**N E W S**
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
**PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**
ISSN 1991-346X
Volume 4, Number 302 (2015), 284 – 290

UDC 517.929

# ABOUT SPECTRAL PROPERTIES OF A TASK OF NEUMANN FOR ONE CLASS OF THE EQUATIONS WITH THE DEVIATING ARGUMENT

**Besbaev G.A., Imanbayeva A.B., Shaldanbayev A.Sh.**
YuKGU of M. Auyezov, Shymkent, Tauke-hana 5
shaldanbaev51@mail.ru

**Key words:** spektr, completeness, own vectors.

**Abstract.** Work is devoted to studying of spectral properties of one operator generated by the differential equation with the deviating argument, overpopulation of own vectors of a task of Neumann for this operator is shown.

УДК 517.929

# О СПЕКТРАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ ЗАДАЧИ НЕЙМАНА ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА УРАВНЕНИЙ С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ

**Бесбаев Г.А., Иманбаева А.Б, Шалданбаев А.Ш.**
ЮКГУ им. М.Ауезова, г. Шымкент, Тауке-хана 5

**Ключевые слова:**спектр,полнота, собственные векторы.

**Аннотация.** Работа посвящена к изучению спектральных свойств одного оператора порожденного дифференциальным уравнением с отклоняющимся аргументом, показана переполненность собственных векторов задачи Неймана для этого оператора.

## 1. Введение

**Постановка задачи.** Начиная, с 1999 года, в ЮКГУ имени М.О Ауезова, под руководством академика АН РК Кальменова Т.Ш, проводятся исследования по спектральной теории одного класса функционально- дифференциальных операторов.Не полный перечень, списка этих работ, [1-23] приведен ниже.Мы начали свои исследования с самого простейшего функционально-дифференциального оператора первого порядка [1-3],результаты этих исследований нашли приложения к волновым операторам [4-7], оператору теплопроводности [7-14], и некорректным задачам в [15-16]. Результаты работ [1-3],были перенесены на операторы с интегро-дифференциальным возмущением в [17], в работах [18-19] были продолжены исследования начатые в [6].Некоторая часть результатов ,выше названных работ, апробированы на международных конференциях [20-23].Настоящая работа отличается от ,выше перечисленных, не обычным видом граничного условия,в этой работе дифференциальный порядок граничного условия совпадает с порядком самого оператора,отметим ,что задачи такого рода встречаются в реальных физических проблемах [24].

Рассмотрим в пространстве $L^2(0,1)$ следующий линейный оператор

$$L_0 y(x) = y'(1-x),\ D(L_0) = C_0^\infty(0,1).$$

Нетрудно заметить, что этот оператор является симметрическим, поэтому можно ставить задачу о расширении этого оператора [24-28]. Одним из таких расширений является следующий оператор

$$Lu(x) = u'(1-x),\ u(x) \in C^1[0,1], \qquad (1)$$

$$u'(0) = 0. \qquad (2)$$

Целью работы является изучение спектральных свойств оператора (1)-(2)

**2.Методы исследований**

Пусть $\Omega$ - открытая область в $n$ - мерном евклидовом пространстве $R^n$ и

$L^2(\Omega)$ - совокупность всех интегрируемых в квадрате функций на $\Omega$, т.е. $f \in L^2(\Omega)$, если $f$ - комплекснозначная измеримая от $x = (x_1, x_2, .., x_n) \in \Omega$, дл которой

$$\int_\Omega |f(x)|^2 dx \prec +\infty .$$

Определим норму следующим образом:

$$\|f(x)\|_{L^2(\Omega)} = \left( \int_\Omega |f(x)|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Конечно, мы отождествляем функции $f(x)$ и $g(x)$, если они совпадают почти всюду в $\Omega$.

Как известно, пространство $L^2(\Omega)$ является полным (теорема Рисса-Фишера), т.е. если $f_n \in L^2(\Omega)$ $(n = 1,2,...)$ и последовательность $\{f_n\}$- фундаментальна, иначе говоря, $\|f_n - f_m\|_{L^2} \to 0$ $(n, m \to \infty)$, то существует такая функция $f \in L^2(\Omega)$, что $\|f_n - f\|_{L^2} \to 0$ $(n \to \infty)$.

