[17] Shaldanbaev A.Sh. Formuly sledov dlja periodicheskoj i antiperiodicheskoj zadach Shturma–Liuvillja,Vestnik MGU, Serija 1,Matematika-mehanika, 1982, №3,s. 6–11.
[18] Sadovnichij V.A,Podol'skij V.E.Sledy operatorov,Uspehi matematicheskih nauk,2006,t.61,vyp.5(371),c.89-148.
[19] Marchenko V.A. Operatory Shturma – Liuvillja i ih prilozhenija,Kiev, Naukova dumka, 1977, 332s.
[20] Levitan B.M. Obratnye zadachi Shturma – Liuvillja,M.: Nauka, 1984.

Жайлы тарылған дифференциалдау операторының вөлтерлі болуыныі үзілді кесілді шарты туралы

Иманбаева А.Б.,Бесбаев Г.А.,Шалданбаев А.Ш
ЮКГУ им.М.О.Ауэзова,г.Шымкент

Тірек сөздер: вөлтерлі оператор,іздер формуласы,тарылу теориясы.
Аннотация.Бұл жұмыста жайлы тарылған дифференциалдау операторының :

$$A=\frac{d}{dx},\quad D(A)=\left\{y(x)\in W_2^1(0,1): y(0)=\int_0^1 y'(t)\overline{g(t)}dt,\ g(x)\in L_2(0,1)\right\},$$

вөлтерлі болуының үзілді кесілді шарты табылған. Нәтижесі g(x) функциясы арқылы өрнектелеген.

Авторы:
Иманбаева А.Б– к.ф.-м.н.,доцент кафедры «Математические методы и моделирование» Южно-Казахстанского государственного университета им. М.Ауезова, г. Шымкент.
Бесбаев Г.А. – к.ф.-м.н.,декан высшей школы ИТиЭ Южно-Казахстанского государственного университета им. М.Ауезова, г. Шымкент.
Шалданбаев Амир Шалданбаевич – д.ф.-м.н.,профессор кафедры «Математические методы и моделирование» Южно-Казахстанского государственного университета им. М.Ауезова, г. Шымкент.

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 4, Number 302 (2015), 296 – 303

UDC 517.9

CRITERION OF SELF-CONJUGACY OF THE VOLTAIRE OPERATOR OF STORM- LIOUVILLE IN SPACE CRANE

Shaldanbaev A.SH., Imanbaeva A.B., Besbaev G.A.
YuKGU of M. Auyezov, Shymkent
shaldanbaev51@mail.ru

Key words:prostranstvo Crane, the voltterrovy operator, self-conjugacy on an indefinite metrics, the operator Shturma-Liuvillya.
Astract. In the real work the criterion of self-conjugacy of the Voltaire operator Shturma-Liuvillya in space of Crane generated by an indefinite metrics where the operator is determined by a formula u (x) =u (1-x), ∀ u(x) ∈ L^2 (0,1) is received.

517.9

КРИТЕРИЙ САМОСОПРЯЖЕННОСТИ ВОЛЬТЕРРОВА ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ В ПРОСТРАНСТВЕ КРЕЙНА

Шалданбаев А.Ш., Иманбаева А.Б., Бесбаев Г.А.
ЮКГУ им. М.Ауезова, г. Шымкент

Ключевые слова:пространство Крейна,волтьтерровый оператор,самосопряженность по индефинитной метрике,оператор Штурма-Лиувилля.

Аннотация. В настояшей работе получен критерий самосопряженности вольтеррова оператора Штурма-Лиувилля в пространстве Крейна,порожденного индефинитной метрикой $[x,y]=(Jx,y)$ $(x,y\in Y)$,где оператор J определен формулой J u(x) = u(1 − x), ∀u(x) ∈ $L^2(0,1)$.

