Ш. АЛТЫНБЕКОВ

ОБ ОДНОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ВИБРОКОНСОЛИДАЦИИ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВ

1. Постановка задачи.

Рассмотрим процесс виброконсолидации неоднородных грунтов. Для изучения этого процесса допустим, что основное уравнение состояния скелета неоднородных наследственно-стареющих грунтов описывается выражением [1, 2]

$$\varepsilon(t)=\varepsilon(\tau_1)-\frac{1}{1+(n-1)\xi(x)}\left\{(\alpha_1+\alpha_2\eta_1(x))a_0\big(t,\theta(t)\big)\theta(t)-\int_{\tau_1}^{t}\theta(\tau)K(t,\tau,x,\theta(\tau))d\tau\right\}, \tag{1}$$

$$K(t,\tau,x,\theta(\tau))=(\alpha_1+\alpha_2\eta_1(x))\frac{\partial a_0(\tau,\theta(\tau))}{\partial\tau}+(\alpha_3+\alpha_4\eta_2(x))\frac{f(\tau,\theta(\tau))}{\theta(\tau)}\cdot\frac{\partial C(t,\tau,\theta(\tau))}{\partial\tau}, \tag{2}$$

$$a_0(t,\theta(t))=\frac{E_1}{E_0\left(1-\beta_E e^{-\alpha_E t}\right)}+\frac{A_a}{B_a+C_a\theta(t)},$$

$$E_0>0,\ E_1\ge 0,\ B_a>0,\ A_a\ge 0,\ C_a\ge 0,$$

$$C(t,\tau,\theta(\tau))=A_C\varphi(\tau,\theta(\tau))(t-\tau)^{m_C}(Ba^{n_C}+1),\ m_C>1, \tag{3}$$

$$\varphi(\tau,\theta(\tau))=C_0+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k}{\tau^k+B_k\theta(\tau)}. \tag{4}$$

Функция $f(\tau,\theta(\tau))$, входящая в (2), представлена в следующем виде [3]:

$$f(\tau,\theta(\tau)) = \beta_1(\tau)\theta(\tau) + \beta_2(\tau)\theta^m(\tau), \quad m > 0, \tag{5}$$

$$\beta_1(\tau) = \beta_{10} + \frac{\beta_{11}}{\tau^k + \beta_{12}}, \quad \beta_2(\tau) = \beta_{20} + \frac{\beta_{21}}{\tau^k + \beta_{22}}, \quad k > 0. \tag{6}$$

Здесь $\varepsilon(t)$ – коэффициент пористости; $\theta(t)$ – сумма главных тотальных напряжений; n = 1,2,3 в зависимости от мерности рассматриваемой задачи; $\eta_1(x)$ и $\eta_2(x)$ – функции, характеризующие неоднородность грунтов; $\xi(x)$ – функция, характеризующая изменения коэффициента бокового давления грунта в процессе его деформации и $0 < \xi(x) < 1$; $x = (x_1, x_2, x_3)$ – пространственные координаты; α_1, α_2, α_3, α_4 – параметры неоднородности; a, B – амплитуда и параметр колебаний; C_0 – предельное значение меры ползучести; A_k, B_k – некоторые параметры, зависящие от свойства и условий старения среды; E_0, E_1, β_E, α_E, $A_a, B_a, C_a, m, k, \beta_{10}, \beta_{11}, \beta_{12}, \beta_{20}, \beta_{21}, \beta_{22}$ – опытные данные.

Присоединяя к (1) основное уравнение фильтрационной теории консолидации трехкомпонентных грунтов [4]

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + \beta_v(\varepsilon)(1+\varepsilon)\gamma\frac{\partial H}{\partial t} = (1+\varepsilon)L(H), \tag{7}$$

$$L(H) = \sum_{S=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_S}\left(K_{\Phi S}(\varepsilon)\frac{\partial H}{\partial x_S}\right), \quad \beta_v(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\cdot\frac{1-\eta^* + \mu_* \eta^*}{\gamma(H - x_n + \hat{H}_0)}$$