Будем говорить, что функций

$$\{\varphi_n(x)\}\ \left(где \varphi_n \in L^2(\Omega)\right),\ \text{n=1,2,...}$$

образуют ортонормальную систему, если они образуют ортогональную систему, т.е.

$$\int_\Omega \varphi_n(x)\overline{\varphi_m(x)}dx = 0,\ (n \neq m)$$

и удовлетворяют условию

$$\int_\Omega |\varphi_n(x)|^2 dx = 1,\ (n = 1,2,...).$$

Пусть функции $\{\varphi_n\}$ образуют ортонормальную систему. Рассмотрим разложение функции $f(x) \in L^2(\Omega)$ в ряд Фурье:

$$f(x) \sim c_1\varphi_1(x) + c_2\varphi_2(x) + ... + c_n\varphi_n(x) + ...,$$

где

$$c_n = \int_\Omega f(x)\varphi_n(x)dx.$$

Числа $c_n$ называются коэффициентами Фурье.

Будем называть ортонормальную систему $\{\varphi_n\}$ полной, если из равенств

$$\int_\Omega f(x)\overline{\varphi}_n(x)dx = 0,\ (n = 1,2,...)$$

для функции $f(x)$ из $L^2(\Omega)$ вытекает, что $f = 0$, т.е. $f(x) = 0$ почти всюду.

**Теорема 2.1 (Лебег).** Если функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ имеют одинаковые коэффициенты Фурье, то $f_1(x) = f_2(x)$ всюду кроме, быть может, множества меры нуль.

**Следствие 2.1.** Система, тригонометрических функций $\{1, \cos x, \sin x, .., \cos nx, \sin nx, ...\}$, полна в пространстве $L^2(0,2\pi)$.

**Следствие 2.2.** Система $\{\sin n\pi x\}$ $(n = 1,2,...)$ полна в пространстве $L^2(0,1)$.

Последним следствием мы воспользуемся в следующем подразделе настоящей работы. Эти сведения можно найти в [29].

### 3. Результаты исследований

**Теорема 3.1.** Оператор (1)-(2) имеет переполненную систему собственных векторов в пространстве $L^2(0,1)$,т.е. этот оператор имеет полную и ортогональную систему собственных векторов и еще одного собственного вектора,образно говоря,оператор имеет полную+1 систему собственных векторов.

**Доказательство.** Рассмотрим спектральную задачу

$$u'(1-x) = \lambda u(x), \qquad (1)$$

$$u'(0) = 0. \qquad (2)$$

Продифференцировав уравнения (1), имеем

$$-u''(1-x) = \lambda u'(x), \quad -u''(x) = \lambda u'(1-x) = \lambda^2 u(x).$$

Полагая в уравнении (1) $x = 1$, получим $u(1) = 0$ при $\lambda \neq 0$. Следовательно, любой собственный вектор, соответствующий ненулевому значению оператора (1)-(2) является собственным вектором задачи Штурма-Лиувилля:

$$-u''(x) = \lambda^2 u(x), \qquad (3)$$

$$u'(0) = 0, \; u(1) = 0. \qquad (4)$$

Общее решение (при $\lambda \neq 0$) уравнения (4) имеет вид

$$y(x) = A\cos\lambda x + B\frac{\sin\lambda x}{\lambda}, \; A, B - const. \qquad (5)$$

При $\lambda = 0$ имеем $y = Ax + B$, тогда из граничного условия (4) получим $y'(0) = A = 0$, $y = B = y(1) = 0$, $\Rightarrow y(x) \equiv 0$;

Подставив (5) в (4), имеем

$$y'(0) = \left[-\lambda A\sin\lambda x + B\cos\lambda x\right]_{x=0} = B = 0, \Rightarrow y = A\cos\lambda x;$$

$$y(1) = A\cos\lambda = 0, \Rightarrow \lambda = n\pi + \frac{\pi}{2}, \; n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

Таким образом, мы нашли собственных значений и собственных векторов спектральной задачи (3)-(4). Несложно заметить, что $y_{-n}(x) = \cos\left(-n\pi + \frac{\pi}{2}\right)x = \cos\left(n\pi - \frac{\pi}{2}\right)x = y_{n-1}(x)$ при $n = 1,2,...$, поэтому отрицательные индексы не дают новых собственных векторов, а это значит, что можно ограничится лишь неотрицательными индексами $n = 0,1,2,...$.

