Аннотация. Жұмыста сызықты емес параметрден тәуелді айырымды-динамикалық жүйенің бірінші жуықтауының мінездемелік түберлерінің модулдері бірге тең *m*-комплекстік түйіндес болған дүдімал жағдайдың орнықтылығы қарастырылған. Математикалық тұрғыдан мұндай айырылымдылық-динамикалқ жүйелер резонансты және резонансты емес болып екіге айырылады. Дегенмен практикалық тұрғыдан динамикалық жүйелердің коэфиициенттері тек жуықша анықталатын болғандықтан жүйелерді жоғарыда айтылғандай бөлу шартты мінездемелік сипат алады. Өйткені кез келген резонансты айырымды-динамикалық жүйе (коэффициенттерінің жуықтығы бойынша) белгілі бір резонансты емес айырымдық динамикалық жүйеге жақын болады және керісінше.

Міне осы жақындық бізді айырымдық-динамикалық жүйелерді сапалы зерттеу теориясында тағанды орнықтылық, тағанды орнықсыздық және параметрден үздіксіз тәуелді айырымдық динамикалық жүйелердің орнықтылығының айырбасталуы есебін қоюға алып келді.

Бұл есепті шешу үшін алдын-ала айырымдық-динамикалық жүйеге нормалдау әдісі қолданылды, онда қарапайым нормалдау (параметір тұрақты ді қабылдағанда) мен үздіксіз нормалдау (параметр белгі бір үздіксіз өзгергенде) арасында байланыстар орнатылады.

Тағандық орнықтылықпен тағандық орнықсыздықтар тереңдетіліп қарастырылды, алынған нәтижелер айырымдық-динамикалық жүйелердің резонанстық қасиеттері бойынша олардың резонансқа жақын жағдайлары үшін тұжырым жасауға мүмкіндік алынды.

Поступила 07.07.2015 г.

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 4, Number 302 (2015), 256 – 261

ELLIPTIC MOTION TYPE OF RESONANCE SATELLITES AT INTERVALS $\alpha_4 < w < \alpha_3$ IN THE CASE OF A SMALL TILT ORBIT TO THE MAIN PLANE

M. D. Shinibaev[1], A. A. Bekov[1], Zh. S. Kukiev[2], T. D. Berdalieva[2], A. K. Zhamedinova[2], B. N. Rakhimzhanov[3]

[1]JSC "NCKIT", Almaty, Kazakhstan;
[2]Syrdaria University, Zhetysai, Kazakhstan;
[3]Kokshetau State University named after Sh. Ualikhanov, Kokshetau, Kazakhstan.
E-mail: shinibaev_maxsut@mail.ru

Keyword: resonance, orbits, small denominator, the gravitational field, the force function, Earth satellite, polar coordinates

Abstract. Writing the differential equations of motion of the body in the geocentric coordinates, integrating them through a Fourier series, or a Taylor series or Poisson series can find that kind $m\omega_1 + n\omega_2 \approx 0$ of small divisors appear in the coefficients of series representing solutions. There m, n - integers, ω_1, ω_2 - rate of movements. These small dividers are so-called "small- denominators." At the same time the existence of solutions, analytic, smooth convergence solutions in the form of a series of essentially depends on the arithmetic properties of numbers m, n and the quality of the differential equations [1].

This big problem is far from over and decides this day, both in the theory of differential equations and in the theory of motion resonant satellites. A wide variety of tasks performed by satellites, making it virtually an important systematic study of a fairly broad class of resonance rotation reverse it - the so-called nominal movements [2]. Especially important are the new variables to-that do not make any sense, as in the non-resonant and resonant in the

areas of motion of the satellite. [3] The problem of resonances and small denominators consists of "academic" and "engineering," issues. But if the first is enough to take care of the stability of the resonant motion, the second - "dissipative factor" has to "load on board satellite» in the form of a system of active stabilization. Clearly, an adequate solution of the first problem, give a reliable basis for solving the second.

In the context of the above subject, developed in the article is relevant in all areas of science where there is a "small denominators" and resonances of various kinds.