и условия В. А. Флорина $\theta(t) = n\gamma\left(\theta^*/n\gamma + H^* - H\right)$, получаем интегродифференциальное уравнение в частных производных:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = C_{vn}(x,t,H)L(H) - C_{1n}(x,t,H)\left\{\int_{\tau_1}^{t} f(\tau,H)K_1(t,\tau,H)d\tau + f(t,H)K_2(t,t,H)\right\} + C_{2n}(x,t,H) = -\tilde{L}(H), \tag{8}$$

где $K_1(t,\tau,H) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial C(t,\tau,H)}{\partial\tau}\right)$, $K_2(t,t,H) = \left(\frac{\partial C(t,\tau,H)}{\partial\tau}\right)_{\tau=t}$, $\beta_v(\varepsilon)$ – коэффициент объемной сжимаемости; γ – удельный вес воды; H – напор поровой жидкости; $\hat{P}_0 = \gamma\hat{H}_0$ – величина атмосферного давления; μ_* – коэффициент растворимости газа; η^* – коэффициент водонасыщенности грунта; θ^* и H^* – соответственно сумма нормальных напряжений и напор поровой жидкости, соответствующие полной стабилизации.

Вид функций $C_{vn}(x,t,H), C_{1n}(x,t,H), C_{2n}(x,t,H)$ в (8) обусловлен зависимостями (1), (2),...,(7), приведенными в данной работе. При этом коэффициент фильтрации, характеризующий сопротивление пористой среды движущейся жидкости, согласно [5-8] аппроксимирован одним из выражений

$$K_{\Phi S}(\varepsilon(t)) = K_{\Phi S}^{(1)} - \frac{K_{\Phi S}^{(1)} - K_{\Phi S}^{(2)}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}(\varepsilon_0 - \varepsilon(t)), \quad K_{\Phi S}(\varepsilon(t)) = 4\cdot 10^{-11}\exp\left(\frac{\varepsilon(t)}{0{,}17\varepsilon_T - 0{,}048}\right),$$

$$K_{\Phi S}(\varepsilon(t)) = K_{\Phi S_0}\left(\frac{\varepsilon(t)-\varepsilon_k}{\varepsilon_0-\varepsilon_k}\right)^{n_S}, \quad n_S \geq 1.$$

Здесь $K_{\Phi S}^{(1)}$ и ε_1 так же как $K_{\Phi S}^{(2)}$ и ε_2 определяются из соответствующих экспериментов при двух значениях действующей нагрузки; $\varepsilon_т$ – коэффициент пористости при влажности грунта на пределе текучести; $K_{\Phi S_0}$ – начальный коэффициент фильтрации; ε_0 и ε_k – соответственно начальный и конечный коэффициент пористости.

Сформулируем исходную задачу.

Найти непрерывное в области $(x,t) \in Ц_т = D \cap (\tau_1 \leq t \leq T < \infty)$, $\overline{D}(-\ell_1 \leq x_1 \leq \ell_1,\ -\ell_2 \leq x_2 \leq \ell_2,\ 0 \leq x_3 \leq h)$ решение $H(x,t)$ уравнения (8), удовлетворяющее начальным условиям

$$H(x,\tau_1) = \frac{1}{\omega_0}\left(\frac{\theta_0^*}{n\gamma} + H_0^*\right), \quad x \in \overline{D} \tag{9}$$

и граничным условиям

$$\left.\begin{aligned} -ж_1^{(1)}(x_1,x_2,x_3,t)\frac{\partial H}{\partial x_1} + ж_1^{(2)}(x_1,x_2,x_3,t)H\Big|_{x_1=-\ell_1} &= \psi_1(x_2,x_3,t), \\ ж_1^{(3)}(x_1,x_2,x_3,t)\frac{\partial H}{\partial x_1} + ж_1^{(4)}(x_1,x_2,x_3,t)H\Big|_{x_1=\ell_1} &= \psi_2(x_2,x_3,t), \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned} -ж_2^{(1)}(x_1,x_2,x_3,t)\frac{\partial H}{\partial x_2} + ж_2^{(2)}(x_1,x_2,x_3,t)H\Big|_{x_2=-\ell_2} &= \psi_3(x_1,x_3,t), \\ ж_2^{(3)}(x_1,x_2,x_3,t)\frac{\partial H}{\partial x_2} + ж_2^{(4)}(x_1,x_2,x_3,t)H\Big|_{x_2=\ell_2} &= \psi_4(x_1,x_3,t), \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