Задача (3)-(4) самосопряженная, поэтому ее собственные функций соответствующие, различным собственным значениям ортогональны.

Покажем полноту найденных собственных векторов (функций). Пусть, для, некоторой функции $f(x) \in L^2(0,1)$,и для всех индексов $n = 1,2,...$ имеет место равенства

$$\int_0^1 f(x)\cos\left(n\pi + \frac{\pi}{2}\right)x dx = 0, \; (n = 1,2,...).$$

Тогда

$$\int_0^1 f(x)\cos\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)xdx=\int_0^1 f(x)\left[\cos n\pi x\cos\frac{\pi x}{2}-\sin n\pi x\sin\frac{\pi x}{2}\right]dx=0,\ n=0,1,2,...$$

$$\int_0^1 f(x)\cos\left(n\pi-\frac{\pi}{2}\right)xdx=\int_0^1 f(x)\left[\cos n\pi x\cos\frac{\pi x}{2}+\sin n\pi x\sin\frac{\pi x}{2}\right]dx=0,\ n=1,2,\dots.$$

Сложив этих формул, имеем

$$\int_0^1 f(x)\cos\frac{\pi x}{2}\cos n\pi x dx=0,\ (n=0,1,2,...).$$

Отнявь, со второй формулы первую формулу, получим

$$\int_0^1 f(x)\sin\frac{\pi x}{2}\sin n\pi x dx=0,\ (n=1,2,...).$$

В силу полноты систем $\{\cos n\pi x\}$ $(n=0,1,2,...)$, $\{\sin n\pi x\}$ $(n=1,2,...)$ в пространстве $L^2(0,1)$ выводим, что

$$f(x)\cos\frac{\pi x}{2}=0,\ f(x)\sin\frac{\pi x}{2}=0$$

почти всюду в $(0,1)$. Возведя, в квадрат и сложив полученных результатов, получим, что $f^2(x)=0$ почти всюду в интервале $(0,1)$.

Нам остается показать, что найденные собственные векторы являются собственными векторами и исходной задачи. Это делается с помощью прямых вычислений. Найденные собственные векторы имеют вид

$$y_n(x)=\cos\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)x,\ (n=0,1,2,...).$$

Продифференцировав, эту формулу, получим

$$y_n^{/}(x)=-\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)x,\ (n=0,1,2,...).$$

С другой стороны

$$y_n(1-x)=\cos\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)(1-x)=\cos\left[\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)-\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)x\right]=\cos\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)x+$$

$$\sin\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)x=\sin\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)x=(-1)^n\sin\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)x,\Rightarrow$$

$$(-1)^{n+1}y_n(1-x)=-\sin\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)x,$$

$$\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)(-1)^{n+1}y_n(1-x)=-\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)x=y_n^{/}(x).$$

В итоге мы получим, что

$$\begin{cases} y_n^{/}(x)=(-1)^{n+1}\left(n\pi+\frac{\pi}{2}\right)y_n(1-x), \\ y_n^{/}(0)=0. \end{cases}$$

Следовательно, оператор (1)-(2) имеет полную и ортогональную систему собственных векторов, кроме того, любая константа является собственным вектором этого оператора. Теорема доказана.

**4.Выводы.** Повышение дифференциального порядка граничного условия могут порождать не желательных эффектов,вроде,переполнености собственных векторов,что говорить о не корректности соответствующих краевых задач.