УДК 531.1+629.195

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ ТИП ДВИЖЕНИЯ РЕЗОНАНСНОГО ИСЗ НА ИНТЕРВАЛЕ $\alpha_4 < w < \alpha_3$ В СЛУЧАЕ МАЛОГО НАКЛОНА ОРБИТЫ К ОСНОВНОЙ ПЛОСКОСТИ

М.Д. Шинибаев[1], А.А. Беков[1], Ж.С. Кукиев[2], Т.Д. Бердалиева[2], А.К. Жамединова[2], Б.Н. Рахимжанов[3]

[1]АО «НЦКИТ», Алматы, Казахстан;
[2]Университет Сыр-Дария, Жетысай, Казахстан;
[3]Кокшетауский государственный университет им. Ш. Уалиханова, Кокшетау, Казахстан

Ключевые слова: резонанс, орбита, малый знаменатель, поле тяготения, силовая функция, спутник Земли, полярные координаты.

Аннотация. Записав дифференциальные уравнения движения тела в геоцентрических координатах, интегрируя их посредством рядов Фурье, либо рядов Тейлора или рядов Пуассона можно обнаружить, что малые делители вида $m\omega_1 + n\omega_2 \approx 0$ появляются у коэффициентов рядов представляющих решения. Здесь m, n – целые числа, ω_1, ω_2 – частоты движений. Эти малые делители представляют собой, так называемые, «малые знаменатели». При этом существование решения, аналитичность, гладкость, сходимость решений в виде рядов существенно зависит от арифметических свойств чисел *m*, *n* и качеств самих дифференциальных уравнений [1].

Эта большая проблема далека от завершения и решается, по сей день, как в теории дифференциальных уравнений, так и в теории движения резонансных ИСЗ.

Большое разнообразие задач, выполняемые спутниками, делает практически важным систематическое изучение достаточно широкого класса резонансов вращения с обращением – так называемых номинальных движений [2]. Особенно важны новые переменные, которые не теряют смысл, как в нерезонансных, так и в резонансных зонах движения ИСЗ [3]. Проблема резонансов и малых знаменателей состоит из «академических» и «инженерных» вопросов. Но если в первой достаточно позаботиться об устойчивости резонансного движения, то во второй – «диссипативный фактор» приходится «загружать на борт спутника» в форме той или иной системы активной стабилизации. Ясно, что адекватное решение первой задачи даст надежные основы для решения второй.

В контексте изложенного тема, разрабатываемая в статье, актуальна во всех областях науки, где есть «малые знаменатели» и резонансы различных видов.

Пусть пассивный ИСЗ совершает движение в поле тяготения центрального и внешнего тела, тогда силовую функцию в геоцентрических координатах можно представить так [4]:

$$U = \frac{M}{r} + \frac{1}{2}\nu r^2 + \frac{1}{2}(\nu' - \nu)z^2, \tag{1}$$

где μ – гравитационный параметр; x, y, z – геоцентрические координаты ИСЗ; $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$; параметры ν и ν' подбираются так, чтобы получались наблюдаемые движения узла и перигея орбиты.

Дифференциальные уравнения движения с учетом (1) имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{\mu x}{r^3}=\nu x,\quad \frac{d^2y}{dt^2}+\frac{\mu y}{r^3}=\nu y,\\&\frac{d^2z}{dt^2}+\frac{\mu z}{r^3}=\nu' z\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

Они допускают интеграл площадей в основной плоскости Oxy интеграл площадей

$$x\dot{y}-y\dot{x}=C\tag{3}$$

и в пространстве $Oxyz$ интеграл энергий

$$\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2=2(U+h),\tag{4}$$

где С – постоянная интеграла площадей; h – постоянная интеграла энергии.

В случае резонанса $r\to\infty$ и функция $r(t)$ становится кусочно-непрерывной. В каждой резонансной точке $r(t)$ терпит разрыв 1-го рода.

Введем новые переменные, которые позволяют исключить «малые знаменатели», и которые не теряют смысла, как в резонансной, так и в нерезонансной зоне движения ИСЗ.