$$\left.\begin{aligned} -ж_3^{(1)}(x_1,x_2,x_3,t)\frac{\partial H}{\partial x_3} + ж_3^{(2)}(x_1,x_2,x_3,t)H\Big|_{x_3=0} &= \psi_5(x_1,x_2,t), \\ ж_3^{(3)}(x_1,x_2,x_3,t)\frac{\partial H}{\partial x_3} + ж_3^{(4)}(x_1,x_2,x_3,t)H\Big|_{x_3=h} &= \psi_6(x_1,x_2,t). \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Здесь $ж_n^{(\alpha)}(x,t)$ и $ж_n^{(\alpha+1)}(x,t)$ $(\alpha = 1,2,3;\ n = 1,2,3)$ – коэффициенты водоотдачи удовлетворяют условиям: $ж_n^{(\alpha)}(x,t) \geq 0$, $ж_n^{(\alpha+1)}(x,t) \geq 0$, $\left(ж_n^{(\alpha)}(x,t)\right)^2 + \left(ж_n^{(\alpha+1)}(x,t)\right)^2 \neq 0$; $\psi(x,t)$ – известная функция. Она характеризует напор некоторого водоносного слоя, примыкающего к рассматриваемому участку; ω_0 – коэффициент, учитывающий состояние защемленного воздуха:

$$\omega_0 = 1 - (1+\varepsilon_0)\beta_v(\varepsilon)\frac{\partial\varepsilon}{\partial\theta}\bigg|_{t=\tau_1}. \tag{13}$$

Поскольку для двухкомпонентной среды $\beta_v(\varepsilon) = 0$, то из (13) $\omega_0 = 1$.

2. Вопросы существования и единственности.

Теорема 1. Пусть $C_{vn}(x,t,H), C_{1n}(x,t,H), C_{2n}(x,t,H)$, $K_{\Phi S}(x,t,H)$ и $H(x,t)$ – функции класса $C^2(x \in D, 0 \le \tau_1 \le t \le T < \infty) \bigcap C(Ц_\tau)$ и положительны, функция $H(x,t)$ удовлетворяет уравнению (8) в Ц и $\widetilde{L}(H) \ge 0$ ($\widetilde{L}(H) \le 0$) в Ц, а функция $H_0 = H(x,\tau_1)$ содержится в области определения оператора L. Тогда существует единственное решение задачи (8)-(12).

Доказательство теоремы проводится по той же схеме, что и доказательство теоремы 1 [9].

3. Методы решения.

3.1 Метод итерации. Изложим в виде теоремы метод итерации для решения краевой задачи (8)-(12).

Теорема 2. Пусть выполняются условия теоремы 1 и $H(x,t)$ есть решение краевой задачи (8)-(12), а $H_k(x,t)$ ($k = 1,2,\ldots$) – решение дифференциального уравнения

$$\frac{\partial H_k}{\partial t} = C_{vn}(x,t,H_{k-1})L(H_k) - C_{1n}(x,t,H_{k-1}) \times$$

$$\times \left\{ \int_{\tau_1}^{t} f(\tau,H_{k-1})K_1(t,\tau,H_{k-1})d\tau + f(t,H_{k-1})K_2(t,t,H_{k-1}) \right\} + C_{2n}(x,t,H_{k-1}),\ k = 1,2,\ldots,$$

удовлетворяющее начально-краевым условиям (9)-(12), причем $H > H_1$. Тогда последовательность $\{H_k\}$, ($k = 1,2,\ldots$) сходится к единственному решению $H(x,t)$ задачи (8)-(12) при $k \to \infty$.

Доказательство теоремы основано на принципе максимума и теоремы сравнения и проводится так же как и в [10].