**ЛИТЕРАТУРА**

[1] Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш. О полноте собственных векторов задачи Коши,Наука и образование Южного Казахстана, Шымкент, №27, 2002, С.58-62.

[2] Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш. О полноте собственных векторов периодической и антипериодической задачи,Наука и образование ЮК, Шымкент, 2003, № 34, С. 25-31.

[3] Кальменов Т.Ш., Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш. К спектральной теории уравнений с отклоняющимся аргументом,Математический журнал, Алматы, 2004, Т. 4, №3(13), С. 41-48.

[4] Кальменов Т.Ш.,Спабекова Г.М., Шалданбаев А.Ш.Корректность смешанной задачи Коши для уравнения Лапласа с отклоняющимся аргументом, Наука и образование Южного Казахстана, серия экономика, мат., инф., физика, 2004. -№4(39), С.132-137.

[5] Кальменов Т.Ш.,Спабекова Г.М., Шалданбаев А.Ш.О методе Фурье для задачи Гурса,Наука и образование Южного Казахстана, серия экономика, мат., инф., физика, 2004, №4(39), С.128-131.

[6] Кальменов Т.Ш.,Спабекова Г.М., Шалданбаев А.Ш.Дифференциальные уравнения на окружности с отклоняющимся аргументом,Наука и образование Южного Казахстана,серия экономика,мат.,инф.,физика,2004,№4(39),С.122-127.

[7] Ахметова С.Т. О задаче Бицадзе-Самарского для волнового уравнения, Математический журнал, 2003, т. 3, №2 (8), С. 15-18.

[8] Шалданбаев А.Ш., Шоманбаева М.Т. О сильной разрешимости смешанной задачи с условием Дирихле для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом, «Наука и образование Южного Казахстана», ЮКГУ им.М.Ауезова, 2006, №10(59), С.133-136.

[9] Шалданбаев А.Ш., Шоманбаева М.Т. О сильной разрешимости смешанной задачи для уравнения теплопроводности,«Наука и образование Южного Казахстана», ЮКГУ им.М.Ауезова, 2005, №6(46), С.120-122.

[10] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш., Шоманбаева М.Т. О влиянии младшего члена на сильную разрешимость периодической задачи для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом, Математический журнал, 2008,том 8,№27,С.40-40 .

[11] Рустемова К.Ж. О спектральных свойствах возмущенного оператора теплопроводности,Вестник НАН РК, №5, г. Алматы, сентябрь-октябрь 2010г.

[12] Шоманбаева М.Т. О базисности собственных функций уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом,«Поиск», г.Алматы, №2, 2006 г.

[13] Шоманбаева М.Т. О задаче Неймана для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом,«Поиск», г.Алматы, №3, 2006 г.

[14] Шалданбаев А.Ш., Шоманбаева М.Т. О природе спектра оператора Коши- Неймана для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом, «Наука и образование Южного Казахстана», ЮКГУ им.М.Ауезова, 2006 г.

[15] Кальменов Т.Ш.,Шалданбаев А.Ш. Об одном рекуррентном методе решения сингулярно сингулярно возмущенной задачи Коши для уравнения второго порядка,Математические труды, г.Новосибирск, 2010, т.13, №2, с. 128-138.

[16] Kalmenov T.Sh.,A.Sh.Shaldanbaev. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction,Iournal of Jnverse and ill- posed problems,2010,v.18,№4,pp.352-369.

[17] Рустемова К.Ж.О базисности корневых векторов для интегро-дифференциального уравнения с отклоняющимся аргументом,Научный журнал ПОИСК, серия естеств. и технических наук, №1, г. Алматы, март 2009г,с.164-166.

[18] Шалданбаев А.Ш., Рустемова К.Ж. О задаче Коши для уравнения первого порядка с отклоняющимся аргументом. Научный журнал ПОИСК, серия естественных и технических наук, №4, г. Алматы, октябрь 2009г, с. 199-204.

[19] Шалданбаев А.Ш., Рустемова К.Ж. О периодической задаче для уравнения первого порядка с отклоняющимся аргументом. Научный журнал ПОИСК, серия естественных и технических наук, №4, г. Алматы, октябрь 2009 ,с. 204-209.

