

А. Е. РОГОВ, Е. Е. ЖАТКАНБАЕВ

К ТЕОРИИ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ДОБЫЧЕ УРАНА СПОСОБОМ ПОДЗЕМНОГО СКВАЖИННОГО ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ

Выведена новая формула для вычисления зависимости времени диффузионного растворения металлов от влияющих факторов: среднего размера куска руды, коэффициента диффузии, коэффициента извлечения металла при его выщелачивании. Показано, что наиболее сильно на время диффузионного выщелачивания металла влияет размер куска руды, и оно пропорционально квадрату линейного размера куска.

1. Время диффузионного растворения урана при подземном скважинном выщелачивании.

При ПСВ урана из продуктивных пластов процесс складывается из двух составляющих:

- диффузионное растворение урана в реагенте;
- фильтрационный перенос его в пористой среде продуктивного пласта.

Если время первого процесса обозначим через t_o , а второго через t_ϕ , то идеальным будет процесс ПСВ при равенстве этих периодов, т.е. $t_o = t_\phi$.

В действительности могут быть и другие исходы, когда $t_o > t_\phi$ или $t_o < t_\phi$. При этом общее время процесса ПСВ определяется большим из двух значений. В этом разделе мы рассмотрим только время диффузионного растворения t_o .

В соответствии с [1] второй закон диффузии Фика запишем в виде дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D_x \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right), \quad (1)$$

где $C(x, y, z, t)$ – искомая функция распределения вещества в пространстве по времени t ; D_x, D_y, D_z – коэффициенты диффузии по координатам x, y, z .

Для таких исследований наибольший интерес представляет одномерный (линейный) закон диффузии, который описывается уравнением:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}. \quad (2)$$

Следует искать решение (2) в виде функции $C(x, t)$ при следующих граничных условиях:

$$C(x, t) = C_o \text{ при } 0 < x < \ell \text{ и } t = 0;$$

$$C(x, t) = 0 \text{ при } x = \ell, x = 0, t > 0,$$

где C_o – исходная концентрация урана, т/см³; $C(x, t)$ – текущая концентрация урана по оси x за время t ; ℓ – размер куска руды, см; t – время диффузии, сут.

Имеется решение такого уравнения [1] в виде бесконечного ряда:

$$C(x, t) = \frac{4C_o}{\pi} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{2j+1} Csch \left(\frac{2j+1}{x} \right) \times \exp \left\{ - \left[(2j+1) \frac{\pi}{x} \right]^2 D_{\pi} \cdot t \right\}. \quad (3)$$

Если положить, что в относительных единицах $C_o = 1$, а $C_{\text{пр}} = 0,75$, т.е. конечное значение диффундирующего урана (растворения) до 75 %, то можно получить простейшее решение, ограничившись первым членом быстро убывающего ряда (3):

$$\frac{C_{\text{пр}}}{C_o} = \frac{8}{\pi^2} \exp \left(- \frac{\pi^2 D_{\pi} \cdot t}{\ell^2} \right). \quad (4)$$

При заданном $D_{\pi} \cong 0,864 \cdot 10^{-3}$ см²/сут и (4) находим время диффузионного выщелачивания урана:

$$t_o = \frac{\ell^2 \cdot \ln \frac{8C_o}{C_{\text{пр}} \cdot \pi^2}}{\pi^2 \cdot D_{\pi}}, \text{ сут}, \quad (5)$$

где ℓ – средний диаметр куска руды, см; $C_o = 1$ и $C_{\text{пр}} \cong 0,7 \div 0,75$ – относительные единицы содержания металла в руде и извлечения его из руды; D_{π} – эффективный коэффициент диффузии, м²/сут, для металлов

$$D_{\pi} \cong 0,864 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{сут}.$$

Анализ формулы (5) показывает, что она обладает некоторыми недостатками. Первое – $C_{\text{пр}} \cong 0,7 \div 0,75$, т.е. весьма узкий, хотя и практически правильный диапазон изменения коэффициента извлечения металла. Второе – при увеличении $C_{\text{пр}}$ от 0,7 до 0,75 время t_o будет уменьшаться, что является противоречием.

Исходя из этих замечаний, запишем формулу (5) в виде:

$$t_{\delta} = \frac{\ell^2 \cdot \ln \alpha \frac{8C_o}{C_{np} \cdot \pi^2}}{\pi^2 \cdot D_{п}}, \text{ сут,} \quad (6)$$

где α – некоторый параметр, $\ell > 0$, который определяется статистическим путем или экспериментально по схеме.

Для определения α принимаем $C_{np} = 0,7$, тогда формулу (6) запишем:

$$t_{\delta} = \frac{\ell^2 \cdot \ln(\alpha \cdot 1,159)}{\pi^2 \cdot D_{п}}. \quad (7)$$

Из уравнения (7) имеем:

$$\ln(1,159 \cdot \alpha) = \frac{t_{\delta} \cdot \pi^2 \cdot D_{п}}{\ell^2}. \quad (8)$$

Из уравнения (8) легко определить искомый параметр α из уравнения:

$$\alpha = \frac{1}{1,159} e^{\frac{t_{\delta} \cdot \pi^2 \cdot D_{п}}{\ell^2}}. \quad (9)$$

Следовательно, если известно время диффузионного растворения t_{δ} и размер куска ℓ , то по формуле (9) легко подсчитать параметр α .