3.2 Локально-одномерный метод. Пользуясь идеями этого метода [11] и метода итерации [10] к задаче (8)-(12), ставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу (n=3):

$$\frac{1}{n}\frac{Y^{j+\alpha/3} - Y^{j+(\alpha-1)/3}}{\Delta t} = C_{vn}^{j+\alpha/3}\Lambda_\alpha Y^{j+\alpha/3} +$$

$$+ n\gamma\left\{ C_{1n}^{j+\alpha/3}\left\{ \frac{\Delta t_\alpha}{2}\left[\beta_1^{j+(\alpha-1)/3}\, Y^{j+(\alpha-1)/3}K_1^{j+(\alpha-1)/3} + \beta_1^{j+(\alpha-1)/3}\, Y^{j+\alpha/3}K_1^{j+\alpha/3}\right] + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \beta_1^{j+\alpha/3}\, Y^{j+\alpha/3}K_2^{j+\alpha/3}\right\}\right\}_\alpha + \varphi_{3n\alpha}^{j+\alpha/3},\ x \in \omega_n,\ \alpha = 1,2,3. \tag{14}$$

$$Y_{i_1}^0 = H_0, \tag{15}$$

$$\left.\begin{aligned} Y_{-N_1}^{j+1/3} &= \mu_1^{(1)}Y_{-N_1+1}^{j+1/3} + \nu_{11}^{(1)},\ x \in \gamma_{h,\alpha}, \\ Y_{N_1}^{j+1/3} &= \mu_1^{(2)}Y_{N_1-1}^{j+1/3} + \nu_{11}^{(2)},\ x \in \gamma_{h,\alpha}, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

$$\left.\begin{aligned} Y_{-N_2}^{j+2/3} &= \mu_2^{(1)}Y_{-N_2+1}^{j+2/3} + \nu_{22}^{(1)},\ x \in \gamma_{h,\alpha}, \\ Y_{N_2}^{j+2/3} &= \mu_2^{(2)}Y_{N_2-1}^{j+2/3} + \nu_{22}^{(2)},\ x \in \gamma_{h,\alpha}, \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

$$\left.\begin{aligned} Y_0^{j\neq 1} &= \mu_3^{(1)} Y_1^{j+1} + \nu_{33}^{(1)}, \quad x \in \gamma_{h,\alpha}, \\ Y_{N_3}^{j+1} &= \mu_3^{(2)} Y_{N_3-1}^{j+1} + \nu_{33}^{(2)}, \quad x \in \gamma_{h,\alpha}, \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

где $\varphi_{3n\alpha}^{j+\alpha/3}, \mu_\alpha^{(1)}, \mu_\alpha^{(2)}, \nu_{\alpha\alpha}^{(1)}, \nu_{\alpha\alpha}^{(2)}$ ($\alpha = 1,2,3$) – известные функции и величины $\Delta t_\alpha = \Delta t / 3$. Здесь разностный оператор имеет вид

$$\Lambda_\alpha Y_{(\alpha)} = \left(a_\alpha (x, \bar{t}, 0{,}5 \left(Y_{(\alpha-1)} + Y_{(\alpha-1)}^{(-1_\alpha)} \right) Y_{\bar{x}_\alpha} \right)_{x_\alpha}, \ \bar{t} = t_{j+1/2}.$$

Теорема 3. Пусть выполняются условия теоремы 1 и 2, и существуют в $Ц_\tau$ непрерывные и ограниченные производные

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}, \frac{\partial^4 H}{\partial x_\alpha^2 \partial x_\beta^2}, \frac{\partial^3 H}{\partial t \, \partial x_\alpha^2}, \quad 1 \le \alpha, \ \beta \le n, \quad \frac{\partial^2 K_S}{\partial H^2}, \frac{\partial^2 K_S}{\partial x_\alpha \partial H}, \frac{\partial^2 K_S}{\partial x_\alpha^2}.$$

Тогда справедливы следующие утверждения относительно задачи (14)-(18).

1°. Локально-одномерная схема (14) обладает суммарной аппроксимацией $o(\Delta t + (h)^2)$ в регулярных узлах сетки ω_n.

2°. Если $\varphi_{3n\alpha}(U_\alpha) \le 0$ ($\varphi_{3n\alpha}(U_\alpha) \ge 0$), то при

$$\Delta t < \frac{1}{n\gamma \frac{\Delta t_\alpha}{2} C_{1ni_\alpha}^{j+\alpha/n} \beta_{1i_\alpha}^{j+(\alpha-1)/n} \left| K_{i_\alpha}^{j+(\alpha-1)/n} \right|} \tag{19}$$

сеточная функция $Y(U_\alpha)$, заданная на Ω, отличная от константы, не может принимать наибольшее положительное (наименьшее отрицательное) значение во внутренних узлах $U_\alpha \in \Omega$.

3°. Локально-одномерная схема (14) равномерно в метрике, устойчива по начальным и граничным данным (15)-(18), и по правой части, так что для решения задачи (14)-(18) при любых h и Δt, удовлетворяющих (19), справедлива оценка

$$\left\| Y^j \right\|_C \le \left\| \frac{1}{\omega_0} \left(\frac{\theta_0^*}{n\gamma} + H_0^* \right) \right\|_C + \max_{0<\tau_1 \le t' \le j\Delta t} \left\| \hat{U}(x,t') \right\|_{C_\gamma} + \max_{0<\tau_1 \le t' \le j\Delta t} h^2 \frac{\left\| \varphi_{3n\alpha}^{*j+\alpha/n} \right\|_{C^*}}{\left\| C_{1ni_\alpha}^{j+\alpha/n} K_{Si_\alpha}^{j+\alpha/n} \right\|_{C^*}} +$$

$$+ \sum_{j=0}^{j_0-1} \sum_{\alpha=1}^{n} \left\| \frac{\frac{1}{n} + \gamma \frac{(\Delta t)^2}{2} C_{1vi_\alpha}^{j+\alpha/n} \beta_{1\alpha}^{j+(\alpha-1)/n} K_{1\alpha}^{j+(\alpha-1)/n}}{\frac{1}{n} - \gamma C_{1vi_\alpha}^{j+\alpha/n} \beta_{1\alpha}^{j+\alpha/n} \frac{(\Delta t)^2}{2} K_{1\alpha}^{j+\alpha/n} + \Delta t K_{2\alpha}^{j+\alpha/n}} \right\|_C +$$

$$+ \sum_{j=0}^{j_0-1} \sum_{\alpha=1}^{n} \left\| \frac{\varphi_{3v\alpha}^{j+\alpha/n}}{\frac{1}{n} - \gamma C_{1vi_\alpha}^{j+\alpha/n} \beta_{1\alpha}^{j+\alpha/n} \frac{(\Delta t)^2}{2} K_{1\alpha}^{j+\alpha/n} + \Delta t K_{2\alpha}^{j+\alpha/n}} \right\|_C,$$

где $h=\max\limits_{t\le\alpha\le n} h_\alpha$, $\|Y\|_C=\max\limits_{x\in\omega_h}|Y|$, $\|Y\|_{C_\gamma}=\max\limits_{x\in\gamma_h}|Y|$, $\|\varphi\|_{C^*}=\max\limits_{x\in\omega_h^*}|\varphi|$, $\|\varphi\|_C=\max\limits_{x\in\omega_h}|\varphi|$,

$K_{Si_2}^{j+\alpha/n}=\min\limits_{\alpha}\left(K_{Si_2i_{\alpha+1}}^{j+\alpha/n},K_{Si_2i_\alpha}^{j+\alpha/n}\right)$, $t'=t_{j+\alpha/n}$.

4°. Схема (14)-(18) равномерно сходится со скоростью $o(h^2+\Delta t)$, так что

$$\left\|Y^j-H_k^j\right\|_C\le M(h^2+\Delta t),\ j=1,2,\ldots,$$

где $M=const>0$ не зависит от Δt и h.

Доказательство теоремы проводится так же как и в [12].

3.3 Метод прогонки. Применяя метод правой прогонки к задаче (14)-(18), имеем

$$\overset{(\to)}{\alpha}{}^{j+\alpha/3}_{i_{\alpha+1}}=\frac{B_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}}{C_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}-A_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}\alpha_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}},\tag{20}$$

$$\alpha_{-N_1+1}^{j+1/3}=\mu_1^{(1)},\quad \alpha_{-N_2+1}^{j+2/3}=\mu_2^{(1)},\quad \alpha_1^{j+1}=\mu_3^{(1)},\quad \overset{(\to)}{\beta}{}^{j+\alpha/3}_{i_{\alpha+1}}=\frac{A_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}\beta_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}+F_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}}{C_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}-A_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}\alpha_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}},\tag{21}$$

$$\beta_{-N_1+1}^{j+1/3}=\nu_{11}^{(1)},\quad \beta_{-N_2+1}^{j+2/3}=\nu_{22}^{(1)},\quad \beta_1^{j+1}=\nu_{33}^{(1)},\quad i_\alpha=\pm1,\pm2,\ldots,\pm(N_\alpha-1),$$

$$(\alpha=1,2),\ i_3=1,2,3,\ldots,N_3-1,\ Y_{N_\alpha}^{j+\alpha/3}=\frac{\nu_{\alpha\alpha}^{(2)}+\mu_\alpha^{(2)}\beta_{N_\alpha}^{j+\alpha/3}}{1-\mu_\alpha^{(2)}\alpha_{N_\alpha}^{j+\alpha/3}},\ (\alpha=1,2,3),\tag{22}$$

$$\overset{(\leftarrow)}{Y}{}^{j+\alpha/3}_{N_\alpha}=\alpha_{i_\alpha+1}^{j+\alpha/3}Y_{i_\alpha+1}^{j+\alpha/3}+\beta_{i_\alpha+1}^{j+\alpha/3},\tag{23}$$

$$i_\alpha=\pm(N_\alpha-1),\pm(N_\alpha-2),\ldots,\pm1,0,\ (\alpha=1,2),\ i_3=N_3-1,N_3-2,\ldots,1,0,$$

где $A_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}$, $B_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}$, $C_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}$, $F_{i_\alpha}^{j+\alpha/3}$ – известные величины.

Здесь стрелки наверху указывают направление счета $(\to)$ – от i_α к $i_\alpha+1$, $(\leftarrow)$ – от $i_\alpha+1$ к i_α.

Теорема 4. Пусть выполняются условия теоремы 3. Тогда справедливы следующие утверждения относительно задачи (14)-(18).

1°. При выполнении условия (19) или при выполнении условий:

$$\left|C_{i_\alpha}^{j+\alpha/n}\right|\ge\left|A_{i_\alpha}^{j+\alpha/n}\right|+\left|B_{i_\alpha}^{j+\alpha/n}\right|,$$

$$i_\alpha=\pm1,\pm2,\ldots,\pm(N_\alpha-1),\ \alpha=1,2,\ i_3=1,2,3,\ldots,N_3-1,$$

$$\left|\mu_\alpha^{(1)}\right|\le1,\ \left|\mu_\alpha^{(1)}\right|+\left|\mu_\alpha^{(2)}\right|<2,\ \alpha=1,2,3$$

задача (14)-(18) имеет единственное решение, определяемое по формулам (20), (21).

2°. Если выполнены условия

$$\left|A_{i_\alpha}^{j+\alpha/n}\right|>0,\ \left|C_{i_\alpha}^{j+\alpha/n}\right|\geq\left|A_{i_\alpha}^{j+\alpha/n}\right|+\left|B_{i_\alpha}^{j+\alpha/n}\right|,$$

то при $ж_1^{(1)}=ж_1^{(3)}=ж_2^{(1)}=ж_3^{(3)}=ж_3^{(1)}=ж_3^{(3)}=0$ для решения задачи (14)-(18) справедлива оценка

$$\left\|Y_{i_\alpha}\right\|_C\leq\max\left(\left|\beta_{-N_\alpha+1}\right|,\left|Y_{N_\alpha}\right|\right)+\sum_{i_\alpha=1}^{N_\alpha-1}\frac{1}{\left|B_{i_\alpha}\right|}\sum_{k=1}^{i_\alpha}\left|F_{k_\alpha}\right|,\ (-N_3=0).$$

Доказательство теоремы проводится так же как и в [12].

4. Результаты предварительных расчетов.

По формулам (20)-(23) для ПЭВМ составлены программы. Проведены расчеты и определены напор в поровой жидкости, напряжения в скелете и вертикальные перемещения верхней поверхности уплотняемого слоя грунта.

Из результатов расчета видно, что при $t\to\infty$, $H\to 0$. Для других моментов времени будем иметь:

1°. Вибрационные воздействия ускоряют процесс уплотнения земляной массы и при этом осадок поверхности грунтовой массы больше, чем у обычного. Большому значению амплитуды и параметра колебаний соответствует большой осадок.

2°. Осадок слоя упругоползучих неоднородных грунтов зависит не только от параметров неоднородности, но и параметров виброползучести. В зависимости от них осадок для упругоползучих неоднородных грунтов идет интенсивнее, чем для упруго неоднородных.

3°. Влияние коэффициента фильтрации, зависящим от НДС, и параметров ползучести к процессу уплотнения грунтов надо учесть только в начальные моменты времени, т.е. в период строительства сооружений и начальное время их эксплуатации. При больших значениях времени t их влияние на процесс уплотнения грунтов становится незначительным.

4°. Большим значениям параметров α_1, α_2, α_3, α_4, C_0, β_{10}, β_{11}, β_{20}, β_{21} – соответствует большой осадок.

5°. При незначительном модуле мгновенной деформации вертикальное перемещение верхней поверхности уплотняемого массива не зависит от времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Алтынбеков Ш.* Об одной пространственной задаче консолидации неоднородных наследственно стареющих грунтов // Респ. науч. журн. Наука и образование Южного Казахстана. 1998. №4(11). С. 38-42.

2. *Гольдин А.Л., Месчян С.Р., Рустамян Г.Ф.* Плоская задача виброконсолидации водонасыщенного глинистого грунта // Докл. АН Арм. ССР. 1985. 80. №2. С. 28-81.

3. *Месчян С.Р.* Ползучесть глинистых грунтов. Ереван: Изд. АН Арм. ССР. 1967. 318 с.

4. *Флорин В.А.* Основное уравнение консолидации земляной среды // ДАН СССР. 1948. Т. 59. С. 21-24.

5. *Абелев М.Ю.* Строительство промышленных и гражданских сооружений на слабых водонасыщенных грунтах. М.: Стройиздат, 1983. 247 с.

6. *Гольдин АЛ., Рассказов Л.Н.* Проектирование грунтовых плотин. М.: Энергоатомиздат, 1987. 303 с.

7. *Флорин В.А.* Основы механики грунтов. М.: Стройиздат, 1959. Т. 1. 357 с.; 1961. Т.2.–427 с.

8. *Цытович Н.А., Зарецкий Ю.К., Малышев М.В., Абелев М.Ю., Тер-Мартиросян З.Г.* Прогноз скорости осадок оснований сооружений. М.: Стройиздат, 1967. 238 с.

9. *Алтынбеков Ш.* Вопросы существования, единственности и корректности для нелинейной краевой задачи механики уплотняемых сред. М., 1985. 16 с. Деп. в ВИНИТИ 15.05.85. №3297.

10. *Алтынбеков Ш., Ширинкулов Т.Ш.* Об одном итерационном методе нелинейных краевых задач консолидации грунтов // ДАН РУз. Математика. Технические науки. Естествознание. 1996. №1-2. С. 25-27.

11. *Самарский А.А.* Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971. 550 с.

12. *Алтынбеков Ш.* О применении локально-одномерного метода к решению краевой задачи механики уплотняемых сред М., 1985. 21 с. Деп. в ВИНИТИ 15.05.85, №3298.

Резюме

Әртекті топырақтардың вибрациялық консолидациясының интегродифференциалдық шеттік есебі қойылды. Есептің шешімінің барлығы және жалғыздығы зерттелінді. Оны шешу әдістері негізделді. Аппроксимация және итерация әдістеріне сәйкес қойылған есеп шеткі-айқымда шеттік есепке келтірілген және бұл есеп үшін аппроксимация қателігі, орнықтылығы және локальді-біріөлшемді схеманың жинақтылығы зерттелінді, оның шешіміне априорлық баға берілді. Есептеу нәтижелері келтірілді.

Summary

The production of integradifferential marginal problem of vibroconsolidation heterogenous soil is formed. The questions of existence and single for it is investigated. The methods of its decision is motivated. Using an idea of the method to fotal approximation and method to iterations it followed to certainly-difference marginal problems and for it explored inaccuracy of the approximations, stability and convergence local-univariate scheme. Apriori estimations of the decision are given on it. The results of calculation is considered in this article.

УДК 624.131+539.215

Шымкентский институт
Международного Казахско-Турецкого
университета им. Х. А. Ясави

Поступила 10.02.08г.