[20] Ахметова С.Т. О базисности собственных векторов обобщенной спектральной задачи,Труды Международной конференции «Современные проблемы математики», Астана, 2002, С. 10-12.

[21] Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш. Об одной обобщенной спектральной задаче,Труды Международной научно-практической конференции «Ауезовские чтения-3», Шымкент, 2002, С. 178-181.

[22] Ахметова С.Т. К спектральной теории уравнений,Сборник трудов республиканской научной конференции «Дифференциальные уравнения и теория колебаний», Алматы, 2002, С.18-19.

[23] Рустемова К.Ж., Шалданбаева А.А.О периодической задаче для уравнения первого порядка с отклоняющимся аргументом,Труды Международной научно – практической конференции «Ауезовские чтения: М.Ауезов и актуальные проблемы казаховедения», Том 6, г. Шымкент, ЮКГУ им.М.О.Ауезова, 2008г, с. 88-90.

[24] Тихонов А.О краевых условиях,содержащих производные порядка,превышающего порядок уравнения,Математический сборник, Т.26(68),№1,1950 г,с.35-56.

[25] Нейман Дж. Математические основы квантовой механики,М.: Наука, 1964.

[26] Вишик М.И. Об общих краевых задачах для эллиптических дифференциальных уравнений,Труды ММО, 189, 1982, т.1 - 152с.

[27] Дезин А.А. Общие вопросы теории граничных задач,М.: Наука, 1980.

[28] Кальменов Т.Ш. Краевые задачи для линейных уравнений в частных производных гиперболического типа,Шымкент, Гылым, 1993.

[29] Мизохата С. Теория уравнений с частными производными,М.: Мир, 1977.

**REFERENCES**

[1] Ahmetova S.T., Shaldanbaev A.Sh. O polnote sobstvennyh vektorov zadachi Koshi,Nauka i obrazovanie Juzhnogo Kazahstana, Shymkent, №27, 2002, S.58-62.

[2] Ahmetova S.T., Shaldanbaev A.Sh. O polnote sobstvennyh vektorov periodicheskoj i antiperiodicheskoj zadachi,Nauka i obrazovanie JuK, Shymkent, 2003, № 34, S. 25-31.

[3] Kal'menov T.Sh., Ahmetova S.T., Shaldanbaev A.Sh. K spektral'noj teorii uravnenij s otklonjajushhimsja argumentom,Matematicheskij zhurnal, Almaty, 2004, T. 4, №3(13), S. 41-48.

[4] Kal'menov T.Sh.,Cpabekova G.M., Shaldanbaev A.Sh.Korrektnost' smeshannoj zadachi Koshi dlja uravnenija Laplasa s otklonjajushhimsja argumentom,Nauka i obrazovanie Juzhnogo Kazahstana,serija jekonomika,mat.,inf.,fizika,2004.-№4(39),C.132-137.

[5] Kal'menov T.Sh.,Cpabekova G.M., Shaldanbaev A.Sh.O metode Fur'e dlja zadachi Gursa,Nauka i obrazovanie Juzhnogo Kazahstana,serija jekonomika,mat.,inf.,fizika,2004,№4(39),C.128-131.

[6] Kal'menov T.Sh.,Cpabekova G.M., Shaldanbaev A.Sh.Differencial'nye uravnenija na okruzhnosti s otklonjajushhimsja argumentom,Nauka i obrazovanie Juzhnogo Kazahstana,serija jekonomika,mat.,inf.,fizika,2004,№4(39),C.122-127.

[7] Ahmetova S.T. O zadache Bicadze-Samarskogo dlja volnovogo uravnenija, Matematicheskij zhurnal, 2003, t. 3, №2 (8), S. 15-18.

[8] Shaldanbaev A.Sh., Shomanbaeva M.T. O sil'noj razreshimosti smeshannoj zadachi s usloviem Dirihle dlja uravnenija teploprovodnosti s otklonjajushhimsja argumentom,«Nauka i obrazovanie Juzhnogo Kazahstana», JuKGU im.M.Auezova, 2006,№10(59),C.133-136.