1.Введение.Рассмотрим в пространстве $L^2(0,1)$ краевую задачу Штурма-Лиувилля

$$Ly=-y''(x)=\lambda y(x);\ \ x\in(0,1) \qquad (1.1)$$

$$U_i[y]=a_{i1}y(0)+a_{i2}y'(0)+a_{i3}y(1)+a_{i4}y'(1)=0\ \ (i=1,2) \qquad (1.2)$$

с двумя $(i=1,2)$ линейно независимыми граничными условиями (1.2), где $a_{ij}(i=1,2,j=1,2,3,4$ - произвольные комплексные числа, т.е. предполагается, что хотя бы один из миноров

$$\Delta_{ij}=a_{1i}a_{2j}-a_{1j}a_{2i}\ \ (i,j=1,2,3,4) \qquad (1.3)$$

граничной матрицы

$$A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24}\end{pmatrix}, \qquad (1.4)$$

отл*и*чен от нуля.

Определение 1.1. Вполне непрерывный оператор не имеющий собственных векторов называется вольтерровым [1.с.197].

Определение 1.2 Оператор Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) называется вольтерровой, если вольтерров обратный оператор L^{-1}.

Пусть L вольтерровый оператор Штурма-Лиувилля тогда его сопряженный L^* также является вольтерровым.

Обозначим через J оператор, заданный формулой,

$$J\,u(x)=u(1-x),\ \ \forall u(x)\in L^2(0,1). \qquad (1.5)$$

Очевидно, что этот оператор обладает свойствами

$$J^2=\mathrm{I}, J^{-1}=J^*, J^*=J\ ,$$

что поволяет введение индефинитной $[\cdot,\cdot]$ метрики в пространстве Крейна, а именно:

$$[x,y]=(Jx,y)\quad (x,y\in Y)$$

Определение 1.3. Вольтерровый оператор Штурма-Лиувилля L, называется J симметрическим, если имеет место формула

[Lx,y]=[x, Ly],

что равносильно выполнению равенства

$$J\,L=L^{+}J\ , \qquad (1.6)$$

где L^{+}-оператор формально сопряженный к оператору L.

Постановка задачи. При каких условиях на миноры матрицы (1.4), для вольтеррового оператора Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2), имеет место формула (1.6)

2. Методы исследований

2.1.Пусть Y-векторное пространство над полем комплексных чисел C, и на Y задана полуторалинейная форма Q(x,y) т.е. отображение Y×Y→C, линейное по первому аргументу:

$$\mathrm{Q}(\lambda_1x_1+\lambda_2x_2,y)=\lambda_1\cdot\mathrm{Q}(x_1,y)=\lambda_2\cdot\mathrm{Q}(x_2,y)$$

$$(x_1,x_2\in Y,\lambda_1,\lambda_2\in C)$$

и эрмитово симетричное:

$Q(x,y) = \overline{Q(y,x)} \qquad (x,y) \in Y$

Эрмитова форма $Q(x,y)$ называется Q-метрикой или индефинитной метрикой. Для удобства мы используем обозначение $Q(x,y) \equiv [x,y]$

Вектор x называется Q положительным, отрицательным или нейтральным в зависимости от того, будет ли $[x,y] > 0$, $[x,y] < 0$, или $[x,x] = 0$.

Соответственно линеал (т.е. линейное многообразие) M называется неотрицательным, неположительным или нейтральным, если $[x,y] \geq 0$ $[x,y] \leq 0$ или $[x,y] = 0$ для всех $x \in M$. Аналогично определяются положительные и отрицательные линеалы ($[x,y] > 0$ и $[x,y] < 0$ для всех $x \in M$). Неположительные, неотрицательные линеалы объединяются общим названием – семидефинитые линеалы. Соответственно положительные и отрицательные линеалы будем называть дефинитными.

2.2. Пространства Крейна

Особую роль среди всех пространств с индефинитной метрикой играют пространства Крейна и Понтрягина. Предположим, что пространство Y с индефинитной метрикой $Q(x,y) = [x,y]$ допускает разложение в прямую сумму Q-ортогональных положительного Y^+ и отрицательного Y^- линеалов:

$$Y = Y^+ \,[+]\, Y^- , \qquad (2.1)$$

где символ $[+]$ означает Q- ортогональную прямую сумму. Разложение (2.1) называется каноническим разложением пространства Y.

Пространство Y с Q- метрикой $[x,y]$, допускающее разложение (2.1) в котором линеалы Y^+ и Y^- являются полными, т.е. гильбертовыми пространствами по отношению к нормам $\|x\| = [x,x]^{\frac{1}{2}}$, $(x \in Y^+)$ и $(-\|x\|) = [x,x]^{\frac{1}{2}} (x \in Y^-)$ соответственно, называется пространством Крейна.

Каноническое разложение (2.1) позволяет ввести в пространстве Крейна Y скалярное произведение по формуле

$$(x,y) = [x^+, y^+] - [x^-, y^-]$$

$$x = x^+ + x^-,\ y = y^+ + y^-,\ x^+, y^+ \in Y^+,\ x^-, y^- \in Y^- \qquad (2.2)$$

Здесь и далее под подпространством мы понимаем замкнутый линеал.

Следующая, лемма- очевидное следствие определений.

Лемма 2.1. Пространство Крейна со скалярным произведением (2.2)

и нормой $\|x\| = (x,x)^{1/2}$ является гильбертовым, причем не только $Y^+ [\perp] Y^-$, но и $Y^+ \perp Y^-$ в смысле скалярного произведения,определяемого равенством (2.2)

Величина $x = \min(\dim Y^+, \dim Y^-)$ называется рангом индефинитности пространства Крейна Y.

Пусть задано пространство Крейна Y. Каноническое разложение (2.1) определяет два взаимно дополнительных проектора $P^+.P^-$ ($P^+ + P^- = I$ - тождественный оператор в Y),отображающих Y на Y^+ и Y^- соответственно. Проекторы P^+ и P^- называются каноническими, а соответствующий оператор $J = P^+ - P^-$ - канонической симметрией. Каноническая симметрия J обладает следующими свойствами:

$$J^2 = I, J^{-1} = J^*, J^* = J \qquad (2.3)$$

где под оператором J^* понимается сопряженные к J относительно скалярного произведение $(\cdot,\cdot)$ оператор.

Введение оператора J позволяет более компактно записать соотношение между индефинитной $[\cdot,\cdot]$ и гильбертовой $(\cdot,\cdot)$ метриками в пространстве Крейна, а именно:

$$(x,y)=[Jx,y], \quad [x,y]=(Jx,y) \quad (x\in\gamma) \tag{2.4}$$

Часто используется другой подход к определению пространства Крейна. Пусть в данном гильбертовом пространстве Y задан оператор J, обладающий свойствами (2.3) . Определяя индефинитную метрику с помощи равенства (2.4), получим пространство Крейна. Соответствующие

проекторы P^+ и P^- - спектральные проекторы оператора J, соответствующие положительной и отрицательной частям спектра, а подпространства Y^+ и Y^- области значений этих операторов.

Пусть М-неотрицательный или положительный (неположительный или отрицательный) линеал в пространстве Крейна Y.

Тогда

Лемма 2.2. Оператор $P^+(P^-)$ удовлетворяет оценке

$$\|P^+x\|^2 \ge \|x\|^2/2, \ \forall x\in M \ \left(\|P^-x\|^2 \ge \|x\|^2/2, \forall x\in M\right)$$

2.3. J - ортонормированные системы

Напомним определение базиса. Система подпространство $S=\{N_\alpha\}_{\alpha\in\Lambda}$, где Λ - произвольные множество индексов, называется базисом (из подпространств) данного банахова пространства Н, если каждый элемент x этого пространства единственным образом разлагается в ряд

$$x=\sum_{\alpha\in\Lambda} x_\alpha, \quad x_\alpha\in N_\alpha$$

В написанном разложении элементы x_α представимы в виде $x_\alpha = P_\alpha x$ (P_α-проекторы в Н) Данный базис в Н называется безусловным базисом (базисом Шаудера), если при любых перестановках его членов он остается базисом пространства Н. Мы будем иметь дело со случаем сепарабельного гильбертова пространства. Следовательно, дальнейшие утверждения и определения будут формулироватся для этого случая.

Базис $\{N_i\}^\infty$, Гильбертова пространства Н называется базисом, эквивалентным ортогональному, если в Н найдется эквивалентное скалярное пройзведение, в котором этот базис ортогонален (т.е. $N_i \perp N_j$ при $i\ne j$)

Данный базис из подпространств эквивалентен ортогональному тогда и только тогда, когда он безусловен [2]

Рассмотрим частный случай, когда подпространства N_i одномерны т.е.

$N_i = Lin(e_i)$ Базис $\{e_i\}$ называется базисом Рисса гильбертова пространства Н, если в Н найдется эквивалентное скалярное произведение, в котором этот базис ортонормирован. Базис Рисса всегда почти нормирован, т.е. найдутся положительные постоянные C_1, C_2 такие, что $C_1 \le \|e_j\| \le C_2$ для всех $j=1,2,\ldots$, Любой базис Рисса является почти нормированным безусловным базисом данного гильбертова пространства. Верно и обратное, т.е. безусловный почти нормированный базис-базис Рисса. Приведем другое полезное свойство базиса Рисса. Данный базис $\{\varphi_i\}$ является базисом Рисса тогда и только тогда когда найдутся постоянные $C_1, C_2 \rangle 0$ такие, что для любых комплексных чисел γ_j натуральных n имеем [2]

$$C_1\cdot\sum_{j=1}^{n}|\gamma_j|^2 \le \left\|\sum_{j=1}^{n}\gamma_j\varphi_j\right\|^2 \le C_2\cdot\sum_{j=1}^{n}|\gamma_j|^2$$

Система векторов $S=\{e_i\}_1^{\infty}$, называется J- ортонормированный системой в данном сепарабельном пространстве Крейна Y, если $[e_i,e_j]=\pm\delta_{ij}$ для всех $i,j\in N$, где δ_{ij} - символ Кронекера. Как и в случае обычного гильбертова пространства, мы можем рассматривать в Y базисы и безусловные базисы (базисы Шаудера). Базис $\{\varphi_i\}_1^{\infty}$, в пространстве Крейна Y назовем J - ортонормированным, если его можно представить в виде объединение конечного множество векторов и J - ортонормированного множества S (т.е. при всех $\varphi_i,\varphi_j,\in S$) имеем что $[\varphi_i,\varphi_j]=0$ при $i\neq j$, $[\varphi_i,\varphi_i]=\pm1$, причем эти множества J ортогональны друг другу.

В пространстве Крейна Y всегда можно построить J-ортонормированный базис.Действительно,рассмотрим каноническое разложение Y= Y^+ + Y^-. Подпространства $Y^{\pm}$равномерно дефинитны, и метрики $[\cdot,\cdot]$, $-[\cdot,\cdot]$определяют в $Y^{\pm}$ обычные скалярные произведения. Базис в Y есть объеденение ортонормированных базисов (относительно этого скалярного произведения) в $Y^{\pm}$. Очевидно, что данный базис-базис Рисса в Y.

Лемма 2.3. Всякий J-ортонормированный (или почти J-ортонормированный) безусловный базис почти нормирован.

Для ограниченного или неограниченного с плотной областью определения оператора A:Y→Y мы можем определить сопряженный относительно данной индефинитной метрики оператор A^C.Обычный сопряженный оператор (в смысле гилбертовой метрики) обозначается через A^*.

Пусть A:Y→Y,$\overline{D(A)}$=Y.Оператор A^C: Y→Y,определенный на линеале D(A^C)={y∈Y:существует z∈Y такой,что [Ax,y]=[x,z] для всех x∈D(A)} формулой $A^C y=z$, назовем J-сопряженным с оператором A.

Отметим простую связь между J-сопряженным оператором A^C к данному оператору A с плотной в Y областью оределения и обычным сопряженным оператором A^*: $A^C=JA^*J$.

Пусть Y-пространство Крейна.Плотно определенный оператор A:Y→Y называется J-симметрическим,если

[Ax,y]=[x,Ay]

для всех x,y∈D(A).

Симметричность означает , что $A\subset A^C$. Замкнутый, с плотной областью определения оператор A:Y→Y называется J-самосопряженным,если A= A^C.

Мы ограничимся этим беглым обзором теории операторов в пространствах с индефинитными метриками,более полные сведения приведены в [3]

Собственные значения задачи Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) являются квадратами корней уравнения

$$\Delta(\lambda)=\Delta_{12}+\Delta_{34}+\Delta_{13}\frac{\sin\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}+(\Delta_{14}+\Delta_{32})\cos\sqrt{\lambda}+\Delta_{24}\sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}=0, \quad (2.5)$$

где Δ_{ij} вычисляются по формуле (1.3) [5.с.35]. Эта функция относится к классу целых функций экспоненциального типа [6.с.42], для которых справедлива лемма 2.4. [7.с.31] см.также [8],[9].