Пусть орбита ИСЗ имеет малый наклон к основной плоскости, тогда

$$z\neq 0,\quad z^2\approx 0,\quad s=\frac{z}{\rho}\neq 0,\quad s^2\approx 0,\quad \rho^2=x^2+y^2,$$

где s – тангенс широты. Теперь перепишем (2) в переменных Хилла [5]:

$$\frac{d^2w}{d\upsilon^2}+\left(1+\frac{\alpha}{w^4}\right)w-1=0,\tag{5}$$

$$\frac{d^2s}{d\upsilon^2}+\left(1+\frac{\beta}{w^4}\right)s=0,\quad \frac{d\upsilon}{dt}=\frac{\mu^2}{C^3}w^2,\tag{6}$$

где:

$$\alpha=\frac{\nu C^6}{\mu^4},\quad \beta=\frac{(\nu'-\nu)C^6}{\mu^4},\quad w=\frac{C^2}{\mu}\cdot\frac{1}{\rho},\tag{7}$$

$\alpha-const$, $\beta-const$, w – переменная Хилла, υ – истинная долгота.

Уравнение (5) допускает понижение порядка

$$d\upsilon=\frac{wdw}{\sqrt{-w^4+2w^3+Hw^2+\alpha}},\tag{8}$$

где $H=\dfrac{2hC^2}{\mu^2}$ – постоянная интегрирования, для действительных движений подкоренной полином положителен.

В [4, 5] было установлено, что подкоренной полином положителен на двух интервалах:

А) $\alpha_4\le w\le\alpha_3$;

В) $\alpha_2\le w\le\alpha_1$,

где корни $\alpha_1>\alpha_2>\alpha_3>\alpha_4$, причем $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ – положительные корни, α_4 – отрицательный корень.

В случае эллиптического типа движения $\alpha>0$, $H<0$ и (8) имеет вид

$$d\upsilon=\frac{wdw}{\sqrt{-w^4+2w^3-Hw^2+\alpha}},\tag{9}$$

На интервале А) совершен переход от (9) к нормальной форме Лежандра

$$d\upsilon = \mu_0 \frac{w d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}, \tag{10}$$

где: $k^2 = \dfrac{\alpha_{43}\alpha_{12}}{\alpha_{13}\alpha_{42}}$, $\mu_0 = \dfrac{2}{\sqrt{\alpha_{31}\alpha_{42}}}$, k – модуль эллиптического интеграла, φ – промежуточная переменная, $\varphi = am\upsilon$ – амплитуда υ,

$$0 < k < 1,\ \alpha_{ik} = \alpha_k - \alpha_i \quad (k, i = 1,2,3,4),$$

$$w = \frac{\alpha_4\alpha_{31} + \alpha_1\alpha_{43}\sin^2\varphi}{\alpha_{31} + \alpha_{43}\sin^2\varphi}; \quad \sin^2\varphi = \frac{\alpha_{31}(w - \alpha_4)}{\alpha_{43}(\alpha_1 - w)}; \tag{11}$$

если $w = \alpha_4$, то $\varphi = 0$; если $w = \alpha_3$, то $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$.

Рассмотрим резонансный случай, когда $\rho \to \infty$ из (7) $w \to 0$.

Из (11) при $w = 0$ имеем

$$\sin\varphi = \pm\sqrt{\frac{\alpha_{31}(-\alpha_4)}{\alpha_{43}\alpha_1}}, \tag{12}$$

здесь $\alpha_4 < 0$, поэтому подкоренное выражение положительно, причем значение его со знаком (–) не укладывается в рассматриваемый интервал $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

Исходя из этого, резонансу соответствует одна точка на оси Oφ:

$$\varphi_{\partial\mathring{a}\mathring{c}} = \arcsin\sqrt{\frac{\alpha_{31}\alpha_4}{\alpha_{43}\alpha_1}}, \tag{13}$$

причем

$$0 < \varphi_{\partial\mathring{a}\mathring{c}} < \frac{\pi}{2}, \tag{14}$$

поэтому график $w(\varphi)$ имеет вид (рисунок 1):

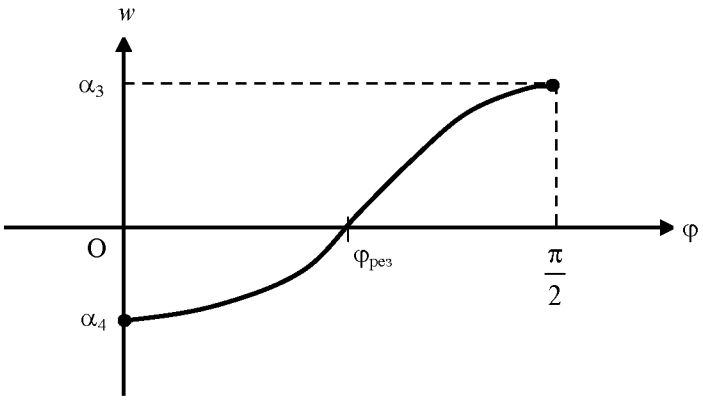

Рисунок 1

Таким образом, нерезонансных зон два:

$$0 \le \varphi_{\acute{i}p} < \varphi_{\partial\mathring{a}\mathring{c}}, \quad \varphi_{\partial\mathring{a}\mathring{c}} < \varphi_{\acute{i}p} \le \frac{\pi}{2}.$$

Из (7) имеем

$$\rho = \frac{\tilde{N}^2}{\mu w}, \quad \text{при} \quad w = \alpha_4 < 0, \ \rho_4 = \frac{\tilde{N}^2}{\mu \alpha_4} < 0; \ \varphi = 0,$$

при резонансе $w = 0$, $\rho_{\partial \hat{a} \hat{e}} = \infty$; $\varphi = \varphi_{\partial \hat{a} \hat{e}}$;

при $w = \alpha_3 > 0$, $\rho_3 = \dfrac{\tilde{N}^2}{\mu \alpha_3} > 0$, $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$.

Из графика $\rho(\varphi)$ (рисунок 2) видно, что функция терпит разрыв при $\varphi = \varphi_{\partial \hat{a} \hat{e}}$, $\rho \to \infty$, причем $\rho \neq 0$ ни в одной точке, так как на интервале $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ ни в одной точке $w \neq \infty$ (рисунок 1).

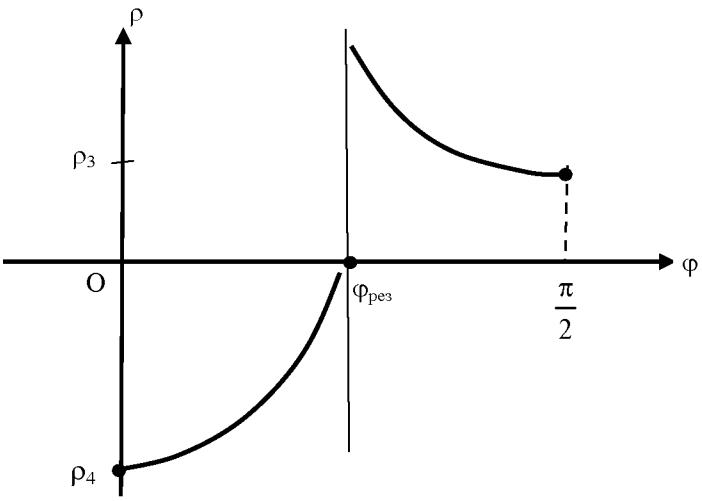

Рисунок 2

Таким образом, переменные Хилла w, υ, φ могут быть использованы для исследования движения резонансных ИСЗ, так как они не теряют смысла, как на резонансных, так и нерезонансных зонах движения этих спутников.

ЛИТЕРАТУРА

[4] Колмогоров А.Н. Доклады АН СССР .– 1953, №5.– Т.93.– С.763-766.

[5] Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс.– М.: Наука, 1965.– 416 с.

[6] Молчанов А.Д. Гипотеза резонансной структуры Солнечной системы // Пространство и время.– 2013, №1 (11). – С.34-48.

[7] Шинибаев М.Д., Беков А.А. и др. Об орбитальном движении направляемого космического объекта в поле тяготения центрального и внешнего тела //Доклады НАН РК.– 2014, №3.– С.21-26.

[8] Шинибаев М.Д. Поступательно-вращательные движения твердого тела в стационарном и нестационарном поле тяготения Земли.– Алматы: Ғылым, 2010.– 132 с.

REFERENCES

[4] Kolmogorov A.N. Doklady AN SSSR .– 1953, №5.– V.93.– p.763-766 (in Russ).

[5] Beletskii V.V. The movement of an artificial satellite of the center of mass.– M.: Nauka, 1965.– 416 s. (in Russ).

[6] Molchanov A.D. The hypothesis of the resonance structure of the solar system. Space and Time.– 2013, №1 (11).– p.34-48 (in Russ).

[7] Shinibaev M.D., Bekov A.A. i dr. On the orbital motion directed the space object in the gravitational field of the central and outer body. Reports of NAS RK.– 2014, №3.– p.21-26 (in Russ).

[8] Shinibaev M.D. Translational-rotational motion of a rigid body in stationary and non-stationary Earth's gravitational field.– Almaty: Gylym, 2010.– 132 p. (in Russ).

ОРБИТАСЫ НЕГІЗГІ ЖАЗЫҚТЫҚҚА АЗ КӨЛБЕУДЕГІ РЕЗОНАНСТЫҚ ЖЖС $\alpha_4 < w < \alpha_3$ ИНТЕРВАЛЫНДАҒЫ ЭЛЛИПС ТИПТІ ҚОЗҒАЛЫСЫ

М. Д. Шыныбаев[1], А. А. Беков[1], Ж. С. Көкеев[2], Т. Д. Бердалиева[2], А. К. Жәмединова[2], Б. Н. Рахимжанов[3]

[1]«Ұлттық Ғарыштық Зерттеулер мен Технологиялар Орталығы» АҚ, Алматы, Қазақстан;
[2]«Сыр-Дария университеті», Жетісай, Қазақстан;
[3]«Ш.Уалиханов атындағы Көкшетау мемлекеттік университеті», Көкшетау, Қазақстан

Тірек сөздер: резонанс, орбита, кіші бөлгіш, тартылыс өрісі, күш функциясы, Жер серігі, полярлық координаттар.

Аннотация. Жерцентрлік координаттарда жазылған дифференциалдық теңдеулерді Фурье қатарына, немесе Тейлор қатарына, немесе Пуассон қатарына жіктеп интегралдасақ шешімдерде кіші бөлгіш $m\omega_1 + n\omega_2 \approx 0$ пайда болады. Мұнда *m*, *n* – бүтін сандар, ω_1, ω_2 – бұрыштық жылдамдықтар. Осы «кіші бөлгіштер» қатар мүшелеріне кіреді. Бұл жағдайда шешімдердің бар болуы, басқада түрлі қасиеттері *m*, *n* сандарының арифметикалық қасиеттеріне байланысты болады [1].

Проблема әлі шешілмеген, ол ЖЖС қозғалысында да, сызықтық емес дифференциал-дық теңдеулер теориясында да, және резонанстық теорияда да өзекті.

Жасанды жер серіктерінің атқаратын жұмыстарының түрлеріне байланысты түрлі резонанстық қозғалыстарды зерттеу өзекті болып тұр [2]. Әсіресе резонанстық және резонанстық емес аумақтарда бірдей орынды болатын айнымалылар өте қажет [3].

«Резонанстар» және «кіші бөлгіштер» екі аспекттен тұрады «академиялық» және «инженерлік». Бірінші-сі орнықтылықты тексерумен орындалса, екіншісі стабилизациямен байланысты. Екіншісі нақты шешілуі үшін біріншісі шешілуі қажет.

Айтылғандарға байланысты мақаладағы зерттеулер өзекті болып табылады.

Поступила 07.07.2015 г.

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 4, Number 302 (2015), 261 – 269

SYNTHESIS OF THIN SILICON CARBIDE FILMS BY ION IMPLANTATION TECHNIQUE

B. Zh. Seitov, I. K. Beisembetov, K. Kh. Nussupov, N. B. Beisenkhanov, B. K. Kenzhaliev, D. I. Bakranova

Kazakh-British Technical University, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: seitov_b85@mail.ru, rector@kbtu.kz, beisen@mail.ru

Key words: silicon carbide, ion implantation, structure, crystallization.

Abstract. In paper, the synthesis of the amorphous silicon carbide layer by implantation of carbon ions with an energy of 2,5 keV and a dose of 2,7 × 10^{17} cm^{-2} into silicon wafers was carried out. The mathematical decomposition of the IR absorption spectrum of the film was made. It is shown that 18.6% of the total amount of Si–C-bonds is there at the surface and in the volume of silicon carbide nanocrystals, and an amorphous component of 81.4% is the amount of the shortened (17.0%) and elongated (64.4%) optically active Si-C-bonds in the Si-C-clusters. Changes in the composition and an increase of the layer density during of implantation leads to the transformation of the profile