[9] Shaldanbaev A.Sh., Shomanbaeva M.T. O sil'noj razreshimosti smeshannoj zadachi dlja uravnenija teploprovodnosti,«Nauka i obrazovanie Juzhnogo Kazahstana», JuKGU im.M.Auezova, 2005,№6(46),C.120-122.

[10] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh., Shomanbaeva M.T. O vlijanii mladshego chlena na sil'nuju razreshimost' periodicheskoj zadachi dlja uravnenija teploprovodnosti s otklonjajushhimsja argumentom, Matematicheskij zhurnal, 2008,tom 8,№27,S.40-40 .

[11] Rustemova K.Zh. O spektral'nyh svojstvah vozmushhennogo operatora teploprovodnosti,Vestnik NAN RK, №5, g. Almaty, sentjabr'-oktjabr' 2010g.

[12] Shomanbaeva M.T. O bazisnosti sobstvennyh funkcij uravnenija teploprovodnosti s otklonjajushhimsja argumentom,«Poisk», g.Almaty, №2, 2006 g.

[13] Shomanbaeva M.T. O zadache Nejmana dlja uravnenija teploprovodnosti s otklonjajushhimsja argumentom,«Poisk», g.Almaty, №3, 2006 g.

[14] Shaldanbaev A.Sh., Shomanbaeva M.T. O prirode spektra operatora Koshi- Nejmana dlja uravnenija teploprovodnosti s otklonjajushhimsja argumentom, «Nauka i obrazovanie Juzhnogo Kazahstana», JuKGU im.M.Auezova, 2006 g.

[15] Kal'menov T.Sh.,Shaldanbaev A.Sh. Ob odnom rekurrentnom metode reshenija singuljarno singuljarno vozmushhennoj zadachi Koshi dlja uravnenija vtorogo porjadka,Matematicheskie trudy, g.Novosibirsk, 2010, t.13, №2, s. 128-138.

[16] Kalmenov T.Sh.,A.Sh.Shaldanbaev. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction,Iournal of Jnverse and ill- posed problems,2010,v.18,№4,pp.352-369.

[17] Rustemova K.Zh.O bazisnosti kornevyh vektorov dlja integro-differencial'nogo uravnenija s otklonjajushhimsja argumentom,Nauchnyj zhurnal POISK, serija estestv. i tehnicheskih nauk, №1, g. Almaty, mart 2009g,s.164-166.

[18] Shaldanbaev A.Sh., Rustemova K.Zh. O zadache Koshi dlja uravnenija pervogo porjadka s otklonjajushhimsja argumentom. Nauchnyj zhurnal POISK, serija estestvennyh i tehnicheskih nauk, №4, g. Almaty, oktjabr' 2009g, s. 199-204.

[19] Shaldanbaev A.Sh., Rustemova K.Zh. O periodicheskoj zadache dlja uravnenija pervogo porjadka s otklonjajushhimsja argumentom. Nauchnyj zhurnal POISK, serija estestvennyh i tehnicheskih nauk, №4, g. Almaty, oktjabr' 2009 ,s. 204-209.

[20] Ahmetova S.T. O bazisnosti sobstvennyh vektorov obobshhennoj spektral'noj zadachi,Trudy Mezhdunarodnoj konferencii «Sovremennye problemy matematiki», Astana, 2002, S. 10-12.

[21] Ahmetova S.T., Shaldanbaev A.Sh. Ob odnoj obobshhennoj spektral'noj zadache,Trudy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii «Auezovskie chtenija-3», Shymkent, 2002, S. 178-181.

[22] Ahmetova S.T. K spektral'noj teorii uravnenij,Sbornik trudov respublikanskoj nauchnoj konferencii «Differencial'nye uravnenija i teorija kolebanij», Almaty, 2002, S.18-19.