Например, для руды месторождения Тохтазан имеем: $\ell = 2$ см, $D_{п} = 0,864 \cdot 10^{-3}$ см²/сут, $t_{\delta} = 36$ сут.

$$\alpha = \frac{1}{1,159} \exp\left(\frac{36 \cdot \pi^2 \cdot 0,864}{4 \cdot 10^3}\right) = \frac{1,079}{1,159} = 0,93.$$

Следовательно, для условий руды месторождения Тохтазан имеем уравнение:

$$t_{\delta} = \frac{\ell^2 \cdot \ln 0,93 \frac{8 \cdot C_o}{C_{np} \cdot \pi^2}}{\pi^2 \cdot D_{п}}, \text{ сут.} \quad (10)$$

Кроме того, величину α можно рассчитать, если известна функция извлечения металла $\varepsilon(t)$ в виде:

$$\varepsilon(t) = 1 - \frac{1}{e^{C_1 t_{\delta}}}, \quad (11)$$

где C_1 – параметр, определяемый статистически.

Из рассмотренного можно сделать выводы:
– выведена новая формула (5) для вычисления зависимости времени диффузионного растворения металлов от влияющих факторов:

среднего размера куска руды ℓ , коэффициента диффузии $D_{п}$, коэффициента извлечения металла C_{np} при его выщелачивании.

– наиболее сильно на время диффузионного выщелачивания t_{δ} металла влияет размер куска руды и оно пропорционально квадрату линейного размера куска.

2. Методические положения расчетов времени диффузионного растворения металлов при подземном выщелачивании.

Для проектирования технологических систем подземного выщелачивания (ПСВ) металлов одним из главных параметров является время диффузионного растворения и извлечения конкретного металла до проектного значения коэффициента извлечения. Диффузионное растворение металлов достаточно теоретически освещено в известной монографии П. Шьюмона [1] и других работах. Однако до сих пор нет достаточно надежных аналитических методов, позволяющих определить время растворения металлов в функции от основных влияющих факторов.

Будем следовать П. Шьюмону [1] и искать расчетные модели для определения времени диффузионного растворения металла для идеальных форм рудного или иного сырья, из которого сооружают штабеля для КВ.

Рассмотрим дифференциальное уравнение второго закона Фика при одномерной диффузии, например, в пластине:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (12)$$

где $C(x, t)$ – концентрация вещества C как функция одной координаты x и времени t ; $D_{п}$ – эффективный коэффициент диффузии.

Если принять, что $D_{п}$ не зависит от времени и от координаты x , то известно решение (12) в виде бесконечного сходящегося ряда:

$$C(x, t) = \frac{4C_o}{\pi} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{2j+1} Csch\left(\frac{2j+1}{h}\right) \times \\ \times \exp\left\{-\left[(2j+1)\frac{\pi}{h}\right]^2 D_{п} \cdot t\right\}, \quad (13)$$

где $Cschx = \frac{2}{e^x - e^{-x}}$; C_o – начальная концентрация металла в пластине – h ; x – глубина диффузии.

При выщелачивании практически невозможно определить концентрацию полезного компонента – металла на различной глубине куска руды. Для получения общего количества выщелоченного металла необходимо знать среднюю концентрацию металла \bar{C} в пластине толщиной h . Для этого необходимо взять интеграл от функции (13) по h в виде:

$$\bar{C}(t) = \frac{1}{h} \int_0^h C(x, t) \cdot dx. \quad (14)$$

Подставляя в (14) значение $C(x, t)$ (13), после интегрирования и необходимых преобразований получим новый ряд:

$$\bar{C}(t) = \frac{8C_o}{\pi^2} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^2} \exp\left\{-\left[\frac{(2j+1)\pi}{h}\right]^2 D_{\text{п}} \cdot t\right\}. \quad (15)$$

Рассмотрим функцию ряда $\bar{C}(t)$ до 3-го члена включительно, тогда получим:

$$\begin{aligned} \bar{C}(t) &= \frac{8C_o}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{h^2}\right) D_{\text{п}} \cdot t + \\ &+ \frac{1}{9} \exp\left(-\frac{9\pi^2}{h^2}\right) D_{\text{п}} \cdot t + \\ &+ \frac{1}{25} \exp\left(-\frac{25\pi^2}{h^2}\right) D_{\text{п}} \cdot t + \\ &+ \frac{1}{49} \exp\left(-\frac{49\pi^2}{h^2}\right) D_{\text{п}} \cdot t + \dots \end{aligned} \quad (16)$$

С погрешностью не более 3 % можно из (16) записать уравнение:

$$\bar{C}_{\text{пр}}(t) = \frac{11,2C_o}{\pi^2} \exp\frac{\pi^2 D_{\text{п}} \cdot t}{h^2}. \quad (17)$$

Решая уравнение (17) относительно времени t выщелачивания до $\bar{C}_{\text{пр}}$, получим:

$$t_{\delta} = \frac{h^2 \cdot \ln \frac{11,2C_o}{\bar{C}_{\text{пр}} \cdot \pi^2}}{\pi^2 \cdot D_{\text{п}}}, \text{ сут.} \quad (18)$$

где h измеряется в сантиметрах; $D_{\text{п}}$ измеряется в см²/сут; C_o и $\bar{C}_{\text{пр}}$ – измеряются в относительных единицах, поэтому $C_o = 1$, а $\bar{C}_{\text{пр}}$ равно проектному коэффициенту извлечения металла из руды, т.е. $\bar{C}_{\text{пр}} = \epsilon_{\text{п}}$.

Формула (18) является основополагающей для определения времени диффузионного растворения металла при ПСВ металла, в частности урана.

Рассмотрим численный пример.

Пусть дано: $h = 2$ см, $C_{\text{пр}} = 0,7$, $D_{\text{п}} = 0,864 \cdot 10^{-3}$ см²/сут. [1], тогда:

$$t_{\delta} = \frac{4 \cdot \ln \frac{11,2 \cdot 1}{0,7 \cdot \pi^2}}{\pi^2 \cdot 0,864 \cdot 10^{-3}} = 227 \text{ суток.}$$

Если, например, крупность кусков породы уменьшить вдвое, т.е. $h = 1$ см, то время сократится в четыре раза и составит $t_{\delta} = 57$ суток, а при $h = 0,5$ см всего 14 суток. Из этого простого примера следует, что размер куска в продуктивном пласте является главным показателем при технологии ПСВ.

Рассмотрим также решение задачи определения времени диффузионного растворения для шара с радиусом r , см. В сферической системе координат второй закон Фика имеет вид [1]:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial C}{\partial t} = 0.$$

Известно решение этого уравнения для малых времен в виде для среднего значения $\bar{C}(r)$:

$$\bar{C} = \frac{1}{r} \int_0^r F(r) \cdot dr = C_o \exp\left[-\left(\frac{t}{r}\right)^{3/2}\right], \quad (19)$$

где

$$r \approx \frac{r_e^2}{2D_{\text{п}}} \left(\frac{C_{\text{пр}}}{C_o}\right)^{1/3}. \quad (20)$$

Подставляя (20) в уравнение (19) и решая его относительно времени t_{δ} , получим для шара:

$$t_{\delta} = \frac{r_e^2}{2D_{\text{п}}} \sqrt[3]{\frac{C_{\text{пр}}}{C_o}} \cdot \sqrt[3]{\left(\ln \frac{C_o}{C_{\text{пр}}}\right)^2}, \text{ сут.} \quad (21)$$

или иначе

$$t_{\delta} = \frac{r_e^2}{2D_{\text{п}}} \left(\frac{C_{\text{пр}}}{C_o}\right)^{1/3} \cdot \left(\ln \frac{C_o}{C_{\text{пр}}}\right)^{2/3}. \quad (22)$$

Сопоставим теперь численные значения для пластины (18) и шара (22) для только что рассмотренного примера.

По формуле (22) имеем при $\ell = 2$ см, тогда $r = 1$ см:

$$t_{\partial} = \frac{1}{2 \cdot 0,864 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{0,7}{1} \right)^{\frac{1}{3}} \times \\ \times \left(\ln \frac{1}{0,7} \right)^{\frac{2}{3}} = 256 \text{ суток.}$$

При $r = 0,5$ см – $t_{\partial} = 64$ сут; и при $r = 0,2$ см – $t_{\partial} = 16$ суток.

Из приведенных данных следует, что формулы (8) и (20) дают практически одинаковый результат.

Полученные путем теоретического анализа фундаментальные формулы для вычисления времени диффузионного растворения или выщелачивания металлов рекомендуются для практических расчетов при проектировании и управлении ТС ПСВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Диффузия в твердых телах [Текст]: Шьюмон П. М.: Недра, 1968. 320 с. 2000 экз. (в пер.).

Резюме

Металдың диффузиялық еру уақытын әртүрлі факторлардың (руда кесектерінің орташа мөлшері, диффузия коэффициенті және металды шаймалағандағы оның шығу коэффициенті) тәуелділігін есептейтін жаңа формула шығарылған. Металдың диффузиялық шаймалау уақытына руда кесектерінің мөлшері аса қатты әсер ететіні көрсетілген. Металдың диффузиялық шаймалау уақыты руда кесегінің сызықты мөлшерінің квадратына пропорционалды.

Summary

New formula for calculation of dependence of time of diffusive dissolution of metals from average size of piece of ore, factor of diffusion and factor of extraction of metal at its lixiviation is removed. It is shown, that on time of diffusive lixiviation of metal size of piece of ore most powerfully influences, that is proportional to square of linear size of piece.

УДК 622.77

Поступила 16.01.09г.