Лемма 2.4. Если функция экспоненциального типа $f(z)$ не имеет нулей на всей комплексной плоскости, то

$$f(z)=e^{az+b},$$

где a, b- некоторые комплексные числа.

Лемма 2.5. Оператор Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) вольтерров тогда и толька тогда, когда

$$\Delta_{24}=0,\ \Delta_{14}+\Delta_{32}=0,\ \Delta_{13}=0,\ \Delta_{12}+\Delta_{34}\neq 0, \quad (2.6)$$

где $\Delta_{ij}(i,j=1,2,3,4)$ находятся по формуле (1.3).

Достаточность условий (2.6) следует из формулы (2.5) , а необходимость является следствием леммы 2.4.

Лемма 2.6.. Если оператор Штурма-Лиувилля (1.1)-(1.2) вольтерров, то существует комплексное число k, такое, что граничные условия (1.2) эквивалентны к граничным условиям [4]

$$y(0) = ky(1),\ y'(0) = -ky'(1), k \in C$$

В работе [7] приведено подробное доказательство этой леммы.

Лемма 2.7. Если L обратимый оператор Штурма-Лиувилля, а оператор J определен формулой (1.5) , то равенство (1.6) имеет место тогда и только тогда, когда

$$\frac{\Delta_{13}}{\Delta(0)} = \frac{\overline{\Delta_{13}}}{\overline{\Delta(0)}},\ \frac{\Delta_{12}+\Delta_{32}}{\Delta(0)} = \frac{\overline{\Delta_{12}}+\overline{\Delta_{14}}}{\overline{\Delta(0)}}, \tag{2.7}$$

$$\frac{\Delta_{32}+\Delta_{34}}{\Delta(0)} = \frac{\overline{\Delta_{14}}+\overline{\Delta_{34}}}{\overline{\Delta(0)}},\ \frac{\Delta_{32}+\Delta_{12}}{\Delta(0)} = \frac{\overline{\Delta_{14}}+\overline{\Delta_{12}}}{\overline{\Delta(0)}},$$

где $\Delta(0) = \Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}$, $\Delta_{ij} = a_{1i}a_{2j} - a_{1j}a_{2i}$ $(i,j = 1,2,3,4)$.

3. Результаты иследований

Теорема 3.1. Если L вольтерровый оператор Штурма-Лиувилля вида

$$Ly = -y''(x);\quad x \in (0,1) \tag{3.1}$$

$$y(0) = ky(1),\ y'(0) = -ky'(1), k \in C \tag{3.2}$$

то равенство

$$J\,L = L^{+}J \tag{1.6}$$

имеет место тогда и только тогда, когда

$$k + \bar{k} = 0\,. \tag{3.3}$$

Доказательство. В нашем случае матрица (1.4) имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -k & 0 \\ 0 & 1 & 0 & k \end{pmatrix},$$

поэтому $\Delta_{12} = 1, \Delta_{13} = 0,\ \Delta_{14} = k,\ \Delta_{32} = -k,\ \Delta_{24} = 0,\ \Delta_{34} = -k^2$ (3.4)

В силу вольтерровости оператора L имеет место неравенство

$$\Delta(0) = \Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34} = 1 - k^2 \neq 0$$

Подставив, найденных величин (3.4) в (2.7), имеем

$$\Delta_{12}+\Delta_{32} = 1-k, \overline{\Delta_{12}} = 1, \overline{\Delta_{14}} = \bar{k}, \Longrightarrow$$

$$\frac{1-k}{1-k^2} = \frac{1+\bar{k}}{1-\bar{k}^2}, \frac{1}{1+k} = \frac{1}{1-\bar{k}}, 1-\bar{k} = 1+k, \Longrightarrow \bar{k}+k = 0;$$

$$\frac{\Delta_{32}+\Delta_{34}}{\Delta(0)} = \frac{-k-k^2}{1-k^2} = \frac{\bar{k}-\bar{k}^2}{1-\bar{k}^2}, \qquad \frac{-k(1+k)}{1-k^2} = \frac{\bar{k}(1-\bar{k})}{1-\bar{k}^2},$$

$$\Longrightarrow \frac{-k}{1-k} = \frac{\bar{k}}{1+\bar{k}}, -k(1+\bar{k}) = \bar{k}(1-k), \Longrightarrow -k-|k|^2 = \bar{k}-|k|^2, \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow -k = \bar{k}, \qquad \bar{k}+k = 0;$$

$$\frac{\Delta_{32}+\Delta_{42}}{\Delta(0)} = \frac{-k}{1-k^2} = \frac{\bar{k}}{1-\bar{k}^2}, -k(1-\bar{k}^2) = \bar{k}(1-\bar{k}^2), \Longrightarrow$$

$$-k+k\bar{k}^2 = \bar{k}-\bar{k}k^2, -k+\bar{k}|k|^2 = \bar{k}-k|k|^2, \bar{k}+k-k|k|^2-\bar{k}|k|^2 = 0,$$

$$\bar{k}+k-|k|^2(k+\bar{k}) = 0, (k+\bar{k})(1-|k|^2) = 0 \text{ при } \bar{k}+k = 0.$$

4. **Выводы.** Если $\bar{k}+k = 0$, то оператор $J\,L$ самосорпяжен в существенном в пространстве $L^2(0,1)$, где оператор J определен формулой (1.5), это означает, что оператор Штурма-Лиувилля (3.1)-(3.2) самосопряжен в существенном в пространстве с индефинитной метрикой, порожденной скалярным произведением [u,v]=(J u,v), где (.,.)- означает скалярное произведение в пространстве $L^2(0,1)$.В самом деле,из формулы (1.6) следует,что

$$J\,L = L^{+}J \ \subset\ L^{*}J = (J\,L)^{*}$$

следовательно, $J\,L \subset \left(J\,L\right)^{*} \Rightarrow \overline{J\,L} \subset \overline{\left(J\,L\right)^{*}} = \left(J\,L\right)^{*}$. *Теперь остается заметить формулу* [10]

$$\overline{\left(J\,L\right)}^{-1} = \overline{\left(J\,L\right)^{-1}}$$

и ограниченной обратимости оператора $J\,L$.

Отметим, что к теме настоящей работы посвящены многочисленные работы, не полный перечень [11-22] , которых приведено ниже.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Функциональный анализ СМБ,М.:Наука,1972.

[2] Гохберг И.Ц., Крейн М.Г. Введение в теорию линейных несамо сопряженных операторов в гильбертовом пространстве,М.:Наука,1972.

[3] Егоров И.Е., Пятков С.Г., Попов С.В. Неклассические дифференциально-операторные уравнения, Новосибирск, Наука, 2000.

[4] Бияров Б.Н.,Джумабаев С.А.Критерий вольтерровости краевых задач для уравнения Штурма-Лиувилля,Математические заметки РАН,1994,Т.56,вып.1,С.143-145.

[5] Марченко В.А. Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения,Киев,Науква думка, 1977, 329с.

[6] Леонтьев А.Ф. Целые функций. Ряды экспонент,М.: Наука, 1983, 176с.

[7] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. О структуре спектра краевой задачи Штурма-Лиувилля на конечном отрезке времени,Известия АН РК, серия физ.-.мат. ,2000,№3, С. 29-34.

[8] Левин Я.Б.Целые функции,М.:МГУ,1971.

[9] Ибрагимов И.И.Избранные вопросы теории аналитических функций,Баку,Элм,1984,384с.

[10] Рид М,Саймон Б. Методы современной математической физики,т.1,М.:Мир,1977.-357с.

[11] Шоманбаева М.Т. О базисности собственных функций уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом,«Поиск», г.Алматы, №2, 2006 г.

[12] Шоманбаева М.Т. О задаче Неймана для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом,«Поиск», г.Алматы, №3, 2006 год.

[13] Кальменов Т.Ш.. Краевые задачи для линейных уравнений в частных производных гиперболического типа,Шымкент, Гылым, 1993,327 с.

[14] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. Об одном рекуррентном методе решения сингулярно сингулярно возмущенной задачи Коши для уравнения второго порядка,Математические труды,г.Новосибирск,2010,т.13, №2, с. 128-138.

[15] Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш. О полноте собственных векторов задачи Коши,Наука и образование Южного Казахстана, Шымкент, №27, 2002, С.58-62.

[16] Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш. О полноте собственных векторов периодической и антипериодической задачи,Наука и образование ЮК, Шымкент, 2003, № 34, С. 25-31.

[17] Кальменов Т.Ш., Ахметова С.Т., Шалданбаев А.Ш. К спектральной теории уравнений с отклоняющимся аргументом,Математический журнал, Алматы, 2004, Т. 4, №3(13), С. 41-48.

[18] Кальменов Т.Ш.,Спабекова Г.М., Шалданбаев А.Ш.Дифференциальные уравнения на окружности с отклоняющимся аргументом,Наука и образование Южного Казахстана, серия экономика, мат., инф., физика, 2004, №4(39), С.122-127.

[19] Шалданбаев А.Ш., Рустемова К.Ж.О задаче Коши для уравнения первого порядка с отклоняющимся аргументом,Научный журнал ПОИСК, серия естественных и технических наук, №4, г. Алматы, октябрь 2009г, с. 199-204.

[20] Шалданбаев А.Ш., Рустемова К.Ж. О периодической задаче для уравнения первого порядка с отклоняющимся аргументом,Научный журнал ПОИСК, серия естественных и технических наук, №4, г. Алматы, октябрь 2009г,с. 204-209;

[21] Шалданбаев А.Ш., Шоманбаева М.Т. О природе спектра оператора Коши-Неймана для уравнения теплопроводности с отклоняющимся аргументом,Наука и образование Южного Казахстана, ЮКГУ им.М.Ауезова, 2006 г.

[22] Kalmenov T.Sh.,A.Sh.Shaldanbaev. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction,Journal of Jnverse and ill- posed problems.2010,v.18,№4,pp.352-369.

REFERENCES

[1] Funkcional'nyj analiz SMB,M.:Nauka,1972.

[2] Gohberg I.C., Krejn M.G. Vvedenie v teoriju linejnyh nesamo soprjazhennyh operatorov v gil'bertovom prostranstve, M.:Nauka, 1972.

[3] Egorov I.E.,Pjatkov S.G.,Popov S.V.NEKLASSIChESKIE differencial'no-operatornye uravnenija,Novosibirsk,Nauka,2000.

[4] Bijarov B.N.,Dzhumabaev S.A.Kriterij vol'terrovosti kraevyh zadach dlja uravnenija Shturma-Liuvillja,Matematicheskie zametki RAN,1994,T.56,vyp.1,C.143-145.

[5] Marchenko V.A. Operatory Shturma-Liuvillja i ih prilozhenija,Kiev,Naukva dumka, 1977, 329s.

[6] Leont'ev A.F. Celye funkcij. Rjady jeksponent,M.: Nauka, 1983, 176s.

[7] Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. O strukture spektra kraevoj zadachi Shturma-Liuvillja na konechnom otrezke vremeni,Izvestija AN RK, serija fiz.-.mat. ,2000,№3, S. 29-34.

[8] Levin Ja.B.Celye funkcii,M.:MGU,1971.

[9] Ibragimov I.I.Izbrannye voprosy teorii analiticheskih funkcij,Baku,Jelm,1984,384c.

[10] Rid M,Sajmon B. Metody sovremennoj matematicheskoj fiziki,t.1,M.:Mir,1977.-357c.

[11] Shomanbaeva M.T. O bazisnosti sobstvennyh funkcij uravnenija teploprovodnosti s otklonjajushhimsja argumentom,«Poisk», g.Almaty, №2, 2006 g.

[12] Shomanbaeva M.T. O zadache Nejmana dlja uravnenija teploprovodnosti s otklonjajushhimsja argumentom,«Poisk», g.Almaty, №3, 2006 god.

[13] Kal'menov T.Sh.. Kraevye zadachi dlja linejnyh uravnenij v chastnyh proizvodnyh giperbolicheskogo tipa,Shymkent,Gylym, 1993,327 s.