[23] Rustemova K.Zh., Shaldanbaeva A.A.O periodicheskoj zadache dlja uravnenija pervogo porjadka s otklonjajushhimsja argumentom,Trudy Mezhdunarodnoj nauchno – prakticheskoj konferencii «Auezovskie chtenija: M.Auezov i aktual'nye problemy kazahovedenija», Tom 6, g. Shymkent, JuKGU im.M.O.Auezova, 2008g, s. 88-90.

[24] Tihonov A.O kraevyh uslovijah,soderzhashhih proizvodnye porjadka,prevyshajushhego porjadok uravnenija,Matematicheskij sbornik, T.26(68),№1,1950 g,c.35-56.

[25] Nejman Dzh. Matematicheskie osnovy kvantovoj mehaniki,M.: Nauka, 1964.

[26] Vishik M.I. Ob obshhih kraevyh zadachah dlja jellipticheskih differencial'nyh uravnenij,Trudy MMO, 189, 1982, t.1 - 152s.

[27] Dezin A.A. Obshhie voprosy teorii granichnyh zadach,M.: Nauka, 1980.

[28] Kal'menov T.Sh. Kraevye zadachi dlja linejnyh uravnenij v chastnyh proizvodnyh giperbolicheskogo tipa,Shymkent, Gylym, 1993.

[29] Mizohata S. Teorija uravnenij s chastnymi proizvodnymi,M.: Mir, 1977.

**Аргументі ауытқыған теңдеулердің бір класы үшін қойылған Нейманның есебінің спектрәлдік қасиеттері**

**Бесбаев Г.А., Иманбаева А.Б., Шалданбаев А.Ш.**
ЮКГУ им. М.Ауезова, г. Шымкент, Тауке-хана 5

**Тірек сөздер:** спектр, толымдылық, меншікті векторлар.

**Аннотация.** Бұл, еңбек аргументі ауытқыған дифференциалдық теңдеуден туындаған, бір оператордың спектрәлдік қасиеттерін зерттеуге арналған,осы оператордың Нейман есебінің меншікті векторларының әсіре толымдылығы көрсетілген.

Авторы:
Бесбаев Г.А. – к.ф.-м.н.,декан высшей школы ИТиЭ Южно-Казахстанского государственного университета им. М.Ауезова, г. Шымкент.
Иманбаева А.Б– к.ф.-м.н.,доцент кафедры «Математические методы и моделирование» Южно-Казахстанского государственного университета им. М.Ауезова, г. Шымкент.
Шалданбаев Амир Шалданбаевич – д.ф.-м.н.,профессор кафедры «Математические методы и моделирование» Южно-Казахстанского государственного университета им. М.Ауезова, г. Шымкент.

**N E W S**
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
**PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**
ISSN 1991-346X
Volume 4, Number 302 (2015), 290 – 296

UDC 517.5

# CRITERIA OF A VOLTERROVOST OF CORRECT NARROWING OF THE OPERATOR OF DIFFERENTIATION

**Imanbayeva A.B., Besbaev G.A., Shaldanbayev A.Sh.**
YuKGU of M. O. Auezov, Shymkent
shaldanbaev51@mail.ru

**Key words:** operator.formula volterrovy narrowing sledov.teoriya.

**Abstract.** In work it is received criteria of a volterrovost of correct narrowing of the operator of differentiation:

$$A=\frac{d}{dx},\quad D(A)=\left\{y(x)\in W_2^1(0,1):y(0)=\int_0^1 y'(t)\overline{g(t)}dt,\ g(x)\in L_2(0,1)\right\}$$

The result is formulated in terms of function g (x).

УДК 517.5

# КРИТЕРИИ ВОЛЬТЕРРОВОСТИ КОРРЕКТНОГО СУЖЕНИЯ ОПЕРАТОРА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

**Иманбаева А.Б., Бесбаев Г.Б., Шалданбаев А.Ш.**
ЮКГУ им.М.О.Ауэзова,г.Шымкент

**Ключевые слова**: вольтерровый оператор.формулы следов.теория сужения.

**Аннотация.**В работе получен критерии вольтерровости корректного сужения оператора дифференцирования: