т. 2.

Резюме

Үш қабатты топырақ қыртысының жылу өткізгіш-тігін табу есебі қарастырылады. Итерациялық тәсілді пайдалана отырып құрылған программамен есептеулер жүргізіліп, оның нәтижелері графиктер және таблица түрінде келтіріледі, оларға қысқаша талдау жасалады.

Summary

This work considers the problem of definition coefficient of heat conductivity of a three-layer ground. The program made on the basis of an iterative method, numerical calculations was carried out. Results of the calculations were issued in the form of the schedule and tables; the short analysis of results was given.

Поступила 5.12.08г.