[14] Kal'menov T.Sh.,Shaldanbaev A.Sh. Ob odnom rekurrentnom metode reshenija singuljarno singuljarno vozmushhennoj zadachi Koshi dlja uravnenija vtorogo porjadka,Matematicheskie trudy,g.Novosibirsk,2010,t.13, №2, s. 128-138.

[15] Ahmetova S.T., Shaldanbaev A.Sh. O polnote sobstvennyh vektorov zadachi Koshi,Nauka i obrazovanie Juzhnogo Kazahstana, Shymkent, №27, 2002, S.58-62.

[16] Ahmetova S.T., Shaldanbaev A.Sh. O polnote sobstvennyh vektorov periodicheskoj i antiperiodicheskoj zadachi,Nauka i obrazovanie JuK, Shymkent, 2003, № 34, S. 25-31.

[17] Kal'menov T.Sh., Ahmetova S.T., Shaldanbaev A.Sh. K spektral'noj teorii uravnenij s otklonjajushhimsja argumentom,Matematicheskij zhurnal, Almaty, 2004, T. 4, №3(13), S. 41-48.

[18] Kal'menov T.Sh.,Spabekova G.M., Shaldanbaev A.Sh.Differencial'nye uravnenija na okruzhnosti s otklonjajushhimsja argumentom,Nauka i obrazovanie Juzhnogo Kazahstana,serija jekonomika,mat.,inf.,fizika,2004,№4(39),C.122-127.

[19] Shaldanbaev A.Sh., Rustemova K.Zh.O zadache Koshi dlja uravnenija pervogo porjadka s otklonjajushhimsja argumentom,Nauchnyj zhurnal POISK, serija estestvennyh i tehnicheskih nauk, №4, g. Almaty, oktjabr' 2009g, s. 199-204.

[20] Shaldanbaev A.Sh., Rustemova K.Zh. O periodicheskoj zadache dlja uravnenija pervogo porjadka s otklonjajushhimsja argumentom,Nauchnyj zhurnal POISK, serija estestvennyh i tehnicheskih nauk, №4, g. Almaty, oktjabr' 2009g,s. 204-209;

[21] Shaldanbaev A.Sh., Shomanbaeva M.T. O prirode spektra operatora Koshi-Nejmana dlja uravnenija teploprovodnosti s otklonjajushhimsja argumentom,Nauka i obrazovanie Juzhnogo Kazahstana, JuKGU im.M.Auezova, 2006 g.

[22] Kalmenov T.Sh.,A.Sh.Shaldanbaev. On a criterion of solvability of the inverse problem of heat conduction,Journal of Jnverse and ill- posed problems.2010,v.18,№4,pp.352-369.

Вөлтерлі Штурм-Лиувилл операторының Крейннің кеністігінде жалқы болуының үзілдң кесілді шарты туралы

Шалданбаев А.Ш., Иманбаева А.Б, Бесбаев Г.А.
ЮКГУ им. М.Ауезова, г. Шымкент

Кіліт сөздер: Крейннің кеңістігі,вөлтерлі оператор, ,индефинтиті метрика бойынша жалқы оператор , Штурм-Лиувилл операторы.

Аннотация. Бұл еңбекте вөлтерлі Штурм-Лиувилл операторының ,индефинитті метрикалы Крейннің кеңістіктігінде ,жалқы оператор болуының үзілді кесілді шарттары табылған,әңгіме,мына, $[x, y] = (Jx, y)$ $(x, y \in Y)$ метрика туралы болып отыр,мұндағы J дегеніміз ,былай,

$J\,u(x) = u(1-x) \quad \forall u(x) \in L^2(0,1)$,

анықталған.

Авторы:

Шалданбаев Амир Шалданбаевич – д.ф.-м.н.,профессор кафедры «Математические методы и моделирование» Южно-Казахстанского государственного университета им. М.Ауезова, г. Шымкент.

Иманбаева А.Б– к.ф.-м.н.,доцент кафедры «Математические методы и моделирование» Южно-Казахстанского государственного университета им. М.Ауезова, г. Шымкент.

Бесбаев Г.А. – к.ф.-м.н.,декан высшей школы ИТиЭ Южно-Казахстанского государственного университета им. М.Ауезова, г. Шымкент.

Поступила 07.07.2015 г.